CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

MESTRADO EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EXAME NACIONAL DE ENSINO MÉDIO E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA

Jefferson Trindade

Lajeado, novembro de 2009

CENTRO UNIVERSITÁRIO UNIVATES

MESTRADO PROFISSIONAL EM ENSINO DE CIÊNCIAS EXATAS

EDUCAÇÃO MATEMÁTICA, EXAME NACIONAL DE ENSINO MÉDIO E APRENDIZAGEM SIGNIFICATIVA: UMA PROPOSTA PEDAGÓGICA

Jefferson Trindade

Dissertação apresentada no Programa de Pós Graduação em Ensino de Ciências Exatas da UNIVATES como exigência para obtenção do título de Mestre em Ensino de Ciências Exatas.

Orientadora: Prof. Dra. Ieda Maria Giongo

Lajeado, novembro de 2009

Se eu tivesse que reduzir toda a psicologia educacional a um único princípio, diria isto: o fato isolado mais importante que influencia a aprendizagem é aquilo que o aprendiz já conhece. Descubra o que ele sabe e baseie nisso os seus ensinamentos. (AUSUBELl, 1980 apud MORAES, 2009).

AGRADECIMENTOS

A Deus, por me haver me concedido o privilégio de uma vida repleta de felicidade.

Aos professores do Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências Exatas do Centro Universitário UNIVATES e, em especial, à professora Dra. Marlise Heemann Grassi que, de forma competente, contribuiu significativamente para construção desta dissertação.

À Professora Orientadora Dra. Ieda Maria Giongo que, de forma brilhante, contribuiu para meu crescimento intelectual, pessoal e profissional.

À Escola Medianeira, por me haver possibilitado o estudo com alunos da disciplina de Matemática a qual suscitou os resultados desta dissertação, bem como pelas informações concedidas para a realização do trabalho.

À minha família e, em especial, à minha avó que, com muito carinho, dedicou boa parte de sua vida à minha formação e ao meu avô, que é e sempre será meu maior ídolo.

À minha namorada Lara pela compreensão e incentivo.

Aos meus amigos e colegas professores das Escolas Garra que, muitas vezes, substituíram –me, em sala de aula, para que esse sonho se tornasse possível.

Enfim, a todos que, de alguma forma, contribuíram para a realização do presente trabalho.

RESUMO

Este trabalho é fruto de uma pesquisa realizada com o objetivo de verificar se uma proposta de material didático, versando sobre “Teorema de Pitágoras e as Relações Trigonométricas do Triângulo Retângulo”, dirigida a uma turma de segundo ano de Ensino Médio da Escola Medianeira de Soledade, RS, é potencialmente significativa para atender às demandas de aprendizagem segundo a matriz de referência para Exame Nacional de Ensino Médio – ENEM. Os aportes teóricos que sustentam a investigação são relativos aos estudos de Ausubel, em especial, os que problematizam a aprendizagem significativa bem como as propostas constantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais – PCNs - Ensino Médio e a Matriz de Referência para o ENEM. O material de pesquisa está composto por um pré-teste, um pós-teste, material escrito produzido pelos alunos e anotações feitas pelo professor durante as aulas. A análise do mesmo demonstrou a disposição dos alunos em aprender o conteúdo e a maior parte passou a organizar as ideias matemáticas presentes no material de modo coerente e conseguiu aumentar significativamente o número de acertos no pós-teste, evidenciando um processo de modificação de conhecimentos acerca da temática estudada.

PALAVRAS-CHAVE: Ciências Exatas. Educação Matemática. Aprendizagem Significativa.

ABSTRACT

This work is the result of a research whose purpose is to verify if a didactic material proposal that mentions about “Pythagoras’ Theorem and The Triangle Rectangle Trigonometric Relations”, addressed to a second grade class at Medianeira Secondary School, in Soledade, RS, is potentially significant to deal with the learning demands, according to the National Examination of the Secondary School -ENEM - reference standard. The research theoretical supports are connected to Ausubel studies, especially those which develop problematical strategies about significant learning as well as the proposals of the National Curricular Parameters – PCNs – for Secondary School and the National Examination of the Secondary School -ENEM - reference standard. This research is composed of a previous test, a post test, written papers made by the students and written notes made by the teacher during the classes. The research analysis showed, on the one hand, that the students were willing to learn the contents. On the other hand, most students started to select the mathematical ideas inside the didactic material. in a coherent way and they achieved significantly increase about the number of correct answers during the post test, showing changes into the knowledge about the researched topic.

Key words: Exact Sciences, Mathematical Education, Significant Learning.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE QUADROS

SUMÁRIO

1 CAMINHOS PERCORRIDOS E O PROBLEMA DE PESQUISA

A Matemática foi a disciplina que mais despertou interesse durante toda a minha vida estudantil. Seus conteúdos me pareciam mais interessantes e mais fáceis de serem compreendidos que os das demais disciplinas. Esta identificação e gosto contribuíram muito para a minha escolha em cursar, na graduação, Licenciatura em Matemática, embora para muitos, ela representasse a disciplina “mais difícil”.

Atualmente, como professor de Ensino Médio há 12 anos, percebo que inúmeras são as dificuldades evidenciadas por alunos no que diz respeito à aquisição e aplicação de conhecimentos em Matemática. Certamente, tais dificuldades e a apreensão, tanto de meus alunos quanto minha diante desta situação, foram determinantes para a escolha da temática de minha pesquisa, bem como do referencial teórico. Desse modo, penso ser importante explicitar de maneira sucinta o meu histórico para comprovar com maior propriedade a minha experiência adquirida, bem como as dúvidas e anseios que norteiam tal trabalho. Contudo, problematizar minha trajetória acadêmica, que culminou com minha entrada no Programa de Mestrado Profissional em Ensino de Ciências Exatas da Univates, tornou-se imprescindível para a presente dissertação.

Minha formação no Ensino Fundamental e Médio deu-se em escola pública, sendo o primeiro na Escola Estadual Joaquim Gonçalves Ledo, no pequeno município de Mormaço – RS. Meu interesse maior pela Matemática já ocorria naquela época onde, desde as séries iniciais, apraziam-me as atividades, sempre obtendo bons resultados.

Quanto ao Ensino Médio, cursei-o na Escola Estadual de 1º e 2º Graus Polivalente, em Soledade- RS. Foi nesse período que decidi cursar Matemática, pois, além de me destacar na disciplina, esta, conforme pontuei anteriormente, era a que mais me despertava curiosidade e interesse em todos os conteúdos. Assim, cursei Licenciatura Plena em Matemática na Universidade de Passo Fundo, em Passo Fundo-RS. Durante toda essa trajetória, sempre fui um bom aluno,em especial, na Matemática, apesar de muitos de meus colegas “sofrerem” com as dificuldades que se apresentavam.

As licenciaturas, principalmente na área da Matemática, propiciavam maiores oportunidades de trabalho, inclusive em início de carreira, de preferência em escolas públicas. Assim, em 1998, já atuava como professor do Ensino Fundamental na Escola Joaquim Gonçalves Ledo, em Mormaço, nas 5ª, 6ª, 7ª e 8ª séries. No ano seguinte, lecionei no Ensino Médio na E.E. de 1º e 2º Graus Rui Piegas, em Espumoso-RS e também no Ensino Fundamental da Escola Municipal Atilho Vera, em Soledade- RS, nas turmas de 5ª,6ª,7ª,8ª séries. No ano de 2000, ingressei nas Escolas Garra LTDA, em Passo Fundo, no Ensino Médio, EJA, Cursos Preparatórios e Pré-vestibular, além de atuar no Ensino Médio no Colégio Medianeira, em Soledade - nestas duas últimas instituições, encontro-me até o presente momento. De 2001 a 2002, exerci minhas atividades no Ensino Médio na Universidade de Passo Fundo – (UPF), Passo Fundo; 2003 a 2004, no Ensino Médio na Escola São José Garra, de Erexim-RS e, desde 2008, no Ensino Superior na Faculdade do Planalto Médio - (FAPLAN), em Passo Fundo-RS.

Além da experiência em sala de aula, principalmente no Ensino Médio, também sou responsável, há oito anos, pela elaboração do material didático de Matemática das Escolas Garra. Somando esta minha experiência profissional às indagações pedagógicas que foram aumentando ano a ano, inicialmente, eu pretendia, com esta dissertação, analisar as dificuldades básicas na aprendizagem da Matemática, ideia que foi alterada. Com as mudanças feitas pelo Governo Federal no Exame Nacional de Ensino Médio, percebi a necessidade de avaliar as competências e habilidades do estudante, haja vista a também mudança do material didático por mim elaborado, o que acarreta uma grande responsabilidade. Por conseguinte, a mudança de projeto para o mestrado foi quase obrigatória devido às alterações advindas com o Novo ENEM e sua intervenção em minhas atuações profissionais. Assim, vi a necessidade de aprofundar meus conhecimentos e por isso precisei estudar todos estes aspectos na minha dissertação. Dessa maneira, o material experimental sobre o estudo do Triângulo Retângulo e

Relações Trigonométricas do Triângulo Retângulo, conforme constante nas diretrizes e bases do Novo ENEM, foi aplicado durante oito aulas aos alunos da 2ª série do Ensino Médio do Colégio Medianeira.

A turma que serviu de experiência para esta pesquisa foi escolhida por três motivos principais. Em primeiro lugar, por ser uma turma pequena, formada por quatorze alunos apenas, o que auxiliou o trabalho, bem como a observação. Tal escolha também deu-se por serem treze deles oriundos do Colégio há bastante tempo, possibilitando o conhecimento do que eles já tiveram de conteúdo, principalmente na 8ª série do Ensino Fundamental, ano em que se inicia a aprendizagem de Triângulo Retângulo. E, por fim, a escolha desta turma justifica-se por eu trabalhar neste colégio há nove anos, o que pode tornar a problematização da dissertação mais consistente.

O Colégio Medianeira, local da experiência, é uma escola pequena, com pouco mais de 200 alunos. É a única particular do município de Soledade e oferece para a comunidade Educação Infantil, Ensino Fundamental e Médio. Durante quase trinta anos, foi dirigido por irmãs, já tendo sido um Colégio Comunitário que passou a fazer parte do grupo Escolas Garra e hoje é mantido por três professoras que já trabalhavam na instituição há bastante tempo. É conveniado ao Positivo, utilizando assim o material didático desta empresa no Ensino Fundamental e o material das Escolas Garra no Ensino Médio. Atualmente, o Colégio também tenta se reorganizar a fim de se encaixar às novas perspectivas do novo ENEM.

O referido Colégio é conceituado há décadas por ter excelência na disciplina e em conteúdos; as freiras franciscanas foram, durante quase trinta anos, sua equipe diretiva , as quais, em pouquíssimo número, ainda residem, em um prédio ao lado do Colégio em anexo. As irmãs alugam o prédio para o grupo das três professoras que hoje dirigem a escola, com a prescrição de respeitar dias santos, manter o espaço físico em boas condições e manter a qualidade na educação.

Há mais ou menos trinta anos - época em que as irmãs a dirigiam-, a instituição tinha muitos alunos – até três turmas da mesma série -, porém,aos poucos, deu-se a diminuição ocasionada pela crise econômica que o município vem enfrentando há alguns anos e também pela falta de recursos para serem investidos na mesma. . Hoje, há 236 alunos, sendo que 45 da Educação Infantil, 67 do Ensino Fundamental séries iniciais, 68 do Ensino Fundamental séries finais e 56 do Ensino Médio. Os poucos mais de vinte professores são, em sua maioria, de Soledade, mas alguns advêm de Passo Fundo. Todos são graduados, a maioria, pós-graduados e alguns fazendo mestrado.

Depois de pertencer à Congregação, o Colégio passou a ser comunitário, administrado por algumas professoras e auxiliado pelos pais. Após alguns anos, o grupo Garra assumiu a instituição por mais dez anos, o que de início fez aumentar o número de alunos, principalmente, no Ensino Médio. Entretanto, nos últimos anos, devido à deflação do dólar, que ocasionou prejuízo aos empresários no setor de pedras do município, os quais detinham a principal fonte de empregos da cidade, desacelerou-se a economia e o Colégio, assim como demais setores, começou a sofrer com a inadimplência e diminuição de muitos alunos.

O projeto educativo do Colégio Medianeira está voltado para uma ação pedagógica indicativa de uma educação que busca a formação integral do ser humano e o comprometimento deste com a transformação da realidade que o cerca. Contempla o ser humano como sujeito de sua história, numa visão transcendente cristã, apto a exercer a cidadania plena, isto é, a participar, a envolver-se e a comprometer-se no levantamento e execução de alternativas eficazes para as soluções individuais e sociais necessárias. Sua filosofia,conforme o Plano Integrado é:

> Formar integralmente o homem, tornado- o capaz de discernir e optar pelos valores que contribuam para a construção de uma sociedade mais humana, oferecendo-lhe condições para desenvolver o pensamento crítico, a capacidade de auto-afirmar-se frente aos desafios, buscando a verdade e o bem comum, integrando fé e ciências, optando com segurança na escolha da qualificação profissional. (PLANO INTEGRADO DO COLÉGIO MEDIANEIRA, 2008 -2009, p.4)

Percebe-se, assim, como a filosofia e a religiosidade estão arraigadas à instituição, mesmo não sendo, há muito tempo, administrado pela antiga congregação. A fé vem integrar-se à ciência, juntamente com o auxílio para a escolha profissional. Ademais, o Plano Integrado ainda salienta que:

> A Proposta Pedagógica foi muito estudada e debatida, a qual é a base do trabalho da Escola. O Marco Referencial com seu detalhamento nos Marcos Situacional, Doutrinal e Operativo, baseia-se no Regimento Escolar e na Legislação vigente, proporcionando aos professores atualização constante e aos alunos um ensino diferenciado, onde se destacam as oficinas, reforço em horário extra, recuperação paralela, recuperação preventiva e a recuperação após o período letivo, visando um ensino eficiente e comprometido. (PLANO INTEGRADO DO COLÉGIO MEDIANEIRA, 2008 -2009, p.8)

Como o descrito acima, o Colégio conta com oficina, ou seja, aulas diferenciadas, fora do horário, podendo os alunos escolherem até duas oficinas para frequentar. Entre estas aulas, existe a de informática, pintura em tela, violão, canto, futsal, vôlei, basquete e balé. Ademais, os alunos que não conseguem acompanhar os conteúdos por algum motivo especial ou apresentam dificuldades em determinada disciplina podem contar com aulas de reforço em horário inverso. Percebe-se, no Plano Integrado, a preocupação com a preparação para o Ensino Superior: "A preocupação da comunidade escolar com a vivência de valores, a preparação para o Ensino Superior, quando se propõe uma escolha consciente e responsável, para termos no futuro cidadãos com o progresso e a justiça". (PLANO INTEGRADO, 2008 -2009, p.11)

O Colégio mostra-se comprometido com a busca de uma educação integral, com o desenvolvimento de múltiplas habilidades dos alunos, como se percebe nos princípios da proposta:

> Com uma ação pedagógica coerente, o Colégio Medianeira definiu-se como centro educativo que prima por abertura e ampla participação, por comprometimento de toda a Comunidade Educativa com a proposta eleita. O Colégio preocupa-se com a formação integral do ser humano, na formação de cidadãos conscientes e críticos, agentes de transformação, aberta a uma ação pedagógica interdisciplinar e sintonizada com os recursos científico- técnico-ecológicos que melhor viabilizem o processo educativo. O Colégio contempla o irrestrito respeito à pessoa humana na sua dignidade. (PLANO INTEGRADO DO COLÉGIO MEDIANEIRA 2008 – 2009, p.9)

Aliado a essas preocupações, o Colégio também está atento com a inserção de seus alunos no Ensino Superior e, consequentemente, com os conteúdos contemplados, a partir de 2009, no ENEM. Tal preocupação também se assenta na necessidade de tornar o ensino de tais conteúdos o mais significativo possível, uma vez que o educandário está ciente de que estes foram, de certo modo, impostos. Ademais, com as mudanças ocorridas no exame, torna-se urgente a discussão e reconstrução do material didático, buscando assimilar tais mudanças.

De fato, o antigo ENEM, desde sua criação, em 1998 até o ano passado, consistia de uma prova, aplicada em apenas um dia, com 63 questões e uma redação, por meio da qual avaliava habilidades e competências específicas, tais como, interpretações de textos; capacidade de relacionar matérias diferentes (a interdisciplinaridade); conhecimentos da atualidade; capacidade de resolver situação-problema e construção de argumentação consistente.

A proposta do Novo ENEM, sem perder suas atribuições anteriores, é se tornar um vestibular unificado nacionalmente, que atenda ao processo seletivo das Universidades Federais e, no futuro, poderá ser estendido a todas as instituições de

Ensino Superior. O novo formato do ENEM, além de ter várias funções[1] para o candidato, também terá 180 questões objetivas, divididas em quatro áreas: Linguagens, Códigos e Suas Tecnologias; Ciências Humanas e Suas Tecnologias; Ciências da Natureza e Suas Tecnologias e Matemáticas e Suas Tecnologias. Assim, percebe-se que a área da Matemática e Suas Tecnologias é a disciplina com maior número de questões. Tal mudança preocupou e mobilizou os docentes – eu em especial por, conforme citado anteriormente, ser o responsável pela elaboração do material - e a equipe diretiva do colégio, o que me levou a estudar metodologias que propiciassem uma aprendizagem significativa de Matemática para os alunos de Ensino Médio.

Além das mudanças de estrutura do exame, neste novo formato, as provas serão aplicadas em dois dias: No primeiro dia - Ciências Humanas e Suas Tecnologias e Ciências da Natureza e Suas Tecnologias. No segundo - Linguagens, Códigos e Suas Tecnologias Suas Tecnologias e Matemáticas e Suas Tecnologias. Na prova de Matemática e Suas Tecnologias, serão mantidas as exigências de competências e habilidades do antigo ENEM – elencadas no próximo capítulo-, mas será mais rigorosa quanto ao domínio do currículo do Ensino Médio. Como bem pontua o ministro da Educação, Fernando Haddad:

> O Enem tinha dois problemas: o primeiro problema é que ele não cobria o currículo do ensino médio, ele só aferia a competência na área de linguagem e uma redação, então era uma prova muito acanhada. Essa é a razão pela qual as universidades federais em geral não utilizavam o Enem como vestibular, porque ele não confiava na prova, a prova era muito acanhada. A segunda questão é que as notas do Enem não eram comparadas de um ano para o outro, acontecia de ter uma prova fácil num ano, uma prova difícil no ano seguinte, uma prova intermediária no ano seguinte, então não havia padrão, não existia um nível de dificuldade pré-testado. Cada ano era uma prova, agora não. (...) Se você tomar o conteúdo do ensino médio hoje ele empilhou os conteúdos dos programas de vestibular. Então é uma loucura pro jovem do

---

[1] Agora o Enem tem uma nova função. Em abril de 2009, o ministro da educação, Fernando Haddad, anunciou que o Enem substituiria o vestibular das universidades federais. A proposta é que o exame, sem perder suas atribuições anteriores, seja um vestibular unificado nacionalmente, que atenda ao processo seletivo das universidades federais. (Guia do Estudante e o Novo Enem, 2009, p.9). Há cinco anos, o Enem tornou-se o caminho para que milhares de estudantes de baixa renda consigam entrar em uma faculdade. Uma boa colocação no exame é a forma de obter uma bolsa do Programa Universidade para Todos (Pro Uni). Em 2008, 124 mil estudantes de todo o Brasil conseguiram uma bolsa (total ou parcial) pelo programa, que, desde sua criação, já beneficiou mais de 540 mil pessoas. (Guia do Estudante e o Novo Enem, 2009, p.16). A edição deste ano – 2009- do Exame Nacional do Ensino Médio valerá também como certificação do Ensino Médio. O Enem terá a mesma finalidade do Encceja – Exame Nacional para Certificação de Competência de Jovens e Adultos, cujos beneficiados ainda não concluíram esta fase de estudos. As inscrições ao Enem se encerram hoje.
No caso da certificação, a oportunidade é válida para maiores de 18 anos que ainda não concluíram o ensino regular na idade prevista e para alunos matriculados na EJA – Educação de Jovens e Adultos. http://radiomundial.com.br/jornalboanoticia/?id=6828, Sexta-feira, 17 de julho de 2009.

> ensino médio cobrir todo o conteúdo. É uma tortura, nós vamos enxugar esse conteúdo, vai permitir a professora aprofundar o debate em sala de aula e não ficar com aqueles processos mnemônicos para você saber todas aquelas fórmulas, não tem computador no mundo que decore aquelas fórmulas, e utilize aquelas fórmulas, não é o problema de decorar fórmula é saber o que está por trás da fórmula. O aluno em geral esquece o fenômeno físico que está por trás da fórmula, por quê? A fórmula ficou mais importante do que o fenômeno físico que a fórmula deveria explicar. (www.ecaderno.com, 2009).

A análise do excerto acima evidencia a importância de uma aprendizagem que está centrada muito mais em fazer com que os alunos entendam os porquês do que simplesmente responder corretamente.. À Matemática, é dada uma relevância mais preponderante já que, como afirmei anteriormente, é a disciplina com maior número de questões, a qual é imprescindível a todos os indivíduos, sendo básica e essencial a todos os estudantes, independentemente da escolha da faculdade a cursar. Desse modo, vê-se como o Novo ENEM pode representar a possibilidade de proporcionar uma aprendizagem não mais tão quantitativa, mas principalmente qualitativa. Ainda, o ministro da Educação, Fernando Haddad (2009), em entrevista ao site O Globo, diz que a proposta do novo ENEM veio em definitivo para 2010, podendo ser o ano do "enterro do vestibular", que hoje é uma "anomalia brasileira". Penso que a nova proposta de avaliação deste exame poderá "mexer" com as estruturas que há décadas sustentam os pilares da educação.

Pelo exposto até aqui, penso ser necessário destacar que os aportes teóricos que dão sustentação ao estudo que proponho são aqueles oriundos dos trabalhos sobre aprendizagem significativa feitas por David P. Ausubel. De fato, a aprendizagem significativa tem sido objeto de estudo e busca tanto por educadores quanto por especialistas da área da educação. Ademais, os Parâmetros Curriculares Nacionais (1997, p.53) aludem que:

> A aprendizagem significativa implica sempre alguma ousadia: diante do problema posto, o aluno precisa elaborar hipóteses e experimentá-las. Fatores e processos afetivos, motivacionais e relacionais são importantes nesse momento. Os conhecimentos gerados na história pessoal e educativa têm um papel determinante na expectativa que o aluno tem da escola, do professor e de si mesmo, nas suas motivações e interesses, em seu autoconceito e em sua autoestima.

A escolha pelas teorizações de Ausubel como aporte teórico – problematizadas na disciplina Teorias de Aprendizagem ministrada pela professora Dra. Marlise Heemann Grassi, no Programa de Pós- Graduação em Ensino de Ciências Exatas (PPGCE) - tiveram o intuito de promover uma aprendizagem significativa com o objetivo de que os alunos desenvolvessem as competências e habilidades sugeridas no novo exame. Assim, munido do referencial Ausubeliano, o problema de pesquisa pode ser assim enunciado: verificar se parte do material que fará parte da apostila a ser por mim elaborada é potencialmente significativa para compor o material didático da segunda série do Ensino Médio da Escola Medianeira de Soledade, RS.

Cabe ressaltar que a parte do material de que fala o problema de pesquisa compõe-se de questões vinculadas ao estudo do Triângulo Retângulo, uma vez que os alunos com os quais pesquisei já conheciam o referido conteúdo, o que me possibilitou investigar, de acordo com o referencial ausubeliano, seus conhecimentos prévios. Ademais, tal conteúdo consta no Plano de Ensino da disciplina de Matemática do Colégio Medianeira desenvolvido no terceiro bimestre da segunda série do Ensino Médio, período em que foi elaborada a proposta pedagógica desta dissertação.

Assim, para evidenciar esta minha caminhada como professor-pesquisador, elaborei a presente dissertação estruturada em cinco capítulos. O primeiro é esta introdução. O segundo traz os aspectos interessantes a respeito da metodologia utilizada para a realização da mesma..O terceiro tece algumas considerações sobre aprendizagem significativa, especialmente as ideias defendidas por Ausubel que se referem, em especial, à priorização da Aprendizagem Cognitiva, que é a integração do conteúdo aprendido numa edificação mental ordenada - a Estrutura Cognitiva – também, neste capítulo, às novas concepções advindas com o novo ENEM, além de fazer referência ao Plano Nacional Curricular. O quarto capítulo trata da análise dos dados obtidos com a pesquisa e, por fim, no quinto, algumas considerações sobre a pesquisa que, longe de serem definitivas, apontam para a continuidade da mesma. Assim, no próximo capítulo descrevo a metodologia que escolhi para orientar a dissertação.

2 CONFIGURANDO OS CAMINHOS DA PESQUISA

Neste capítulo, dedico-me a evidenciar os caminhos que me levaram ao campo empírico da pesquisa. Conforme expressei no capítulo I, realizei-a em um turma de segundo ano do Ensino Médio do Colégio Medianeira, em Soledade – RS. Inicialmente, solicitei à direção do Colégio permissão para a realização do trabalho, tendo obtido apoio irrestrito.

Os alunos que participaram da pesquisa, em sua maioria, convivem há bastante tempo, uma vez que estudam no mesmo Colégio desde as Séries Iniciais. Também é possível observar que a turma tem um bom relacionamento entre si e com os professores, mesmo que não seja possível afirmar que todos possuam características comuns quanto "à facilidade" na aquisição de conhecimentos. A referida turma é composta de 14 alunos, dos quais 13 são egressos do Ensino Fundamental da própria instituição, o que facilita a análise dos resultados, que tem como objetivo maior a verificação de uma aprendizagem significativa e, posteriormente, uma adequação do material didático, por mim elaborado, à proposta dos Parâmetros Curriculares Nacionais e ao novo ENEM.

Ao serem informados de que eu era mestrando em Ensino de Ciências Exatas e que junto a eles desenvolveria um trabalho pedagógico o qual resultaria em minha dissertação, os alunos prontamente concordaram em dele participar como sujeitos da pesquisa. Portanto, todos realizaram as atividades organizadas por mim, às quartas -

feiras pela manhã, nos meses de agosto e setembro do ano de 2009., local e data das aulas.

A turma não pode se considerada indisciplinada, porém, pude perceber que, ao trabalhar com resolução de problemas, os alunos, no início, sentiram-se incomodados e, em alguns momentos,bastante agitados. Embora desejassem resolver os problemas, a todo momento, questionavam-me sobre quais seriam "as respostas".Tornou-se evidente, portanto, a diferença de se trabalhar com uma lista de exercícios, a qual, para mim, gera apenas respostas que usualmente não estimulam maiores reflexões acerca do conteúdo em estudo. Ao optar por esta metodologia de trabalho, estava ciente de que meus alunos sentiriam desconforto, angústia e até mesmo ficariam "incomodados", mas, penso, que é por meio deste tipo de atividade que se pode auxiliá-los na busca por respostas corretas a partir da experimentação e, logo, traçar novas estratégias de resolução.

Assim, a partir do problema de pesquisa elencado no capítulo 1, elaborei os objetivos, que sinteticamente podem ser assim descritos: fazer um levantamento sobre as concepções prévias dos alunos da referida turma acerca do assim chamado "Teorema de Pitágoras"[2], buscando identificar os subsunçores presentes; verificar se a prática pedagógica proposta foi potencialmente significativa para ancorar novos conhecimentos na turma e se o "projeto piloto" por mim desenvolvido poderá servir de subsídio para a elaboração do material didático.

Dessa maneira, para dar conta do problema de pesquisa e dos objetivos que dele advieram, inicialmente, elaborei um pré-teste composto de 5 questões que figuravam em ENEMs anteriores, provas do Exame Nacional para Certificação de Jovens e Adultos (ENCEJA) e simulados on line, tais como Guia do Estudante, Ângulo Vestibulares, Curso Objetivo, Editora Abril e outros. Minha escolha também esteve atrelada ao fato de que os meios de comunicação e os simulados citados acima problematizavam questões similares.

Cabe também evidenciar que, ao elaborar o pré-teste, inspirei-me nos estudos de Dullius (2009) e Refeldt (2009), uma vez que ambas, em seus doutoramentos, utilizaram esta metodologia em suas pesquisas. Nas palavras de Refeldt (2009, p. 113), em sua tese de Doutorado:

---

[2] Mesmo que não seja objetivo desta dissertação problematizar a autoria do Teorema que leva o nome do matemático Pitágoras, optei por usar aspas ao mencioná-lo, uma vez que estou ciente de que há indícios de que o referido teorema já era utilizado em épocas anteriores àquela vivida por Pitágoras.

> O pré-teste piloto disponível foi aplicado no primeiro semestre de 2008 e teve como objetivo observar quais habilidades (...), entendidas como subsunçores conforme a teoria de Ausubel (2003), estavam presentes na estrutura cognitiva dos alunos da disciplina de Pesquisa Operacional.

Já Dullius (2009) utilizou o pré-teste com o objetivo de avaliar se os alunos possuíam os subsunçores necessários para ancorar o conteúdo de equações diferenciais.

Percebe-se que para as referidas autoras, o pré-teste teve função decisiva, já que com a utilização deste recurso pode-se analisar de forma mais precisa o crescimento dos alunos após uma conjuntura de processos articulados que têm objetivos pré-propostos.

Assim, elaborado o instrumento de pesquisa, organizei as orientações para sua aplicação, sendo que os alunos deveriam resolver os problemas individualmente e sem consulta a materiais (apostilas, livros, calculadoras, etc...). Também foram instruídos a não apagar eventuais rascunhos ou cálculos, pois havia espaço suficiente para a resolução. Quanto ás dúvidas relativas à interpretação ou à resolução dos problemas , o aluno não contaria com a minha intervenção; estando, portanto, ciente do objetivo do questionário. O tempo de duração do mesmo foi de 50minutos.

Por conseguinte, na primeira aula, apliquei o pré-teste, buscando analisar os conhecimentos prévios dos alunos, ou seja, de acordo com Ausubel (2000), os subsunçores preexistentes, servindo este procedimento de apoio para evidenciar possíveis dificuldades e também facilidades, favorecendo o julgo das áreas que mais necessitariam da minha atenção. Este instrumento também contemplou as possibilidades de observação das habilidades - conforme matriz de referência de Matemática e suas Tecnologias para o ENEM 2009 - a seguir:

> • H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional;
>
> • H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais;
>
> • H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma;
>
> • H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (GUIA DO ESTUDANTE E O NOVO ENEM, 2009, p.14)

Vale pontuar que a utilização do pré-teste está de acordo com o referencial ausubeliano e que, por meio do referido instrumento, procurei avaliar se os subsunçores estavam presentes nos alunos da segunda série do Ensino Médio. Para fins de análise, considerei que, para o subsunçor estar presente, cada uma das questões deveria ter um índice de acertos maior ou igual a 70%. As porcentagens de acertos ou erros, algumas respostas, a presença dos subsunçores e a observação das habilidades serão apresentadas em capítulo próprio.

Na segunda aula, procurei despertar a curiosidade e o interesse dos alunos quanto ao conteúdo trabalhado, utilizando dados históricos sobre o Teorema de Pitágoras, algumas de suas aplicações, alguns pensamentos do filósofo e matemático e, além disso, solicitei-lhes a demonstração do Teorema. Tal procedimento também visava a oportunizar aos alunos um conhecimento mais amplo do que veriam na prática, além de verificar suas aplicações em dados cotidianos. A validação desta metodologia será discutida mais tarde.

Assim, na terceira aula, pude avançar para a resolução de problemas, momento em que os alunos deveriam aplicar na prática seus conhecimentos a respeito do Teorema de Pitágoras. Eles receberam em material xerografado cinco problemas, deveriam resolvê-los e, para tanto, os mesmos dispunham de lápis, caneta, borracha, régua e transferidor.

Igualmente, na quarta aula, segui com resolução de problemas envolvendo o Teorema de Pitágoras, usando a mesma metodologia da aula anterior, porém, nesta, permiti o uso de calculadora, ciente de que haveria necessidade, pois o grau de dificuldade dos problemas foi aumentado, acrescentando aos dados números decimais, bem como soluções irracionais. As implicações dessas mudanças serão analisadas posteriormente.

Na quinta aula, iniciei o estudo da Trigonometria por meio do Triângulo Retângulo, mostrando as Razões ou Relações Trigonométricas do Triângulo Retângulo; em seguida, a demonstração do seno, co-seno e tangente dos ângulos de 30□, 45□ e 60□. Foi, portanto, uma maneira de ampliar o conteúdo adquirido em determinada situação, mostrando relações entre as aprendizagens que são adquiridas e a importância que estas têm em um todo.

Também, na sexta aula, seguindo a metodologia usada anteriormente, trabalhei a partir de problemas, contemplando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo e, consciente de que as "dificuldades" seriam maiores, sugeri a formação de duplas para discussão das questões. Ainda, na sétima aula, retomando o trabalho individual, dediquei –a à resolução de problemas, almejando os situacionais, visando a uma maior complexidade dos conteúdos, bem como uma maior relação dos já estudados.

E, finalmente, na oitava aula, apliquei um pós-teste a fim de avaliar a aprendizagem dos alunos. Com este recurso, busquei avaliar se as estratégias elencadas e utilizadas foram ou não satisfatórias e que outras maneiras poderiam facilitar a aprendizagem de modo a fazer com que acontecesse de maneira significativa. Portanto, com a aplicação do pós-teste, avaliei mais que os alunos, mas também minha metodologia e desempenho. A validação, o desempenho e as metodologias das referidas aulas serão melhor esclarecidas no quarto capítulo.

No decorrer das aulas, à medida que os alunos trabalhavam, eu passava pelas classes auxiliando-os, encorajando-os e também fornecendo “dicas” que eu supunha pudessem encorajá-los na busca de soluções. Nesse sentido, penso ser necessário pontuar que, durante todo o processo de investigação em sala de aula, atuei como pesquisador e professor. Por um lado, como pesquisador, estive especialmente atento ao modo como os alunos reagiam diante dos problemas que eu propunha, analisando suas ideias e estratégias de resolução. Por outro, o professor Jefferson procurava agir como um “facilitador da aprendizagem”, ocasião em que constantemente me via respondendo algumas das muitas perguntas que me eram feitas, tendo, contudo, o cuidado de não me permitir “dar respostas”.

Após a maioria dos alunos solucionar os problemas, solicitei que alguns deles se dirigissem ao quadro-negro para explicitar os caminhos que os levaram à solução dos mesmos. Optei por tal estratégia por saber ser usual os alunos construírem estratégias diferentes em suas resoluções, inclusive algumas delas não conduzindo às respostas corretas. Nessas ocasiões, pude verificar que meus alunos não se sentiam constrangidos ao transcreverem suas soluções no quadro e mostravam-se receptivos aos comentários meus e dos colegas.

Sinteticamente, os procedimentos metodológicos podem ser elencados:

QUADRO1 – Cronograma de aulas.

Aula 01	Aplicação do pré-teste;
Aula 02	Uma breve abordagem histórica do Teorema de Pitágoras e algumas de suas aplicações;
Aula 03	Resolução de problemas;
Aula 04	Resolução de problemas;
Aula 05	Demonstração das Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo;
Aula 06	Resolução de problemas;
Aula 07	Resolução de problemas;
Aula 08	Aplicação do pós-teste.

No próximo capítulo, será concedido um maior aprofundamento quanto às teorias que nortearam esta dissertação com vistas a melhor elucidar o que se objetivou com as práticas referenciadas anteriormente.

3 APORTES TEÓRICOS

Neste capítulo, abordo questões acerca da Teoria da Aprendizagem Significativa de Ausubel, além de valer-me de outros autores, tais como Moreira (2004), Rehfeldt (2009) e Dullius (2009). Também destaco aspectos que considerei relevantes nos Parâmetros Curriculares Nacionais e do Novo Exame Nacional do Ensino Médio. Início minha argumentação com os estudos acerca da Aprendizagem Significativa.

3.1 Aprendizagem significativa: algumas considerações

A aprendizagem dos alunos deve ser o foco dos educadores, buscando que esta ocorra de forma significativa, de uma maneira que os conhecimentos não sejam adquiridos "superficialmente", mas que ocorram conexões entre o conteúdo e o cotidiano do aluno. Nesse sentido, a utilização de novas metodologias educacionais pressupõe uma análise e reflexão sobre o que se pretende mudar no fazer pedagógico e, para tanto, é necessário um estudo aprofundado do referencial teórico que embasa tais metodologias, em especial, quando estas possuem um caráter dito "Inovador".

Assim, busco através do principal aporte teórico, David Paul Ausubel, o qual vê e estuda a aprendizagem em uma perspectiva mais significativa, o que se identifica com minha busca quanto ao conhecimento de meus alunos. Dessa maneira, nos parágrafos posteriores, é possível perceber com mais propriedade a sua importância para esta dissertação e encontrar embasamento suficiente quanto a uma abordagem cognitivista da aprendizagem, conforme a teoria da aprendizagem significativa do referido autor. Moreira (1999, p.152) o define da seguinte maneira:

> Ausubel é um representante do cognitivismo, e como tal, propõe uma explicação teórica do processo de aprendizagem, segundo o ponto de vista cognitivista, embora reconheça a importância da experiência afetiva. Para ele, aprendizagem significa organização e integração do material na estrutura cognitiva.

Deste modo, mesmo entendendo a importância dada pelas teorizações ausubelianas a experiência afetiva e motora, a presente dissertação enfatiza a dimensão cognitiva. Assim, ao longo deste capítulo, abordo os conceitos de Ausubel, em especial, os que fazem alusão à noção

> (...) de aprendizagem significativa, definida dessa maneira, torna-se nesse momento o eixo central da teoria de Ausubel. Efetivamente, a aprendizagem significativa tem vantagens notáveis, tanto do ponto de vista do enriquecimento da estrutura cognitiva do aluno como do ponto de vista da lembrança posterior e da utilização para experimentar novas aprendizagens, fatores que a delimitam como sendo a aprendizagem mais adequada para ser promovida entre os alunos. (PELIZZARI; KRIEGL; BARON; FINCK;DOROCINSKI; 2002, p.39).

Ainda, mostrando a importância da teoria de Ausubel para estudos sobre a aprendizagem, Moreira afirma que:

> Como outros teóricos do cognitivismo, ele se baseia na premissa de que existe uma estrutura na qual essa organização e integração se processam. É a estrutura cognitiva, entendida como o conteúdo total de idéias de um certo indivíduo e sua organização; ou, conteúdo e organização de suas idéias sem uma área particular de conhecimentos. É o complexo resultante dos processos cognitivos, ou seja, dos processos por meio dos quais se adquire e utiliza o conhecimento. (MOREIRA, 1999, p.52)

Entretanto, sabendo os meios pelos quais se procede a aprendizagem, vê-se que o ensino da Matemática não se deve limitar à mera transmissão de conhecimentos, que provoca, entre os alunos, falta de estímulo e motivação. Ainda definindo a teoria de Ausubel, Moreira explica:

> O conceito central da teoria de Ausubel é o de *aprendizagem significativa*. Para Ausubel, aprendizagem significativa é um processo por meio do qual uma nova informação relaciona-se com um aspecto especificamente relevante da estrutura de conhecimento do indivíduo, ou seja, este processo envolve a interação da nova informação com uma estrutura de conhecimento específica, a qual Ausubel define como *conceito subsunçor*, ou simplesmente *subsunçor*, existente na estrutura cognitiva do indivíduo (MOREIRA, 1999, p. 153). [grifos do autor]

Rehfeldt também faz alusão aos subsunçores afirmando que:

> Estes subsunçores mantêm uma relação superordenada com o novo material de aprendizagem, fornecendo uma ancoragem ideacional em termos do que já é familiar para o aprendiz. Isso poderá ocorrer pelo processo anteriormente já definido como integração progressiva. Se o material de aprendizagem for relativamente familiar, pode-se utilizar um organizador comparativo para integrar novas ideias com conceitos basicamente semelhantes na estrutura cognitiva ou para aumentar a capacidade de discriminação entre as ideias novas e as já existentes, que são essencialmente diferentes, mas confusamente semelhantes, através da reconciliação integradora. (REHFELDT2009, p.48).

Os excertos acima permitem inferir que tornar os conteúdos mais próximos das vivências do aluno deve ser uma meta a ser perseguida pelos educadores. Mesmo que os alunos compreendam a necessidade de adquirir determinados conhecimentos com o intuito de serem aprovados num vestibular, sem a motivação do professor, a aprendizagem torna-se sem significado. Como bem apontam Pelizzari; Kriegl; Baron; Finck; Dorocinski (2002, p.38):

> a aprendizagem é muito mais significativa à medida que o novo conteúdo é incorporado às estruturas de conhecimento de um aluno e adquire significado para ele a partir da relação com seu conhecimento prévio. Ao contrário, ela se torna mecânica ou repetitiva, uma vez que se produziu menos essa incorporação e atribuição de significado, e o novo conteúdo passa a ser armazenado isoladamente ou por meio de associações arbitrárias na estrutura cognitiva.

Desta circunstância decorre certo desinteresse pela disciplina que, não raro, traz como consequência o fracasso escolar, fator este que pode ir além do processo de aprendizagem do indivíduo. Nesse caso, muitos alunos costumam recorrer à simples memorização que somente auxilia o aluno para a prova. Conforme Moreira (1999, p.156):

> De acordo com Ausubel, a compreensão genuína de um conceito ou proposição implica a posse de significados claros, precisos, diferenciados e transferíveis. Porém, ao se testar essa compreensão, simplesmente pedindo ao aluno que quais os atributos essenciais de um conceito ou elementos essenciais de uma proposição, pode-se obter apenas respostas mecanicamente memorizadas.

Também, muitas vezes, a conotação negativa à disciplina acaba por desvincular possíveis afinidades que os alunos possam ter, fazendo com que a aprendizagem deixe de ocorrer de uma maneira mais simples. Por isso, o professor deve também se preocupar em desmistificar este conceito que é atribuído à Matemática, mostrando-lhes o quanto o estudo desta disciplina, além de importante, é interessante.

Uma das possíveis causas, a meu ver, deste passado de insucessos na Matemática, pode ocorrer porque algumas metodologias empregadas no ensino não atendem às suas necessidades atuais. Dessa maneira, as que buscam alcançar os resultados, não observando como se procedeu a aprendizagem, no caso, se a mesma ocorreu, é aparentemente mais simples, já que mostrar estratégias para alcançar o "acerto" é menos dispendioso do que auxiliar o aluno a pensar e refletir sobre suas respostas. Para o aprendiz, este processo também parece mais simples, pois decorar respostas prontas para uma prova é mais rápido e fácil que refletir e raciocinar sobre determinados conhecimentos. Ausubel diz a respeito:

> As tarefas de aprendizagem por memorização, como é óbvio, não se levam a cabo num vácuo cognitivo. Podem relacionar-se com a estrutura cognitiva, mas apenas de uma forma arbitrária e literal que não resulta na aquisição de novos significados. Visto que, por exemplo, os membros de estímulo e de respostas específicos de um determinado par de adjetivos, numa aprendizagem de associação de pares, estão ligados de uma forma puramente arbitrária, não existe base possível para relacionar de modo não arbitrário a tarefa da aprendizagem à estrutura cognitiva de alguém e o aprendiz deve também lembrar-se literalmente da resposta para cada palavra de estímulo (não pode utilizar sinônimos) (AUSUBEL, 2000, p. 4).

Não há, portanto, desenvolvimento cognitivo, já que a mera memorização temporária de determinados conhecimentos não são adquiridos pelo indivíduo, não houve a possibilidades de se dar novos significados aos que já existiam; logo, a ocorrência de aprendizagem deixou de ser evidenciada. Paralelamente a isso, Dullius (2009, p.43-44) enfatiza:

> [...] é essencial que haja uma interação, não arbitrária e não literal entre a nova informação e os conhecimentos prévios existentes na estrutura cognitiva do estudante, definidos como conceitos subsumçores ou simplesmente subsumçores. Se há essa interação a nova informação se ancora em conceitos e proposições relevantes, preexistentes na estrutura cognitiva do aprendiz adquirindo significado para ele. Portanto, podemos afirma que esta aprendizagem é significativa em contraposição com a aprendizagem mecânica, onde as novas informações são aprendidas de forma arbitrária e substantiva, sem relacionar-se com conceptos subsumidores específicos[3]

Portanto, os conhecimentos novos devem ser agregados aos antigos de maneira a favorecer o conhecimento e não apagar os já existentes. Ainda, nesse mesmo sentido, Moreira e Masini (1982) apud Rehfeldt (2009, p 42)

> [...] conceituam aprendizagem mecânica como sendo a aprendizagem de novas informações, com pouca ou nenhuma associação, com conceitos

---

[3] [...]es esencial que haya una interacción, no arbitraria y no literal, entre la nueva información y los conocimientos previos existentes en la estructura cognitiva del estudiante, definidos como conceptos subsumidores o simplemente subsumidores. Si hay esa interacción, la nueva información se ancla em conceptos o proposiciones relevantes, preexistentes en la estructura cognitiva del aprendiz, adquiriendo significado para sí. Por lo tanto, podemos afirmar que este aprendizaje es significativo en contraposición al aprendizaje mecánico, en que lãs nuevas informaciones son aprendidas de forma arbitraria y sustantiva, sin relacionarse con conceptos subsumidores específicos.

> relevantes existentes na estrutura cognitiva. A nova informação é armazenada de maneira arbitrária e o conhecimento distribuído na estrutura cognitiva sem ligar-se a subsunçores específicos.

Porém, a memorização mecânica não é toda desprezada, já que em várias situações ela pode servir de apoio, pois existem conhecimentos que necessitam de uma parte de memorização, como no caso de fórmulas, mas, de acordo com Ausubel (2003) *apud* Rehfeldt, “[...] isso não quer dizer que não haja algum tipo de associação ou aprendizado” (2009). Dessa forma, como muito bem enfatiza Rehfeldt (2009), “Muitas vezes, alunos desenvolvem mecanismos de memorização em vez de privilegiar o desenvolvimento da aprendizagem significativa”.

Antes de favorecer a mera memorização, o professor precisa verificar que o aluno possui certas habilidades que favorecem a aquisição da aprendizagem, que possui experiências que devem ser relevadas, servindo de alicerce para aprendizagens futuras. Quanto a isso, Dullius enfoca “Na teoria da Aprendizagem significativa de Ausubel o conhecimento prévio é decisivo, porque o aluno traz em si um conjunto de conhecimentos que tem relevância”[4] (2009, p. 43). Os alunos não chegam á escola sem conhecimentos e nem todos apresentam as mesmas facilidades e aprendizagem;logo, o professor deve verificar e utilizar metodologias que possam ajudá-los a aprender, fortalecendo seus conhecimentos anteriores.

Dessa maneira, todas as relações anteriormente estabelecidas pelo aluno são aproveitadas, visto que ele possui capacidades de raciocínio que devem servir de base para que o professor facilite novas aquisições a partir do que já existe. Ainda, conforme Dullius:

> A não arbitrariedade significa que a relação entre o novo item que deve ser aprendido e os itens relevantes da estrutura cognitiva não deve ser arbitraria ou ao acaso. A nova informação de interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva vinculando-se a conceitos subsumiçores específicos. Deve existir uma relação lógica e explícita entre a nova informação e algumas outras que já existem na estrutura cognitiva do indivíduo[5]. (DULLIUS, 2009, p. 44)

---

[4] En la teoría de Aprendizaje Significativo de Ausubel el conocimiento previo, es decir, lo que el alumno trae en su conjunto de conocimientos adquiridos tiene relevância.

[5] La no arbitrariedad significa que la relación entre el nuevo ítem que debe ser aprendido y los ítems relevantes de la estructura cognitiva no debe ser arbitraria o al azar. La nueva información debe interaccionar con conceptos relevantes existentes en la estructura cognitiva vinculándose a conceptos subsumidores específicos. Debe existir una relación lógica y explícita entre la nueva información y algunas otras que ya existen en la estructura cognitiva del individuo. (DULLIUS, 2009, p.44)

Com isso, tanto o ambiente como a motivação são influenciáveis nas reações do indivíduo, inclusive na aprendizagem. Assim, segundo a teoria de Ausubel, "os fatores cognitivos e de motivação interpessoal influenciam, sem dúvida, o processo de aprendizagem de forma concomitante e é provável que interajam mutuamente de várias formas." (2000, p. 23). Nesse sentido, ver-se-á a importância que o ambiente escolar favorável tem na aprendizagem, por isso, o professor de Matemática que busca um ensino mais integrado a novas práticas deve aproveitar as relações sociais históricas e culturais para fortalecer a importância dos conteúdos transmitidos e ainda possibilitar que estas relações entre os alunos possam auxiliar a aprendizagem através de trocas. Por isso "a aprendizagem escolar não tem lugar num vácuo social, mas antes em relação com outros indivíduos, os quais – além de manifestarem vários laços emocionais pessoais – agem largamente como representantes impessoais da cultura". (Ausubel, 2000, p.23). O teórico em estudo, David Paul Ausubel, demonstra, em sua teoria, o papel importante da aprendizagem significativa. Conforme ele:

> Antes de sequer se desejar manipular, de uma forma eficaz, o ambiente da aprendizagem na sala de aula, tendo como objectivo a aquisição óptima de matérias potencialmente significativas, ter-se-ia, em primeiro lugar, de saber muito mais acerca dos princípios organizacionais e de desenvolvimento através dos quais os seres humanos adquirem e retêm conjuntos de conhecimentos estáveis. (AUSUBEL, 2000, p. 23)

Vê-se, então, a necessidade do educador saber muito mais que seu conteúdo, ou seja, o funcionamento cognitivo de seus alunos, buscando maneiras para que o trabalho em sala de aula se torne significativo o bastante para ser retido. O próprio Ausubel (2000, p.8) argumenta:

> A aprendizagem significativa constitui apenas a primeira fase de assimilação mais vasto e inclusivo, que também consiste na própria fase sequencial natural e inevitável da retenção e do esquecimento. A Teoria da Assimilação explica a forma como se relacionam de modo selectivo, na fase de aprendizagem, novas ideias potencialmente significativas do material de instrução com ideias relevantes, e, também, mais gerais e inclusivas (bem como mais estáveis), existentes (ancoradas) na estrutura cognitiva. Estas ideias novas interagem com as ideias relevantes ancoradas e o produto principal desta interacção torna-se, para o aprendiz, o significado das ideias de instrução acabadas de introduzir. Estes novos significados emergentes são, depois, armazenados (ligados) e organizados no intervalo de retenção (memória) com as ideias ancoradas correspondentes.

Percebe-se, segundo essa teoria, como a memória age de maneira seletiva, instintivamente, escolhendo informações necessárias para os indivíduos e descartando, ou seja, esquecendo os fatos cuja importância não é relevante. Quando conteúdos significativos ficam “estáveis”, os demais que vêm a acrescentar, “ancoram-se” nestes de maneira a ampliar significados. Rehfeldt (2009, p.30) acrescenta que:

> De acordo com a concepção ausubeliana, o professor deve diagnosticar os conhecimentos do aluno acerca de situações de ensino que possibilitem promover a ancoragem das demais informações, caracterizando, assim, uma aprendizagem significativa. Um pré-teste pode diagnosticar conhecimentos prévios existentes relativos aos temas em estudo.

Portanto, se um determinado conteúdo de Matemática é mostrado ao aluno de maneira a parecer desnecessário, irrelevante, este, de maneira inconsciente esquece estas informações. Há, então, a necessidade do professor conhecer como se procede a aprendizagem e buscar metodologias diferenciadas que possam ajudar na retenção destas informações. Para Ausubel, de acordo com Waal e Telles (2004, p. 02), o conjunto dos resultados das “experiências de aprendizagem de uma pessoa (sua estrutura cognitiva) está organizado em conglomerados hierarquizados de conhecimentos [...] Se o receptor da informação consegue ‘ancorar’ o conhecimento novo no conhecimento velho de forma interativa, ocorrerá uma ‘aprendizagem significativa’”. E estas relações entre conhecimento novo e antigo vão servindo de apoio para mais outros tecerem a aprendizagem. Ainda, para Ausubel:

> [...] os processos de assimilação na fase da aprendizagem significativa incluem: (1) ancoregem selectiva do material de aprendizagem às ideias relevantes existentes na estrutura cognitiva; (2) interacção entre as ideias acabadas de introduzir e as ideias relevantes (ancoradas), sendo que o significado das primeiras surge como o produto desta interecção; e (3) a ligação dos novos significados emergentes com as ideias ancoradas correspondentes no intervalo de memória (retenção). (AUSUBEL 2000, p.8)

Nesse sentido, a aprendizagem acontece a partir de vários processos de *ancoragem*, sendo que assuntos que despertam interesse, que são mais relevantes para o indivíduo, servirão de apoio para as próximas aprendizagens. Assim, para iniciar um processo de aprendizagem, o professor precisa vincular o conteúdo a ser transmitido a algo que tenha sentido para o aluno, importância e seja do cotidiano deste para que este vínculo, ou seja, esta realidade do aluno possa servir como *ancoragem* para os conhecimentos que o professor está transmitindo. Ademais, de acordo com Ausubel (2003, p. 44) apud Dullius:

> [...] se podem apreender e reter novas ideias e informações, de forma significativa e mais eficaz, quando já estão disponíveis conceitos ou proposições adequadamente relevantes e tipicamente mais inclusivos, para desempenharem um papel de subsunção ou fornecerem uma ancoragem ideal às ideias subordinadas [...] (DULLIUS, 2009, p.44)

Há uma mudança no conceito anterior já que, através da ancoragem, os conhecimentos vêm a somar mais ideias, além destas tornarem-se mais concretas, mais difíceis de serem esquecidas. Para Ausubel (2003, p. 108) apud Rehfeldt (2009, p.43),

> [...] algum tempo depois de ocorrer a aprendizagem, quando começa esta segunda fase – a da assimilação obliterante –, as ideias acabadas de apreender começam a tornar-se, progressivamente, menos dissociáveis (recuperáveis) das respectivas ideias ancoradas, como entidades por direito, até deixarem de estar disponíveis e se afirmar estarem esquecidas. Quando a força de dissociabilidade de a. desce abaixo de um determinado nível crítico (o limiar de disponibilidade), já não é de todo recuperável. Acaba por se chegar a um ponto nulo de dissociabilidade e A.a. sofre mais reduções até A. ou até ao próprio A – a ideia ancorada original.

Percebe-se que a possibilidade de esquecimento é quase nula quando ocorre a ancoragem, tornando as ideias quase indissociáveis. Nesse sentido, quanto à importância da teoria de Ausubel para a educação, Palomino (1996), em trabalho desenvolvido quando das mudanças ocorridas no Sistema de Ensino do Peru, defendia que elas deveriam nortear-se pela teoria de Ausubel e a respeito disso coloca o pensamento do teórico sobre aprendizagem significativa

> A essência do processo de aprendizagem significativa é que as ideias expressas simbolicamente são relacionadas às informações previamente adquiridas pelo aluno através de uma relação não arbitrária e substantiva (não literal). Uma relação não arbitrária e substantiva significa que as ideias são relacionadas a algum aspecto relevante existente na estrutura cognitiva do aluno, como, por exemplo, uma imagem, um símbolo, um conceito ou uma proposição. (AUSUBEL, 1983, p. 18 apud PALOMINO, 1996, tradução do autor)[6].

De tal colocação, é possível depreender os tipos de aprendizagem identificados por Ausubel que Waal e Telles (2004) sistematizaram da seguinte forma: 1- Significativa por recepção (o aprendiz recebe conhecimentos e consegue relacioná-los com os da estrutura cognitiva que já tem); 2- Significativa por descoberta (o aluno chega ao conhecimento por si só e consegue relacioná-lo com os anteriormente adquiridos); 3- Mecânica por recepção (o aprendiz recebe conhecimentos e não consegue relacioná-los com os da estrutura cognitiva que já tem); 4- Mecânica por

---

6 Un aprendizaje es significativo cuando los contenidos: Son relacionados de modo no arbitrario y sustancial (no al pie de la letra) con lo que el alumno ya sabe. Por relación sustancial y no arbitraria se debe entender que las ideas se relacionan con algún aspecto existente específicamente relevante de la estructura cognoscitiva del alumno, como una imagen, un símbolo ya significativo, un concepto o una proposición (AUSUBEL; 1983; 18). TEORÍA DEL APRENDIZAJE SIGNIFICATIVO DE DAVID AUSUBEL, PALOMINO-DELGADO-VALCARCEL (1996) Disponível em: <teleformacion.cujae.edu.cu/.../TEORÍA%20DEL%20APRENDIZAJE%20SIGNIFICA>

descoberta (o aluno chega ao conhecimento por si só e não consegue relacioná-lo com o de acordo com Ausubel:

> A aprendizagem *representacional* (tal como a atribuição de um nome) aproxima-se da aprendizagem por memorização. Ocorre sempre que o significado dos símbolos arbitrários se equipara aos referentes (objectos, acontecimentos, conceitos) e tem para o aprendiz o significado, seja ele qual for que os referentes possuem. A aprendizagem representacional é significativa, porque tais proposições de equivalência representacional podem relacionar de forma não arbitrária, como exemplares a uma generalização existente na estrutura cognitiva de quase todas as pessoas, quase desde o primeiro ano de vida – de que tudo tem um nome e que este significa aquilo que o próprio referente significa para determinado aprendiz. (AUSUBEL, 2000, p. 1)

Dessa forma, a aprendizagem representacional por recepção significativa pode ser semelhante à memorização, porém, diferencia-se desta devido as relações que ela – a memorização- estabelece entre referente e significado. Conforme Ausubel, a aprendizagem por descoberta "reside no facto de o conteúdo principal daquilo que deve ser aprendido ser descoberto (...) o aprendiz deve em primeiro lugar descobrir este conteúdo, criando proposições que representem soluções para os problemas suscitados" (2000, p.28). Assim, o professor de Matemática deve propor atividades que facilitem a descoberta dos alunos antes dele explicar todo o conteúdo com conceitos; havendo a necessidade, portanto, de incentivar a busca passo a passo a fim de a aprendizagem tornar-se mais dinâmica e não mais tão restrita e ser transmitida somente pelo professor.

Ausubel, portanto, "distingue três tipos de aprendizagem significativa: representacional, de conceitos e proposicional" (Moreira, 1999, p. 157). "A aprendizagem representacional é o tipo mais básico de aprendizagem significativa, do qual os demais dependem. Envolve a atribuição de significados e determinados símbolos" (Moreira, 1999, p.157). Nesta aprendizagem significativa, o indivíduo cria referências com significados a fim de garantir que este conhecimento seja apreendido. "A aprendizagem de conceitos é, de certa forma, uma aprendizagem representacional, pois conceitos são também representados por símbolos particulares, porém são genéricos ou categóricos, representam abstrações dos atributos essenciais dos referentes (...)" (Moreira, 1999, p. 157). "Na aprendizagem proposicional, contrariamente à aprendizagem representacional, a tarefa não é aprender significativamente o que palavras isoladas ou combinadas representam, mas sim aprender o significado de ideias sem forma de proposição". (Moreira, 1999, p.157).

Destaca-se, como importante aspecto, que Ausubel desenvolveu sua teoria a partir da prática em sala de aula, ou seja, da realidade escolar como ela se apresenta e não apenas como vista por grande parte dos teóricos que desenvolvem seus estudos nas academias, distantes do dia-a-dia escolar. Esta aproximação fornece dados mais concretos para a sua teoria. Ausubel (2000, p.25) ainda considera que um dos motivos para tais problemas na educação acontece porque muitos dos estudos e investigações acerca de teorias da aprendizagem são realizadas por profissionais que não atuam diretamente em sala de aula, não podendo, assim, pôr em prática seus estudos e, ainda, acrescenta

> Também têm estado em demasiado orientados para o melhoramento de determinadas capacidades académicas ou métodos de instrução, em vez de o estarem para a descoberta de princípios mais gerais que afectam o melhoramento da aprendizagem na sala de aula e a instrução como um todo. (AUSUBEL, 2000, p. 25).

Assim, vê-se que os professores, na maioria das vezes, não têm como buscar uma aprendizagem mais significativa, já que esta lhes faltou em sua passagem acadêmica. No entanto, embora não se configure tarefa fácil motivar a aprendizagem, com fatos e situações do mundo atual, de uma ciência que foi criada e desenvolvida em outros tempos em função do contexto daquela época, com realidade, percepções e necessidades que, hoje, parecem estranhas, a necessidade desta motivação ainda é importante. Para um aluno que precisa cumprir uma tarefa, um enfoque imediatista é essencial, mas obviamente a educação matemática não se esgota aí. É quando se apela para o histórico, cultural, [...]. (D'Ambrósio, 2004, p. 30-31).

Portanto, verifica-se a necessidade de educadores, além de conhecerem aspectos importantes de sua disciplina, terem uma fundamentação teórica atual, a qual possa nortear suas práticas de maneira a dar mais significado aos conteúdos que são trabalhados e, assim, auxiliar os alunos na aprendizagem, alcançando de maneira verdadeira e não utopicamente os objetivos traçados. Dessa maneira, a seguir, far-se-á referência ao que o Plano Curricular Nacional evidencia quanto ao ensino de Matemática, fazendo referência às teorias analisadas neste capítulo e também sobre as mudanças ocorridas no novo Exame Nacional do Ensino Médio a respeito do ensino de Matemática, principalmente no que diz respeito ao que está sendo abordado nesta dissertação.

3.2 Parâmetros Curriculares Nacionais e Exame Nacional do Ensino Médio – Referenciais para uma aprendizagem significativa.

Esta dissertação surge como uma possibilidade de solucionar algumas preocupações que tenho como professor de Matemática e organizador de apostilas para o Ensino Médio. Minha tentativa é buscar alternativas que possam proporcionar uma aprendizagem significativa dos conteúdos em questão, a partir de teorias e pressupostos dos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs), bem como do novo Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM).

Assim, com o objetivo de buscar maneiras mais eficazes de mostrar o conteúdo, busquei, nos pressupostos acima citados, embasamentos que pudessem tornar a Matemática mais atrativa, utilizando assim aspectos históricos da disciplina e resolução de problemas.

Sabe-se que as abordagens históricas podem ser utilizadas como ponto de partida para o ensino de determinado conteúdo a fim de aguçar a curiosidade do aluno sobre o mesmo, além de servir como incentivo. Também se pode reforçar a importância que a Matemática tem desde épocas mais remotas. Sobre a importância da introdução histórica, destacam-se nos Parâmetros Curriculares Nacionais (PCNs) os seguintes argumentos:

> A História da Matemática pode oferecer uma importante contribuição ao processo de ensino-aprendizagem dessa área do conhecimento. Ao revelar a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento.
>
> [...] Em muitas situações, o recurso à História Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns porquês e, desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento.
>
> Assim, a própria história dos conceitos pode sugerir caminhos de abordagem deles, bem como os objetivos que se pretendem alcançar com eles (PCNs, 1999, p.42-43).

Percebe-se, portanto, como a Matemática, que é uma ciência exata, pode, quando relacionada à sua história, adquirir atribuições humanas capazes de facilitar a relação entre disciplina e aluno. Além de também favorecer o conhecimento da evolução, partindo do pressuposto que ele, enquanto aluno, faça parte desta evolução quando inserido na aula que está sendo transmitida e na matemática do seu cotidiano, da sua vida. Partindo do histórico da Matemática, pode-se responder com mais propriedade os “porquês” de aprender determinado conteúdo, já que se tem à mão respostas mais concretas sobre seus usos. Ainda, os PCNs fundamentam

> [...] a Matemática como uma criação humana, ao mostrar necessidades e preocupações de diferentes culturas, em diferentes momentos históricos, ao estabelecer comparações entre os conceitos e processos matemáticos do passado e do presente, o professor cria condições para que o aluno desenvolva atitudes e valores mais favoráveis diante desse conhecimento. (BRASI, PCN DE MATEMATICA, 1988, p. 48).

Estas atitudes, diante do que será ensinado, favorecerão a ocorrência da aprendizagem significativa, haja vista o conhecimento fazer parte de outros mais próximos do humano, da história com a qual o aluno pode fazer relações com outras aprendizagens, além de despertar mais interesse e não partir de conceitos prontos e distantes da até então compreensão do aluno. Quanto à história da Matemática, D’Ambrósio (1996, p.10) escreve sobre sua importância em diferentes aspectos, como:

> a. Para situar a matemática como uma manifestação cultural de todos os povos em todos os tempos, como a linguagem, os costumes, os valores, as crenças e os hábitos, e como tal diversificada nas suas origens e na sua evolução;
>
> b. Para mostrar que a matemática que se estuda nas escolas é uma das muitas formas de matemática desenvolvidas pela humanidade;
>
> c. Para destacar que essa matemática teve sua origem nas culturas da Antiguidade mediterrânea e se desenvolveu ao longo da Idade Média e somente a partir do século XVII se organizou como um corpo de conhecimentos, com um estilo próprio;
>
> d. E desde então foi incorporada aos sistemas escolares das nações colonizadas e se tornou indispensável em todo o mundo em consequência do desenvolvimento científico, tecnológico e econômico.

À Matemática, mais uma vez são atribuídas características e relações mais humanas, levando em conta aspectos culturais e históricos chegando às mudanças científicas, tecnológicas e econômicas atuais. O professor, aproveitando-se deste conhecimento, pode facilmente elaborar aulas mais atrativas e que, relacionadas ao conteúdo trabalhado, adquirem mais significado; não obstante, vale lembrar que para tais manifestações é necessário que o professor tenha esse conhecimento, além de discernimento da importância dessas escolhas para a aprendizagem de seu aluno. D’Ambrosio enfatiza que as abordagens históricas nas aulas de Matemática servem como motivação para os estudantes ao afirmar que “torna-se cada vez mais difícil motivar os alunos para uma ciência cristalizada. Não é sem razão que a história vem aparecendo como um elemento motivador de grande importância.” (D’Ambrósio, 2004, p.31).

A apresentação de pontos coerentes com o conteúdo trabalhado da história da Matemática representa, portanto, uma boa ferramenta para estabelecer contato com os alunos e fazer com que a aprendizagem que se busca seja significativa. A resolução de problemas como condutor de reflexões e também como elemento significante das aulas também se apresenta como um excelente recurso. De acordo com os PCNs (p.40): “(...) o papel do professor ganha novas dimensões (...) precisará escolher os problemas que possibilitam a construção de conceitos e procedimentos (...)”. Além disso, sobre a resolução de problemas, os PCNs destacam:

> A resolução de problemas, como eixo organizador do processo de ensino e aprendizagem da Matemática, pode ser resumida nos seguintes princípios:
>
> • a situação-problema é o ponto de partida da atividade matemática e não a definição. No processo de ensino e aprendizagem, conceitos, ideias e métodos matemáticos devem ser abordados mediante a exploração de problemas, ou seja, de situações em que os alunos precisem desenvolver algum tipo de estratégia para resolvê-las;
>
> • o problema certamente não é um exercício que o aluno aplica, de forma quase mecânica, uma fórmula ou um processo operatório. Só há problema se o aluno for levado a interpretar o enunciado da questão que lhe é posta e a estruturar a situação que lhe é apresentada;
>
> • aproximações sucessivas de um conceito são construídas para resolver um certo tipo de problema; num outro momento, o aluno utiliza o que aprendeu para resolver outros, o que exige transferências, retificações, rupturas segundo um processo análogo o que se pode observar na História da Matemática;
>
> • um conceito matemático se constrói articulado com outros conceitos, por meio de uma série de retificações e generalizações. Assim, pode-se afirmar que o aluno constrói um campo de conceitos que toma sentido num campo de problemas, e não um conceito isolado em resposta a um problema particular;
>
> • a resolução de problemas não é uma atividade para ser desenvolvida em paralelo ou como aplicação da aprendizagem, mas uma orientação para a aprendizagem, pois proporciona o contexto em que se podem aprender conceitos, procedimentos e atitudes matemáticas.” (PCNS, 2009, p.40-41)

Quando o professor não utiliza situações – problema no trabalho com determinado conteúdo, iniciando com cálculos e outra atividade desvinculada da realidade, favorece o desinteresse do aluno, distanciando-o de uma importante função do ensino da Matemática que é de sua utilização na prática, no cotidiano. Por isso, conceitos só devem ser formulados após diferentes atividades, como problemas que levem o aluno não a simples mecanização de cálculos, mas a uma utilização mais próxima da realidade. Ao abordarem o cotidiano nas situações matemáticas, eles constroem um conhecimento a partir de suas experiências, o que favorece a aprendizagem, já que ocorre uma *ancoragem*. Assim, “(...) se queremos crianças mentalmente ativas durante as aulas de matemática, devemos encorajá-las a relacionar fatos e estar alertas e curiosas durante todo dia" (Kamil, 1994, p. 125 apud Schimitt e Ferreira, 2004, p.17). Portanto, a resolução de problemas possibilita e oportuniza a significação e a contextualização da Matemática, fazendo com que o aluno possa interpretar o mundo que o cerca de maneira mais madura. Conforme o Relatório Pedagógico do ENEM, "Desde o princípio de sua existência a humanidade tem enfrentado situações-problema para poder sobreviver (...) ao longo do tempo, o homem sempre enfrentou situações problema que lhe demandaram esforços constantes de resolução" (2002, p. 2). Justifica-se, portanto, o quanto significa trabalhar com situações - problema, ou seja, é muito mais que atividades, é aproximar o máximo possível com o real; porém, deve-se ter o cuidado para que a utilização deste recurso não seja algo "forçado", que pareça ter relação com a vida do aluno mas está desconfigurado com o cenário real do mundo. Dessa forma, em uma utilização de situação-problema significativa Pires (2006, p.120) diz que:

> o aluno é colocado diante de um problema a resolver, que faz sentido para ele (ele consegue apreender em que contexto aquilo está acontecendo), que contém um desafio e que, ao mesmo tempo, é possível de ser realizado por ele, pelo uso de suas estratégias pessoais (...)

A utilização de situações - problema configura-se então em um elemento importante, mas que deve ser estudado e analisado com coerência pelo professor. Conforme os PCNs:

> Os objetivos do Ensino Médio em cada área do conhecimento devem envolver, de forma combinada, o desenvolvimento de conhecimentos práticos, contextualizados, que respondam às necessidades da vida contemporânea, e o desenvolvimento de conhecimentos mais amplos e abstratos, que correspondam a uma cultura geral e a uma visão de mundo (PCNs, 1999, p. 207)

A necessidade de um ensino de Matemática centrada nas vivências dos alunos os conduz a um aprendizado mais crítico e cidadão. "O Ensino Médio precisa desenvolver o saber matemático, científico e tecnológico como condição de cidadania, e não como prerrogativa de especialistas" (PCNs 1999, p. 210). Esta ideia reforça mais uma vez a necessidade de se utilizar mais problemas que conceitos, já que os últimos são para estudiosos. Tais preceitos também aparecem nos eixos cognitivos "III. Enfrentar situações-problema (SP): selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema". (Ministério da Educação – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira). A utilização de situações-problema também é uma das habilidades buscadas no ENEM: “Dada uma situação-problema, apresentada em uma linguagem de determinada área de conhecimento, relacioná-lo com sua formulação em outras linguagens ou vice-versa”. (Relatório Pedagógico, 2002, p. 16)

O ENEM, seguindo os PCNs, vem como tentativa de tornar as avaliações mais vinculadas às novas teorias. “A realização do Enem 2002 permitiu a consolidação de um modelo de avaliação de desempenho por competências, proposto em 1988 e aperfeiçoado nos anos sucessivos de sua aplicação” (Relatório Pedagógico, 2002, p.7). Assim, a cada ano esta avaliação vem modificando-se, partindo de pressupostos teóricos:

> O Enem se veicula a um conceito mais estrutural e abrangente do desenvolvimento da inteligência e construção do conhecimento. Esta concepção, de inspiração fortemente construtivista, acha-se já amplamente contemplada nos textos legais que estruturam a educação básica no Brasil. Ela privilegia a noção de que há um processo dinâmico de desenvolvimento cognitivo mediado pela interação do sujeito com o mundo com o cerca. (RELATÓRIO PEDAGÓGICO. 2002, p.14).

Como a cada ano o ENEM vem atingindo proporções maiores, e esta última reestruturação fundamenta-se conforme o site do INEP:

> A estrutura conceitual de avaliação do Enem, delineada no Documento Básico, de 1998, que definiu as suas características gerais, vem sendo aprimorada e consolidada a cada aplicação do exame, sem, contudo, afastar-se dos fundamentos estabelecidos na concepção original. O ponto de partida para estruturação do Enem foi o advento da atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, que introduziu importantes inovações conceituais e organizacionais no sistema educacional brasileiro. O ensino médio, que ganhou uma nova identidade como etapa conclusiva da educação básica, recebeu a atribuição de preparar o aluno para o prosseguimento de estudos, a inserção no mundo do trabalho e a participação plena na sociedade

O ENEM, portanto, é uma tentativa de não só testar, mas lançar novas propostas capazes de fazer com que professores reformulem o seu ensinar para atender estes novos modelos. Agora em 2009, o Exame Nacional do Ensino Médio foi reformulado e suas alterações fazem com que professores, como no meu caso, busquem, através de estudo e pesquisa, enquadrar-se neste novo sistema a fim de poder auxiliar seus alunos a obterem resultados positivos. Ocorreram algumas diferenças entre o ENEM tradicional e o novo ENEM, tais como:

> Até 2008, o Enem era uma prova clássica com 63 questões interdisciplinares, sem articulação direta com os conteúdos ministrados no ensino médio, e sem a possibilidade de comparação das notas de um ano para o outro. A proposta é reformular o Enem para que o exame possa ser comparável no tempo e aborde diretamente o currículo do ensino médio. O objetivo é aplicar quatro grupos de provas diferentes em cada processo seletivo, além de redação. O novo exame será composto por perguntas objetivas em quatro áreas do

> conhecimento: linguagens, códigos e suas tecnologias (incluindo redação); ciências humanas e suas tecnologias; ciências da natureza e suas tecnologias e matemáticas e suas tecnologias. Cada grupo de testes será composto por 45 itens de múltipla escolha, aplicados em dois dias. (INEP, 2009)

O ENEM está, portanto, estruturado nas Leis de Diretrizes e Bases da Educação, colocando em prática o que vem estabelecido em forma de leis. Conforme o site do INEP:

> A base epistemológica do Enem, portanto, tem como principal fundamento o conceito de cidadania, dentro de uma visão pedagógica democrática que preconiza a formação ética e o desenvolvimento da autonomia intelectual e do pensamento crítico. Estes são os principais atributos que a LDB relaciona ao perfil de saída do aluno da escolaridade básica. Tomando como referência principal a articulação entre educação e cidadania firmada pela Constituição Federal e ratificada pela LDB, o Enem foi criado com o objetivo de avaliar o desempenho do aluno ao final da escolaridade básica, para aferir o desenvolvimento das competências e habilidades requeridas para o exercício pleno da cidadania. Como primeiro passo para operacionalizar o exame, o Inep elaborou, com a colaboração de especialistas, uma matriz de competências e habilidades que são próprias ao sujeito na fase de Diretrizes Curriculares Nacionais do Ensino Médio e desenvolvimento cognitivo correspondente ao término da escolaridade básica. Este elenco de competências e habilidades associa-se, por sua vez, aos conteúdos curriculares do ensino fundamental e médio. A proposta do Enem já surgiu, portanto, alinhada às que preconizam uma ampla reorganização curricular em Áreas de Conhecimento. Constituem, ainda, referências importantes para a estruturação do Enem dois documentos elaborados pelo Ministério da Educação para orientar os sistemas de ensino e as escolas no desenvolvimento do novo currículo: os Parâmetros Curriculares Nacionais do Ensino Médio (2000) e as Orientações Curriculares para o Ensino Médio (INEP, 2009).

Percebe-se a preocupação que o novo ENEM demonstra a respeito de não só testar conhecimento, mas, ao fazê-lo preconiza a democracia, a cidadania, já que oportuniza que todos tenham acesso à avaliação e, por conseguinte, mais chances de ingressar em uma Universidade. Há também amparo legal e pedagógico em leis e orientações que visam a melhorar não só a oportunidade facilitada de chegar a uma faculdade, mas também de tornar o aprendizado mais significativo.

É evidente a tentativa de, com a reformulação, melhor relacionar os conteúdos de uma maneira que favoreça a interdisciplinariedade, unificando conhecimentos, os quais usamos integrados e não separados por áreas.Alguns motivos que justificam essas mudanças ocorridas no ENEM são: :

> A grande vantagem que o MEC está buscando com o novo Enem é a reformulação do currículo do ensino médio. O vestibular nos moldes de hoje produz efeitos insalubres sobre o currículo do ensino médio, que está cada vez mais voltado para o acúmulo excessivo de conteúdos. A proposta é sinalizar para o ensino médio outro tipo de formação, mais voltada para a solução de problemas. Outra vantagem de um exame unificado é promover a

> mobilidade dos alunos pelo País. Centralizar os exames seletivos é mais uma forma de democratizar o acesso a todas as universidades. (INEP, 2009)

Além disso, o ENEM cria mais oportunidades para que a relação mais efetiva entre conteúdos e áreas aconteça de forma real, conforme prevê o site do INEP :

> A nova organização curricular do ensino médio segue uma tendência internacional de valorizar a formação geral na educação básica. Esta formação requer uma sólida aquisição dos conhecimentos e conteúdos das ciências e das artes, associada ao desenvolvimento de competências e habilidades para operacionalizá-los na solução de problemas. Esta concepção favorece a complementaridade e integração entre os conteúdos das diversas disciplinas e áreas do conhecimento, em contraste com o ensino compartimentalizado dos currículos tradicionais. Em sintonia com esta tendência, o Enem foi concebido como uma prova interdisciplinar, uma das características que o distingue dos vestibulares e exames similares. (INEP, 2009)

Enquanto a maioria dos outros exames "cobrava" aprendizagens seguindo disciplinas separadamente, não proporcionando uma relação entre elas, deixando de tornar o aprendizado mais próximo do real, o ENEM prioriza a interdisciplinaridade, a relação entre as áreas do conhecimento como ocorre nas situações-problema do dia-a-dia. Ademais, a forma diferenciada de o ENEM avaliar, faz com que escolas e professores trabalhem de uma maneira a favorecer este tipo de aprendizagem. De acordo com o site do INEP:

> O modelo de avaliação do Enem também é inovador por romper com a "educação bancária", que concebe o processo de ensino-aprendizagem como uma simples transferência do conhecimento do professor para o aluno, visto como um depositário passivo de quem não se espera mais do que o esforço mecânico de memorização de fatos, regras e conceitos. Ao invés de testar a retenção de conteúdos das diversas disciplinas que compõem o currículo da educação básica, como fazem os vestibulares tradicionais, o Enem exige que o aluno demonstre o domínio de competências e habilidades na solução de problemas, fazendo uso dos conhecimentos adquiridos na escola e na sua experiência de vida .O Enem não mede, portanto, a capacidade do aluno de assimilar e acumular informações, mas como utilizá-las em contextos adequados, interpretando códigos e linguagens e servindo-se dos conhecimentos adquiridos para a tomada de decisões autônomas e socialmente relevantes (Documento Básico). Neste sentido, valoriza muito mais o raciocínio do que a "decoreba". Na perspectiva da prova do Enem, são valorizadas competências transversais requeridas para as tarefas a serem avaliadas – posicionar, julgar e interpretar. Muito embora, como toda avaliação, o Enem ocorra em um contexto artificial, de simulação, suas questões privilegiam situações de vida real. (INEP, 2009)

Como em situações do cotidiano, o aluno, portanto, terá que responder às questões do ENEM. A aprendizagem passa a ter uma função mais real, já que o aluno pode fazer relações com situações que ele próprio vivencia. . Os conteúdos que fazem parte avaliação não são somente conhecimentos que se devem adquirir visando somente à aprovação nos testes de avaliação, mas também aprendizagens que o ajudarão no decorrer de sua vida. Ainda o site do INEP enfatiza:

> O modelo de avaliação do Enem enfatiza, portanto, a aferição das estruturas mentais por meio das quais o conhecimento é continuamente construído e reconstruído e não apenas a memória que, importantíssima na constituição das estruturas mentais, sozinha não consegue fazer o sujeito capaz de compreender o mundo em que vive, particularmente num contexto de aceleradas mudanças sociais, econômicas e tecnológicas. (INEP,2009)

Estas mudanças evidenciam uma proposta em que os conteúdos testados são apresentados em forma de situações-problema. Assim, como recurso das avaliações, estas situações – problema são utilizadas. O site do INEP também justifica a escolha

> Desde os princípios de sua existência a humanidade tem enfrentado situações-problema para poder sobreviver. Em tempos muito distantes de nós, o homem, ainda em seu estado mais primitivo e, portanto, desprovido de qualquer recurso tecnológico, já buscava conhecer a natureza e compreender seus fenômenos, para dominá-la e assim garantir sua sobrevivência como espécie. No entanto, à medida que em seu processo histórico foi alcançando formas mais evoluídas de organização social, seus problemas de sobrevivência imediata foram sendo substituídos por outros. A cada passo de evolução, o homem superava certos problemas abrindo novas possibilidades de uma melhor qualidade de vida, mas, ao mesmo tempo, abria as portas para novos desafios desconhecidos e igualmente importantes para sua continuidade e sobrevivência. Essa é a história da humanidade: um desenrolar contínuo de desafios e situações-problema sempre superados em nome de novas formas de organização social, política, econômica e científica, mais evoluídas e complexas. Pode-se dizer, portanto, que o enfrentamento de situações-problema constitui uma condição que acompanha a vida humana desde sempre. Ou seja, ao longo dos tempos, o homem sempre enfrentou situações-problema que lhe demandaram esforços constantes de resolução. (INEP, 2009).

Nota - se como as situações-problema permeiam nossa existência e como elas vinham sendo esquecidas, mesmo fazendo parte do cotidiano de todos. Porém, mesmo que tal uso mostre tamanha eficácia e importância na aprendizagem, esta estava em desuso e por isso este tipo de avaliação está sendo evidenciado nas provas do ENEM, em todas as áreas da aprendizagem, inclusive na Matemática. Além disso, a crescente modernização e as mudanças na sociedade fizeram com que o nível de situações-problema que o homem teria que enfrentar também se aprimorassem, exigindo muito mais. No site do INEP, reforça-se:

> No entanto, a sociedade contemporânea hoje nos impõe desafios enormes que pedem soluções muito sofisticadas. Cada vez mais tecnológica e globalizada, a sociedade que atravessou os portais deste novo século XXI nos convida à resolução de grandes problemas em virtude das contínuas transformações em todas as áreas do conhecimento. Exige-nos ainda constantes atualizações, seja no mundo do trabalho ou da escola, seja no ritmo e nas atribuições que enfrentamos no cotidiano de nossas vidas. Vale dizer que as situações-problema colocadas pela sociedade atual exigem do homem contemporâneo uma outra qualidade de respostas, à medida que assumem características bem

> diferenciadas daquelas que anteriormente percorreram sua história. (INEP, 2009).

Portanto, a fim de avaliar o desenvolvimento de competências e a aprendizagem dos alunos, o ENEM faz uso das situações-problema:

> (...) as situações-problema estão presentes a cada momento de nossas vidas. Elas presentificam-se dentro de um determinado recorte de tempo e espaço, colocando-nos desafios a serem superados. Na nossa vida cotidiana elas comparecem continuamente exigindo-nos a mobilização de certos recursos para seu enfrentamento e resolução, quer seja no âmbito de nossas relações sociais, pessoais ou afetivas, quer seja na realização de tarefas profissionais ou de outra natureza qualquer. São situações diversas em relação às quais necessitamos assumir posições e tomar decisões que nos ajudem a resolvê-las e superá-las. Para enfrentá-las é preciso ainda saber como agir diante delas, selecionando ações ou procedimentos que consideramos os melhores naquele momento. Isto implica ativar nossos esquemas mentais, mobilizando conhecimentos prévios e transformando-os ou atualizando-os em função daquilo que é novo a cada situação. (INEP, 2009)

Mais uma vez pode-se perceber o quanto práticas metodológicas alicerçadas no mais real possível fortalecem os vínculos que o aluno vai formando à medida que adquire cada conhecimento. Dessa forma, ao usar situações-problema, o professor contribui para que o aluno possa reforçar e integrar conhecimentos adquiridos anteriormente, de maneira a aprender mais facilmente e, principalmente, de forma significativa, garantindo um possível uso daquela aprendizagem em uma dada situação de sua própria vida.

Entretanto, elaborar situações-problema que sejam significativas para o aluno não é um exercício de fácil manobra, que dispense conhecimento do elaborador e também discernimento do que seja realmente próprio para aquela realidade a ser testada. O site do INEP enfatiza:

> Ainda que proposta como uma simulação da realidade, uma boa situação-problema implica estabelecer um contexto de reflexão e criar uma necessidade de resolução, de tal modo que o aluno sinta-se desafiado a cumprir ou alcançar um certo objetivo. Para isto, uma boa situação-problema é estruturada a partir de certas coordenadas que a definem e que, ao mesmo tempo, abrem possibilidades diversas, ou seja, diferentes caminhos para sua solução. Dessa maneira, ao mergulhar na tarefa de resolução, o aluno pode contar com a presença de algumas informações dadas 37 pelo problema que lhe servirão como um norte, uma direção. (INEP, 2009)

Quando nos sentimos motivados a fazer algo, a tarefa parece mais simples e mais prazerosa. Assim, as situações-problema utilizadas pelo professor e/ou responsável pela organização de provas devem instigar o aluno a buscar tal resposta, fazendo-o sentir a necessidade de responder não só por tratar-se de um exame, mas também porque é interessante e possível. Dessa forma, partindo de vários problemas, o aluno poderá chegar a diferentes resultados.

> No entanto, a presença de certos obstáculos faz de uma boa situação-problema algo que resiste aos conhecimentos prévios do aluno, de tal forma que ele necessitará atualizá-los e reformulá-los, elaborando hipóteses e criando novas ideias. Nesse sentido, os obstáculos exercem um papel desafiador, pois o aluno não possui *a priori* todos os elementos ou meios para alcançar a solução da tarefa. Ou seja, os obstáculos requerem do aluno um trabalho intelectual, que se caracteriza como mobilização de seus recursos, operações mentais para atualizar seus esquemas operatórios, tomadas de decisões que implicam a escolha e o risco de adotar uma certa linha de raciocínio. (INEP, 2009)

Para resolver uma determinada situação, aluno precisa utilizar conhecimentos que já possui e ainda realizar processos mentais que o façam aprender para que consiga dessa forma chegar ao resultado almejado. Ele precisará fazer escolhas, as quais poderão ser positivas ou não, assim como na vida real. Além de desenvolver suas capacidades mentais, o discente também cresce como indivíduo atuante na sociedade, na qual suas escolhas refletem em resultados. O site do INEP mostra:

> Todo esse trabalho mental concretiza-se na forma de um “saber fazer”, de um conjunto de procedimentos e estratégias de ações. Pode-se dizer que o contexto de uma situação-problema assim elaborada implica ainda que o aluno gere novas aprendizagens durante a própria realização da tarefa à qual se propõe, ao mesmo tempo em que promove seu desenvolvimento cognitivo. Isto porque é preciso que ele pense sobre o problema proposto, realize coordenações entre as suas várias partes, considerando-as simultaneamente como elementos que se relacionam entre si e com o todo. É preciso ainda que ele pense por hipóteses levantando conjecturas sobre o problema, realize inferências a partir das informações dadas, estabeleça uma linha de argumentação mental e elabore novas idéias (INEP, 2009).

Dessa forma, o aluno é levado a refletir sobre hipóteses, relacionar conhecimentos prévios e, posteriormente, ter uma opinião formada sobre a situação que pretendia resolver. Assim, a aprendizagem ocorre, haja vista serem acrescentadas informações ou mudança de pensamento.

Também conforme o INEP (2009) “A proposta tem como principais objetivos democratizar as oportunidades de acesso às vagas federais de ensino superior, possibilitar a mobilidade acadêmica e induzir a reestruturação dos currículos do ensino médio.” Assim, com estes novos moldes do ENEM, as mudanças no Ensino Médio são inevitáveis, fazendo com que professores, coordenação pedagógica e estudiosos também reformulem suas práticas, favorecendo, na escola, a inserção de novas teorias já adjacentes, porém ainda em desuso. O Novo ENEM também fornece mais autonomia às Universidades, as quais podem escolher dentre quatro mobilidades: “Como fase única, com o sistema de seleção unificada, informatizado e on-line; Como primeira fase; Combinado com o vestibular da instituição; Como fase única para as vagas remanescentes do vestibular". (INEP, 2009)

A prova, com o objetivo de favorecer estes novos ideais, seguirá o seguinte molde:

> O novo exame será composto por testes em quatro áreas de conhecimento: linguagens, códigos e suas tecnologias (incluindo redação); ciências humanas, e suas tecnologias; ciência da natureza e suas tecnologias e matemáticas e suas tecnologias. Cada grupo de testes será composto por 45 itens de múltipla escolha, aplicadas em dois dias. A redação deverá ser feita em língua portuguesa e estruturada na forma de texto em prosa do tipo dissertativo-argumentativo, a partir de um tema de ordem social, científica, cultural ou política. (INEP, 2009)

Mesmo antes desta reformulação o ENEM era uma avaliação diferenciada, pois priorizava a interpretação, tornado evidente que os alunos que se utilizavam da "decoreba" para obter bons resultados levavam desvantagem na realização do teste, o que continua com o novo modelo:

> A prova do Enem se diferenciou das demais por ser estruturada em habilidades, incentivado o raciocínio e trazendo questões que medem o conhecimento dos alunos por meio de enfoque interdisciplinar. A nova prova vai manter essa característica, agregando às habilidades medidas um conjunto de conteúdos formais mais diretamente relacionado ao que é ministrado no ensino médio. Mas sem abandonar as questões contextualizadas, que exigem do estudante a aplicação prática do conhecimento, e não a mera memorização de informações. (INEP, 2009)

O ENEM, a cada ano, tem tomado proporções maiores, como pode ser percebido em dados anteriores. Estas mudanças ocorridas demonstram a importância que este modelo de avaliação atingiu. O quadro abaixo demonstra a crescente evolução do ENEM quanto ao número de inscritos desde sua criação até a última prova:

QUADRO 2 – Crescimento de alunos inscritos no ENEM.

Ano	Número de Inscritos
1998	157.221
1999	346.953
2000	390.180
2001	1.624.131
2002	1.829.170

2003	1.882.393
2004	1.552.316
2005	3.004.491
2006	3.742.827
2007	3.584.569
2008	4.004.715
2009	4.576.126

Fonte: Disponível em:< http://www.enem.inep.gov.br> Acesso em 28 set. 2009.

A importância que tal avaliação representa hoje para a educação é de uma amplitude tão grande que norteia metodologias a fim de garantir uma aprendizagem centrada em situações-problema de relevância. A estrutura geral do ENEM se apresenta da seguinte forma, conforme dados do site do INEP:

> Concebido como um recurso de avaliação de âmbito nacional, o Enem (1998) estruturou-se a partir de uma matriz de cinco competências, consideradas essenciais ao desenvolvimento e preparo de nossos alunos para enfrentar as exigências do mundo contemporâneo. As cinco competências que ele abrange – dominar linguagens, compreender fenômenos, enfrentar situações-problema, construir argumentações e elaborar propostas – são exploradas em diversos domínios do conhecimento humano, os quais atendem às demandas de uma pluralidade de profissões presentes no mundo contemporâneo e favorecem o desenvolvimento de diversificadas formas de atuação social. Além disso, para avaliar essas competências o Enem estabeleceu um conjunto de habilidades, aplicadas às áreas de conhecimento ou disciplinas que fundamentam a educação básica. As habilidades expressam como os alunos concretizam suas ações, procedimentos e estratégias na resolução de problemas relativos aos diferentes domínios do conhecimento. Dessa forma, tanto a proposição como a correção das provas se baseia nesse conjunto de habilidades e tem como referência as cinco competências citadas (MACEDO E TORRES, p.9, 2002).

Dessa forma, o ENEM se estrutura baseado no que se busca de habilidades e competências para o Ensino Médio, de maneira a assegurar que tais preceitos sejam desenvolvidos na escola, já que serão avaliados. Para isso, o ENEM foi estruturado por leis como “a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (Brasil/MEC – LDB, 1996), os Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil/MEC – PCN, 1998) e as Diretrizes do Conselho Nacional de Educação sobre a Educação Básica (Brasil/MEC – DCNE/EB, 2001)”. (INEP, 2009)

Mais uma vez convém ressaltar que o ENEM também busca relacionar o conhecimento que o aluno já possui com as novas aprendizagens, de maneira que estas que o aluno passa a ter garantam uma aprendizagem significativa. De acordo com o site do INEP:

> O modelo proposto pelo Enem considera fundamentalmente para sua avaliação o desenvolvimento e constituição das estruturas mentais do sujeito que, em contínua interação com a realidade, constrói seus conhecimentos. Vale dizer que esse modelo de avaliação busca medir e qualificar as estruturas mentais que permeiam as interações do sujeito com uma realidade física e social hoje repleta de contínuas transformações. Além disso, foca particularmente as competências e habilidades básicas que, teoricamente, são desenvolvidas, transformadas e aperfeiçoadas também por meio da mediação da escola (http://www.enem.inep.gov.br)

Contudo, a escola é a responsável por tais habilidades e competências e, se o ENEM serve hoje como marco, o desenvolvimento delas cabe aos professores, que devem, também, a partir de estudo e aprofundamento, buscar meios de trabalhar com seus alunos o que é testado no ENEM. Com as constantes mudanças advindas, em especial, pela tecnologia, que permeia nossas vidas, a educação deve acompanhar esta evolução, já que deve estar ligada à realidade do aluno. Para isso, "O Enem é formulado, a cada ano, como uma prova única e de realização individual, da qual participam voluntariamente alunos que estão concluindo ou já concluíram a etapa de escolaridade correspondente ao Ensino Médio". (INEP, 2009). Esta reformulação anual garante a atualidade nas provas e também é um meio de verificar se os alunos estão informados sobre o que permeia o mundo no momento.

Assim como nos pressupostos teóricos estudados no primeiro capítulo, o novo ENEM favorece que a aprendizagem aconteça de forma significativa, utilizando-se de questões que agucem o pensar, o aprender e o relacionar e não a memorização desvinculada da realidade.

Alicerçado em teorias, a partir de estudos dos PCNs, pretendo utilizar os conhecimentos adquiridos nesta dissertação para reestruturar aulas a fim de torná-las mais atrativas e interessantes e também repensar a formulação das apostilas, já que, com o novo ENEM, a aprendizagem é vista de maneira significativa, relacionada às práticas do dia-a-dia, utilizando-se de situações-problema que exigem muito mais que a simples memorização Nesse contexto, há que se relevar a capacidade de interpretar e usar saberes de sala de aula em ocasiões que simulem o cotidiano.

Devido ao vazamento da prova oficial do ENEM 2009, o MEC (Ministério da Educação) divulgou, através da mídia, o modelo da prova que seria aplicado nos dias 03 e 04 de outubro, sugerindo aos estudantes inscritos que aproveitassem o tempo para aprimorar seus estudos, utilizando-se desta primeira versão como simulado.

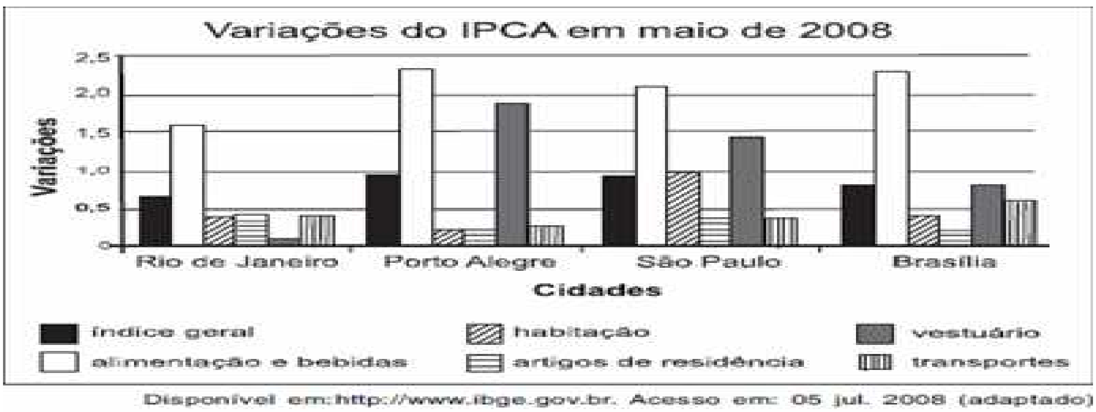
A prova de Matemática e suas tecnologias foi extensa, repetiu muitos assuntos e contemplou os temas favoritos do antigo ENEM. Geometria, porcentagem, análise de gráficos e tabelas, análise combinatória e probabilidade e alguns tópicos do programa divulgado foram praticamente ignorados. Ao analisar individualmente as questões, verifiquei que havia as fáceis, médias e difíceis para o aluno; entretanto, muitas apresentavam textos longos, outras com muito trabalho algébrico e ainda desnecessárias operações matemáticas envolvendo números decimais. Sendo assim, acredito que o aluno teria grande dificuldade para concluir a prova no tempo determinado.

Feitas as devidas críticas ao número excessivo de questões, à abrangência parcial do programa divulgado e ao excesso de cálculos algébricos e decimais que algumas questões exigiam, é importante destacar que a prova, em geral, apresentava situações-problema conforme matriz de referência para o ENEM 2009, valorizando a seleção, organização, interpretação de dados e informações representadas de diferentes formas.

Abaixo, elenco três questões da prova que seria aplicada pelo INEP que evidenciam as impressões acima referidas.

1. Para o cálculo da inflação, utiliza-se, entre outros, o Índice Nacional de Preços ao Consumidor Amplo (IPCA), que toma como bases os gastos das famílias residentes nas áreas urbanas, com rendimentos mensais compreendidos entre um e quarenta salários mínimos. O gráfico a seguir mostra as variações do IPCA de quatros capitais brasileiras no mês de maio de 2008.

FIGURA 1 – Gráfico para a questão 1.



Fonte: http:www.enem.inep.gov.br

Com base no gráfico, qual item foi determinante para a inflação de maio de 2008?

(A) Alimentação e bebidas.

(B) Artigos de residência.

(C) Habitação

(D) Vestuário

(E) Transporte

Fonte: Exame Nacional do Ensino Médio 2009, prova de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Redação; prova de Matemática e suas Tecnologias, página 17, questão 46.

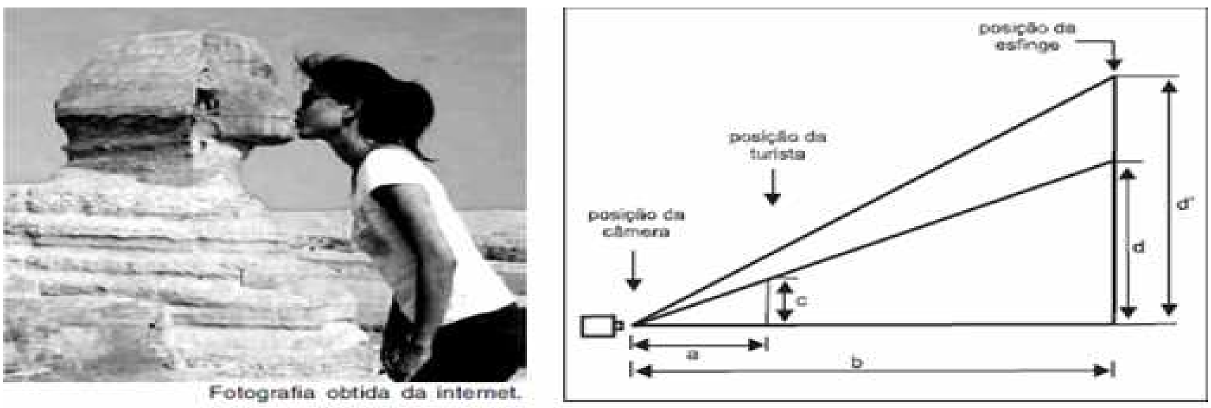
A questão apresenta uma situação-problema que acredito ser de nível "fácil", exigindo do aluno utilização de informações expressas em gráficos ou tabelas para fazer inferências, resolver problema com dados apresentados em tabelas ou gráficos, analisar informações expressas em gráficos ou tabelas como recurso para a construção de argumentos.

Resolução:

Observando o gráfico, nota – se que a coluna que representa os gastos com alimentação e bebida possui a maior variação de todos os itens em todas as capitais, sendo determinante para a inflação do período. Portanto, item A.

2. A fotografia mostra uma turista aparentemente beijando a esfinge de Gizé, no Egito. A figura a seguir mostra como, na verdade, foram posicionadas a câmera fotográfica, a turista e a esfinge.

FIGURA 2: Gráfico para a questão 2.



Fonte: http:www.enem.inep.gov.br

Medindo-se com uma régua diretamente na fotografia, verifica-se que a medida do queixo até o alto da cabeça da turista é igual a 2/3 da medida do queixo da esfinge até o alto da sua cabeça. Considere que essas medidas na realidade são representadas por *d* e *d`*, respectivamente, que a distância da esfinge á lente da câmera fotográfica, localizada no plano horizontal do queixo da turista e da esfinge, é representada por *b*, e que a distância da turista à mesma lente, por *a*.

A razão entre *b* e *a* será dada por

(A) $\frac{b}{a} = \frac{d'}{c}$ (C) $\frac{b}{a} = \frac{3d'}{2c}$ (E) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{c}$

(B) $\frac{b}{a} = \frac{2d}{3c}$ (D) $\frac{b}{a} = \frac{2d'}{3c}$

Fonte: Exame Nacional do Ensino Médio 2009; prova de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Redação; prova de Matemática e suas Tecnologias, página 24, questão 69.

A questão apresenta uma situação-problema que entendo ser de nível “médio”, exigindo do aluno a interpretação e a localização de pessoas/objetos no espaço, a identificação das características da figura, a utilização de conhecimentos geométricos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas.

Esse conjunto de competências e habilidades exigidas na questão foi desenvolvido nesta dissertação como proposta facilitadora de uma aprendizagem significativa.

Resolução:

Temos que observar algumas relações baseando-nos na semelhança de triângulos. Veja:

A razão entre a distância da câmera e a esfinge e a distância entre a câmera e a pessoa: b/a

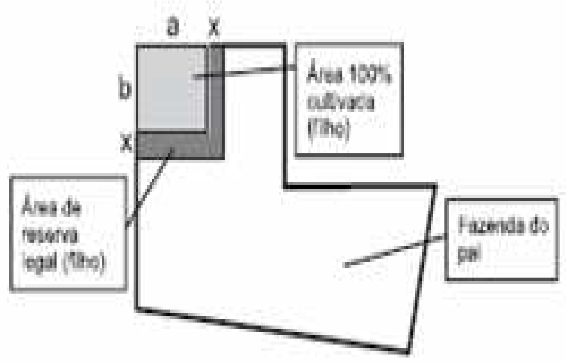
A razão entre as medidas do rosto da pessoa e a da esfinge corresponde ao valor de 2/3 e sabendo que a relação entre a altura da pessoa e a altura da esfinge é dada por d'/c, temos: 2/3 * d'/c = 2d' / 3c. Portanto: b/a = 2d'/3c

Resposta, item D.

3. Um fazendeiro doa, como incentivo, uma área retangular de sua fazenda para seu filho, que está indicada na figura como 100% cultivada. De acordo com as leis,

deve-se ter uma reserva legal de 20% de sua área total. Assim, o pai resolve doar mais uma parte para compor a reserva para o filho, conforme a figura.

FIGURA 3: Planta para a questão 3



Fonte: http:www.enem.inep.gov.br

De acordo com a figura acima, o novo terreno do filho cumpre a lei, após acrescentar uma faixa de largura x metros contornando o terreno cultivado, que se destinará à reserva legal (filho). O dobro da largura x da faixa é

(A) $10\%(a+b)^2$

(B) $10\%(a \cdot b)^2$

(C) $\sqrt{a+b}-(a+b)$

(D) $\sqrt{(a+b)^2+ab}-(a+b)$

(E) $\sqrt{(a+b)^2+ab}+(a+b)$

Fonte: Exame Nacional do Ensino Médio 2009; prova de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias e Redação; prova de Matemática e suas Tecnologias, página 25, questão 72.

A questão apresenta uma situação-problema que compreendo ser de nível "difícil", exigindo do aluno a interpretação e a localização de pessoas/objetos no espaço, a identificação das características da figura, a utilização de conhecimentos geométricos na seleção de argumentos propostos como solução de problemas, a utilização de cálculos algébricos e operações com números decimais e, sendo o tempo de resolução da prova relativamente pequeno, acredito que esta questão não estaria de acordo com a proposta do novo ENEM, pois sua resolução demandaria muito tempo, considerando o número de questões e a duração da prova.

Resolução:

A área do terreno será dada por:

(a + x) * (b + x)

(a + x) * (b + x) - 0,2 * (a + x) * (b + x) = ab

0,8ab + 0,8x(a + b) + 0,8x² = ab

0,8x² + 0,8x(a + b) - 0,2ab = 0

Equação do 2º grau

0,8x² + 0,8x(a + b) - 0,2ab = 0

a = 0,8

b = 0,8(a + b)

c = -0,2ab

Aplicando Báskara

$$x = \frac{-0{,}8*(a+b) \pm \sqrt{(a+b)^2 + ab}}{1{,}6}$$

$$x = -(a+b) \pm \sqrt{(a+b)^2 + ab}$$

$$x' = -(a+b) + \sqrt{(a+b)^2 + ab}$$

$$x'' = -(a+b) - \sqrt{(a+b)^2 + ab}$$

Considere x’, então resposta item D

O próximo capítulo evidencia a prática pedagógica e suas implicações para o ensino de Matemática.

4 ANALISANDO A PRÁTICA PEDAGÓGICA

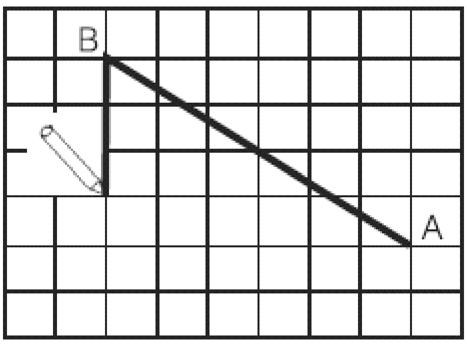
A seguir, espero demonstrar como se procedeu a prática pedagógica e, a partir dela, prover uma análise tendo como aporte teórico as teorizações de Ausubel. Inicialmente, apresento o pré-teste e a análise que dele emergiu.

4.1 Aula 01 – Aplicação do pré-teste[7]

Questão 01.

Observe o desenho abaixo:

FIGURA 4: Questão 1 do pré-teste.



Fonte: http:www.inep.gov.br

[7] Cabe aqui salientar que as questões do pré-teste, bem como aquelas que compuseram o material a ser testado, foram validadas por uma professora com Licenciatura Plena em Matemática e Doutorado em Educação. A referida professora tem experiência na docência no Ensino Médio e Superior.

Para você completar o desenho do triângulo retângulo na malha quadriculada, partindo do ponto em que o lápis está desenhando e chegando ao ponto A, seria necessário:

a) virar à direita até o ponto A.

b) virar à esquerda até o ponto A.

c) descer dois quadradinhos e virar à direita até o ponto A.

d) descer um quadradinho e virar à direita até o ponto A.

Fonte: ENCEJA-2005/ INEP/ PÁGINA 04/ QUESTÃO 12

Objetivos:

A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo;

B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; (H6) [8]

C - Identificar características de figuras planas e espaciais; (H7)

D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma (H8).

E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (H9)

QUADRO 3: Quadro de percentual por opção de resposta da questão 01 do pré-teste:

A	B	C	D	Brancos e Nulos
0%	0%	0%	100%	0%

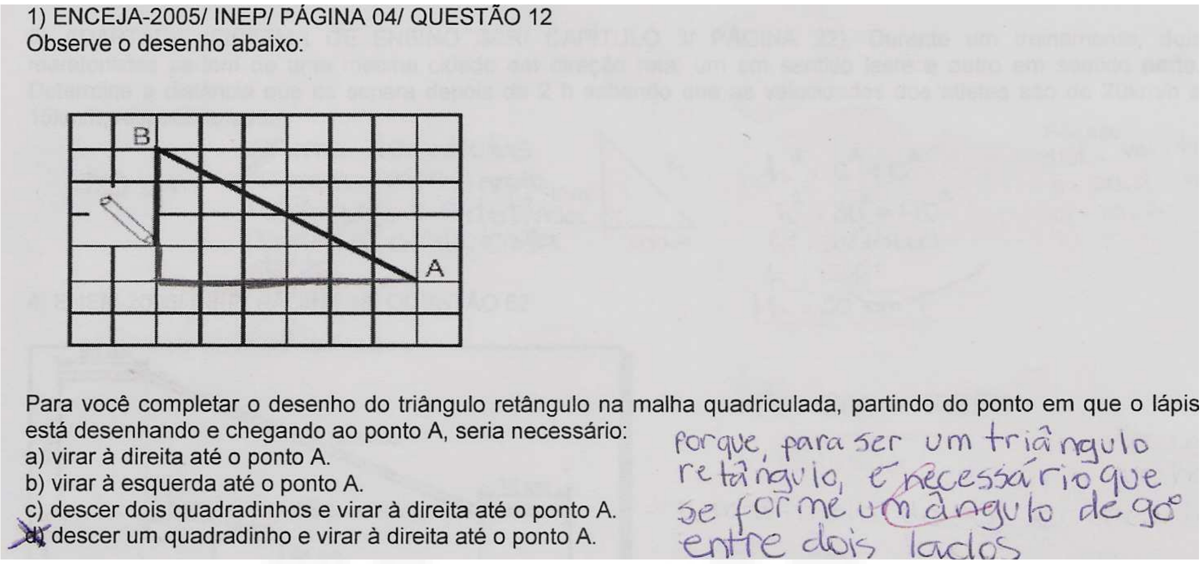
Do grupo de 14 alunos presentes, todos acertaram a questão; logo, os objetivos propostos para a mesma foram alcançados, evidenciando que havia os subsunçores necessários para resolver este problema.

[8] - H6 - Interpretar a localização e a movimentação de pessoas/objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional.

- H7 - Identificar características de figuras planas ou espaciais.
- H8 - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma.
- H9 - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (GUIA DO ESTUDANTE E O NOVO ENEM, 2009, p.14)

Algumas respostas encontradas:

FIGURA 5 – Resposta do aluno 6 no pré-teste.

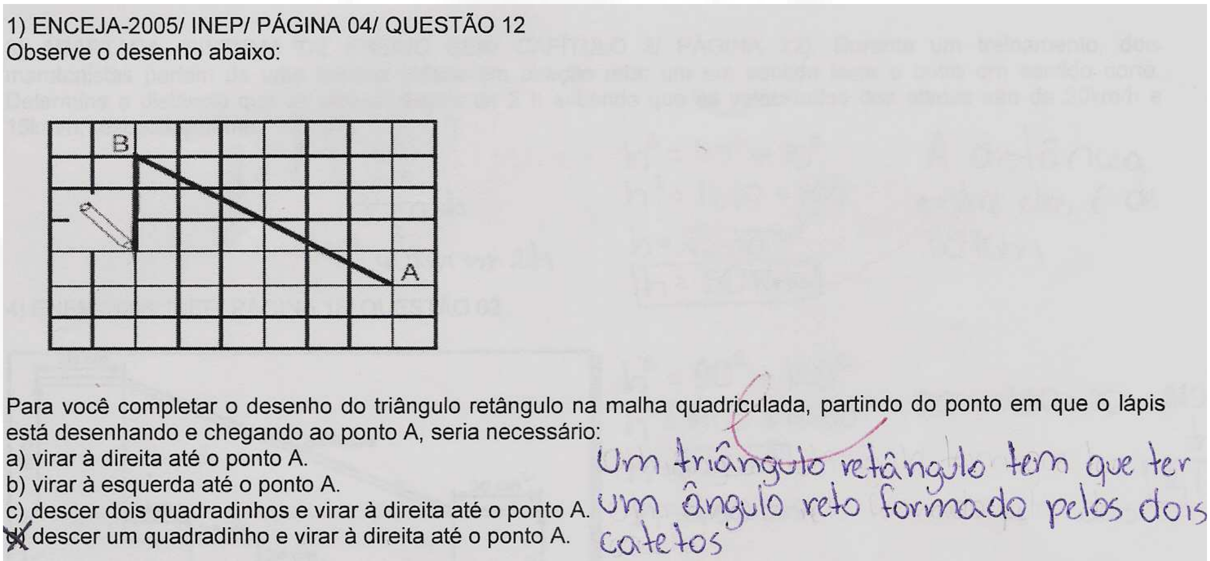

1) ENCEJA-2005/ INEP/ PÁGINA 04/ QUESTÃO 12
Observe o desenho abaixo:

Para você completar o desenho do triângulo retângulo na malha quadriculada, partindo do ponto em que o lápis está desenhando e chegando ao ponto A, seria necessário:
a) virar à direita até o ponto A.
b) virar à esquerda até o ponto A.
c) descer dois quadradinhos e virar à direita até o ponto A.
d) descer um quadradinho e virar à direita até o ponto A.

porque, para ser um triângulo retângulo, é necessário que se forme um ângulo de 90° entre dois lados

Fonte: Pré-teste – Aluno 6

FIGURA 6 - Resposta do aluno 13 no pré-teste.


1) ENCEJA-2005/ INEP/ PÁGINA 04/ QUESTÃO 12
Observe o desenho abaixo:

Para você completar o desenho do triângulo retângulo na malha quadriculada, partindo do ponto em que o lápis está desenhando e chegando ao ponto A, seria necessário:
a) virar à direita até o ponto A.
b) virar à esquerda até o ponto A.
c) descer dois quadradinhos e virar à direita até o ponto A.
d) descer um quadradinho e virar à direita até o ponto A.

Um triângulo retângulo tem que ter um ângulo reto formado pelos dois catetos

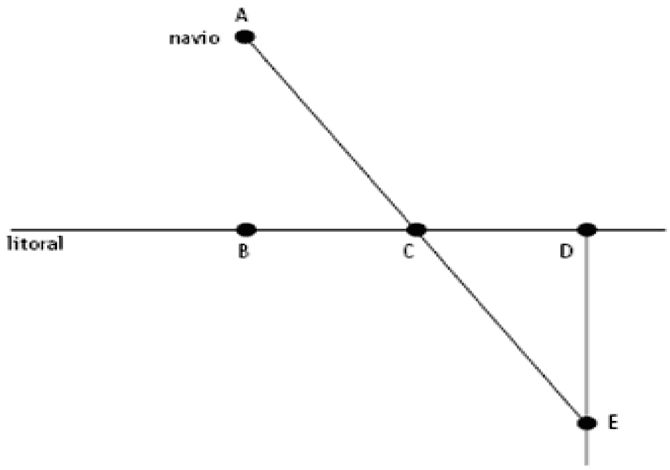
Fonte: Pré-teste – Aluno 13

Questão 02:

Tales de Mileto, apontado como o primeiro matemático grego, viveu no século VI a.C. Conhecido pelo teorema que leva seu nome e por ser atribuído a ele o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, é considerado também o primeiro a obter a medida da distância entre um navio e o litoral. Para essa situação se supõe que Tales tenha agido da seguinte forma: Indicando por A o navio e tomando uma reta como a linha do litoral, marcou três pontos sobre ela – um ponto B, tal que AB fosse perpendicular à reta, um ponto C qualquer e um ponto D, tal que BC = CD. Sobre o ponto C ele fixou um poste e, a partir de D, caminhou perpendicularmente a CD, afastando-se do litoral, até que o poste ficasse exatamente entre ele e o navio. Aí marcou o ponto E afirmou que a distância DE, na terra, era à distância do litoral ao navio.

Podemos dizer que a afirmação de Tales é:

FIGURA 7 - Gráfico da questão 2 do pré-teste.



a) Verdadeira, porque sendo o ponto C médio do segmento BD e estar entre o navio e Tales indica que ele também é ponto médio de AE.

b) Falsa, porque ao escolher um ponto C qualquer sobre a reta o ponto E também será qualquer e não poderá indicar a distância procurada.

c) Verdadeira, porque com esse procedimento ele visualizou dois triângulos congruentes, o que garante a igualdade entre as medidas de AB e DE.

d) Falsa, porque não é possível garantir que os segmentos AB e CD sejam perpendiculares à reta que indica o litoral.

e) Verdadeira, porque ter o poste na direção do navio garante que não se perca o navio de vista.

Fonte: SIMULADÃO/ ENEM 2009/ GUIA DO ESTUDANTE/ PÁGINA 117/ QUESTÃO 14

Objetivos:

A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo;

B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; (H6)

C - Identificar características de figuras planas e espaciais; (H7)

D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma (H8).

E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (H9)

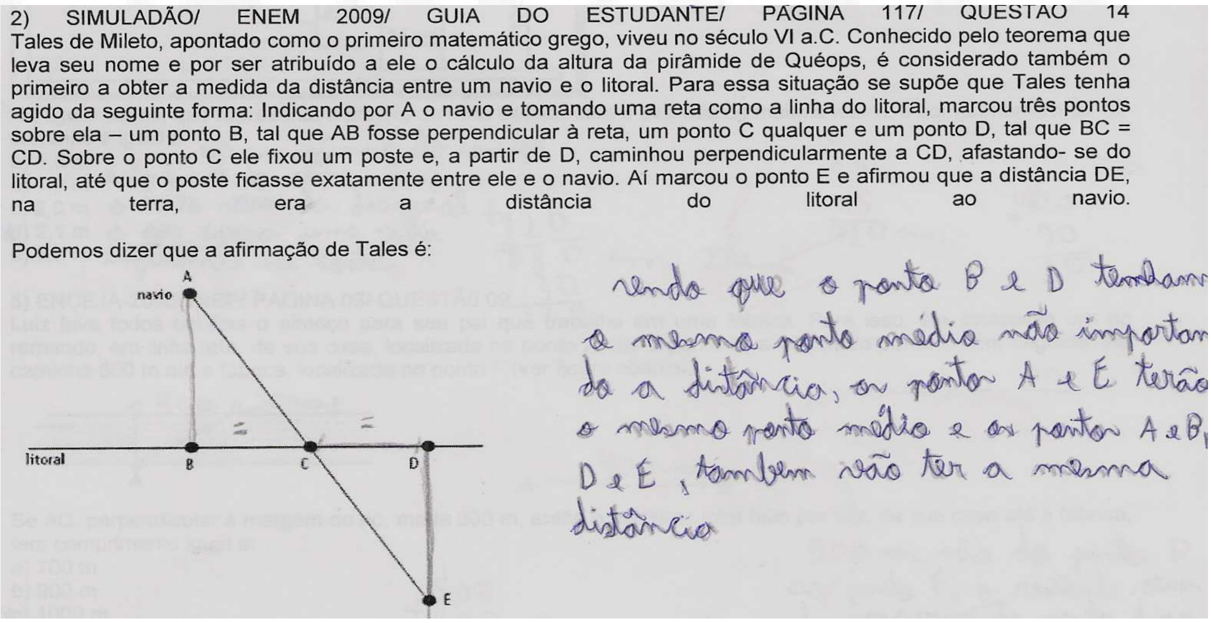
QUADRO 4: Quadro de percentual por opção de resposta da questão 02 do pré-teste:

A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
7,14%	0%	92,86%	0%	0%	0%

Esta questão teve um percentual muito significativo de acertos, ou seja, aproximadamente 93%, apenas 1 aluno não compreendeu a questão, interpretando-a inadequadamente. Os demais responderam à pergunta de diferentes formas. Ademais, foi possível evidenciar que os alunos tinham os subsunçores necessários para resolver o problema.

Algumas respostas encontradas:

FIGURA 8 - Resposta do aluno 3 no pré-teste.

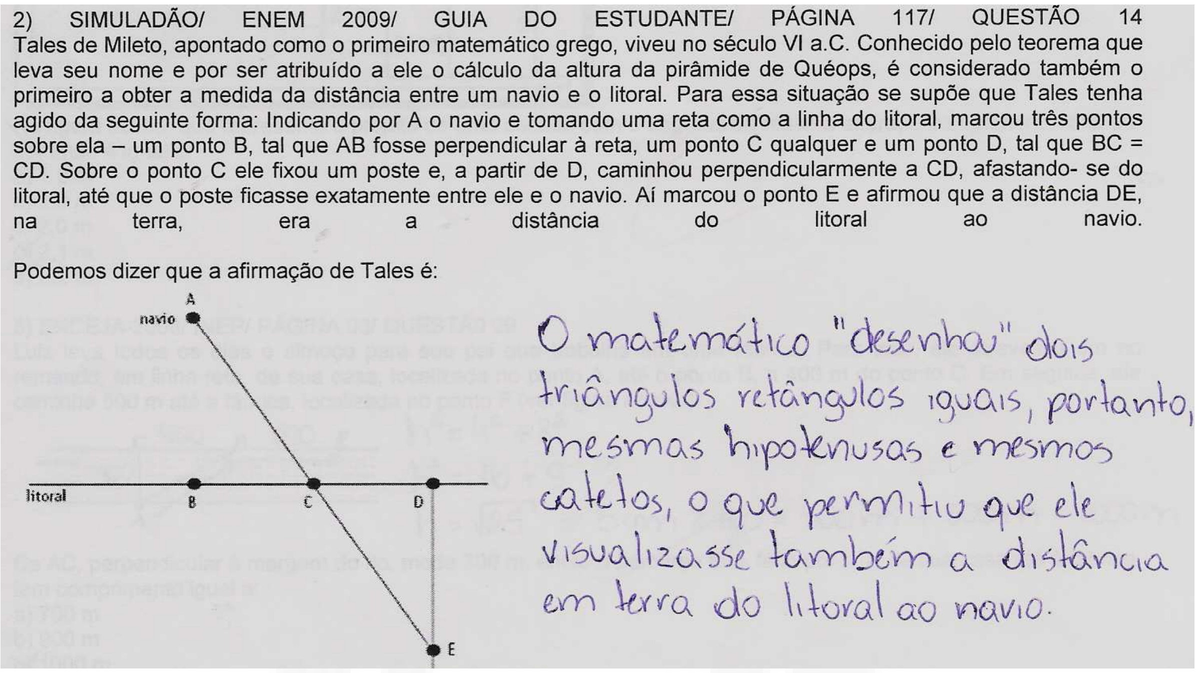

2) SIMULADÃO/ ENEM 2009/ GUIA DO ESTUDANTE/ PAGINA 117/ QUESTÃO 14
Tales de Mileto, apontado como o primeiro matemático grego, viveu no século VI a.C. Conhecido pelo teorema que leva seu nome e por ser atribuído a ele o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, é considerado também o primeiro a obter a medida da distância entre um navio e o litoral. Para essa situação se supõe que Tales tenha agido da seguinte forma: Indicando por A o navio e tomando uma reta como a linha do litoral, marcou três pontos sobre ela – um ponto B, tal que AB fosse perpendicular à reta, um ponto C qualquer e um ponto D, tal que BC = CD. Sobre o ponto C ele fixou um poste e, a partir de D, caminhou perpendicularmente a CD, afastando- se do litoral, até que o poste ficasse exatamente entre ele e o navio. Aí marcou o ponto E e afirmou que a distância DE, na terra, era a distância do litoral ao navio.

Podemos dizer que a afirmação de Tales é:

vendo que o ponto B e D tendam o mesmo ponto médio não importando a distância, os pontos A e E terão o mesmo ponto médio e os pontos A e B, D e E, também vão ter a mesma distância

Fonte: Pré-teste – Aluno 3

FIGURA 9 - Resposta do aluno 13 no pré-teste.



2) SIMULADÃO/ ENEM 2009/ GUIA DO ESTUDANTE/ PÁGINA 117/ QUESTÃO 14
Tales de Mileto, apontado como o primeiro matemático grego, viveu no século VI a.C. Conhecido pelo teorema que leva seu nome e por ser atribuído a ele o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, é considerado também o primeiro a obter a medida da distância entre um navio e o litoral. Para essa situação se supõe que Tales tenha agido da seguinte forma: Indicando por A o navio e tomando uma reta como a linha do litoral, marcou três pontos sobre ela – um ponto B, tal que AB fosse perpendicular à reta, um ponto C qualquer e um ponto D, tal que BC = CD. Sobre o ponto C ele fixou um poste e, a partir de D, caminhou perpendicularmente a CD, afastando- se do litoral, até que o poste ficasse exatamente entre ele e o navio. Aí marcou o ponto E e afirmou que a distância DE, na terra, era a distância do litoral ao navio.

Podemos dizer que a afirmação de Tales é:

Fonte: Pré-teste – Aluno 13

Questão 03:

Durante um treinamento, dois maratonistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em sentido leste e outro em sentido norte. Determine a distância que os separa depois de 2 h sabendo que as velocidades dos atletas são de 20 km/h e 15km/h, respectivamente:

Fonte: Adaptada (sistema de ensino ser/ capítulo 3/ página 22).

Objetivos:

A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo;

B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; (H6)

C - Identificar características de figuras planas e espaciais; (H7)

D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma (H8).

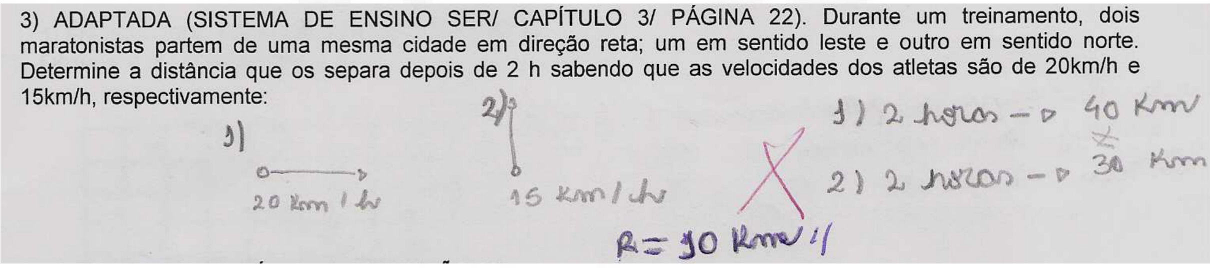
E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (H9)

QUADRO 5 - Quadro de percentual por opção de resposta da questão 03 do pré-teste:

A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
28,58%	14,28%	35,72%	7,14%	7,14%	7,14%

A partir dos resultados presentes, pude inferir que os mesmos parecem não possuírem os subsunçores relacionados na questão, haja vista que apenas cinco alunos obtiveram êxito. Muitos demonstraram dificuldades com H7, H8 e H9; cerca de 50% que tentaram solucionar o problema não foram bem sucedidos. Alguns tentaram resolver com fórmulas de Física, outros erraram na resolução e um aluno deixou em branco, conforme expresso nos excertos abaixo:

FIGURA 10 - Resposta do aluno 4 no pré-teste.


3) ADAPTADA (SISTEMA DE ENSINO SER/ CAPÍTULO 3/ PÁGINA 22). Durante um treinamento, dois maratonistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em sentido leste e outro em sentido norte. Determine a distância que os separa depois de 2 h sabendo que as velocidades dos atletas são de 20km/h e 15km/h, respectivamente:

1) 20 Km / h

2) 15 Km / h

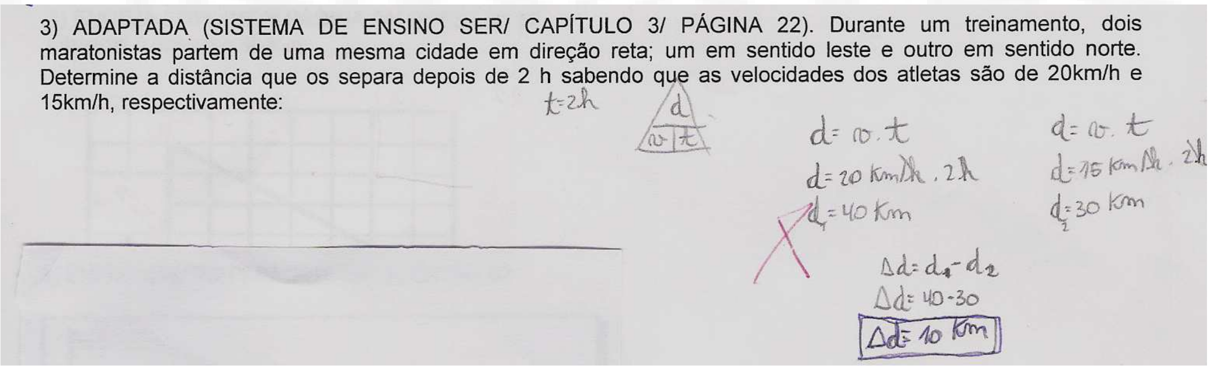
1) 2 horas → 40 Km

2) 2 horas → 30 Km

R= 10 Km //

Fonte: Pré-teste – Aluno 4

FIGURA 11 - Resposta do aluno 9 no pré-teste.


3) ADAPTADA (SISTEMA DE ENSINO SER/ CAPÍTULO 3/ PÁGINA 22). Durante um treinamento, dois maratonistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em sentido leste e outro em sentido norte. Determine a distância que os separa depois de 2 h sabendo que as velocidades dos atletas são de 20km/h e 15km/h, respectivamente:

t=2h

$d = v \cdot t$

$d = 20\,km/h \cdot 2h$

$d_1 = 40\,km$

$d = v \cdot t$

$d = 15\,km/h \cdot 2h$

$d_2 = 30\,km$

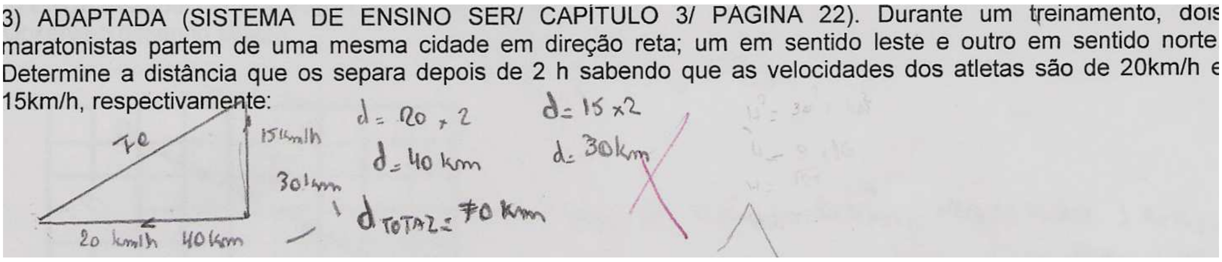
$\Delta d = d_1 - d_2$

$\Delta d = 40 - 30$

$\boxed{\Delta d = 10\,km}$

Fonte: Pré-teste – Aluno 9

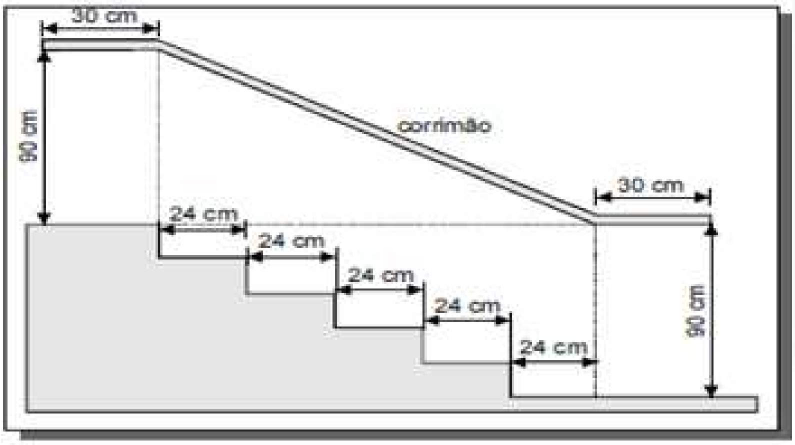
FIGURA 12 - Resposta do aluno 12 no pré-teste.


3) ADAPTADA (SISTEMA DE ENSINO SER/ CAPÍTULO 3/ PAGINA 22). Durante um treinamento, dois maratonistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em sentido leste e outro em sentido norte. Determine a distância que os separa depois de 2 h sabendo que as velocidades dos atletas são de 20km/h e 15km/h, respectivamente:

Fonte: Pré-teste – Aluno 12

Questão 04:

FIGURA 13 - Gráfico da questão 04 do pré-teste.



Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8 m

b) 1,9 m

c) 2,0 m

d) 2,1 m

e) 2,2 m

Fonte: ENEM-2006/ INEP/ página 18/ questão 62.

Objetivos:

A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo;

B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; (H6)

C - Identificar características de figuras planas e espaciais; (H7)

D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma (H8).

E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (H9)

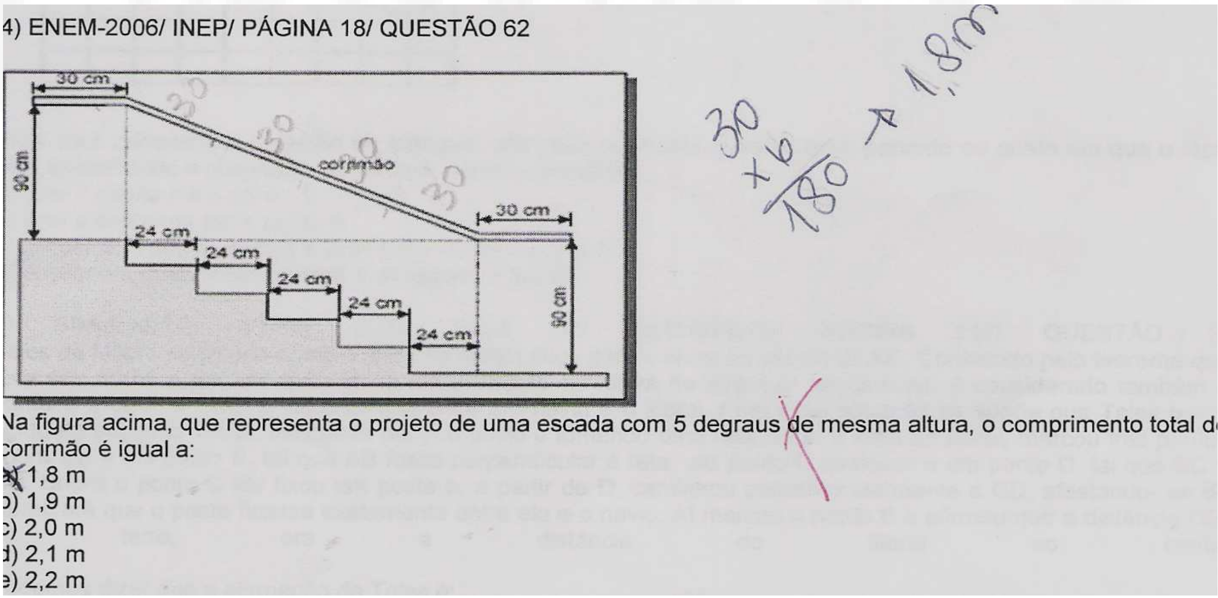
QUADRO 6 - Quadro de percentual por opção de resposta da questão 04 do pré-teste:

A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
50%	0%	0%	42,86%	7,14%	0%

Observando os dados desta questão, percebi que somente seis alunos obtiveram sucesso, evidenciando assim a não existência dos subsunçores necessários para a resolução do problema. Os alunos apresentaram dificuldades com H6, H8 e H9; as questões incorretas totalizam quase 58%, o que causa certa preocupação quanto à aprendizagem de tais habilidades.

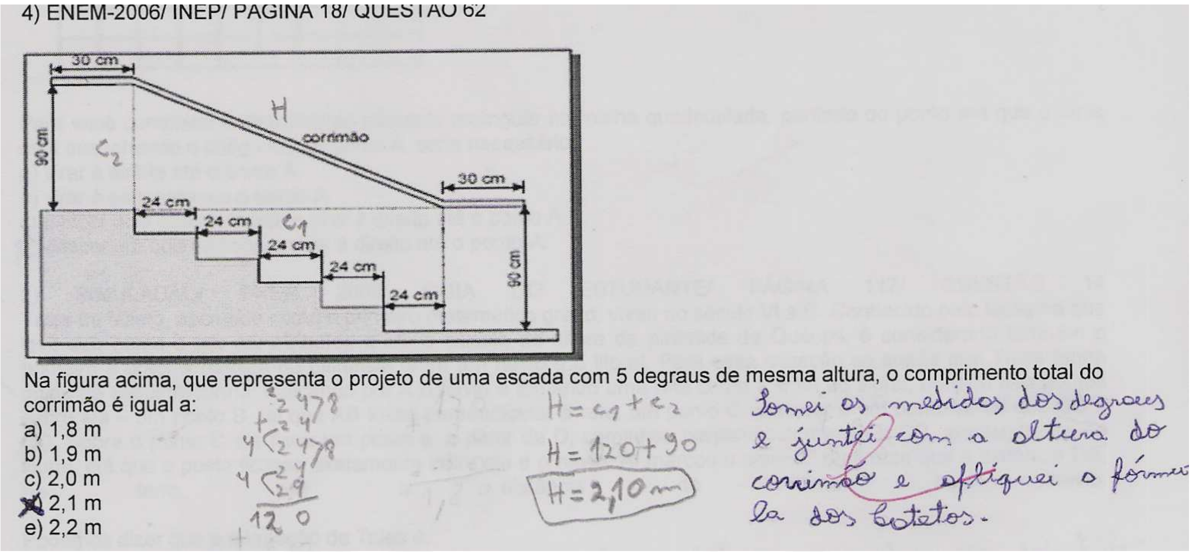
Algumas respostas encontradas:

FIGURA 14 - Resposta do aluno 7 no pré-teste.



Fonte: Pré-teste – Aluno 7

FIGURA 15 - Resposta do aluno 8 no pré-teste.


4) ENEM-2006/ INEP/ PÁGINA 18/ QUESTÃO 62

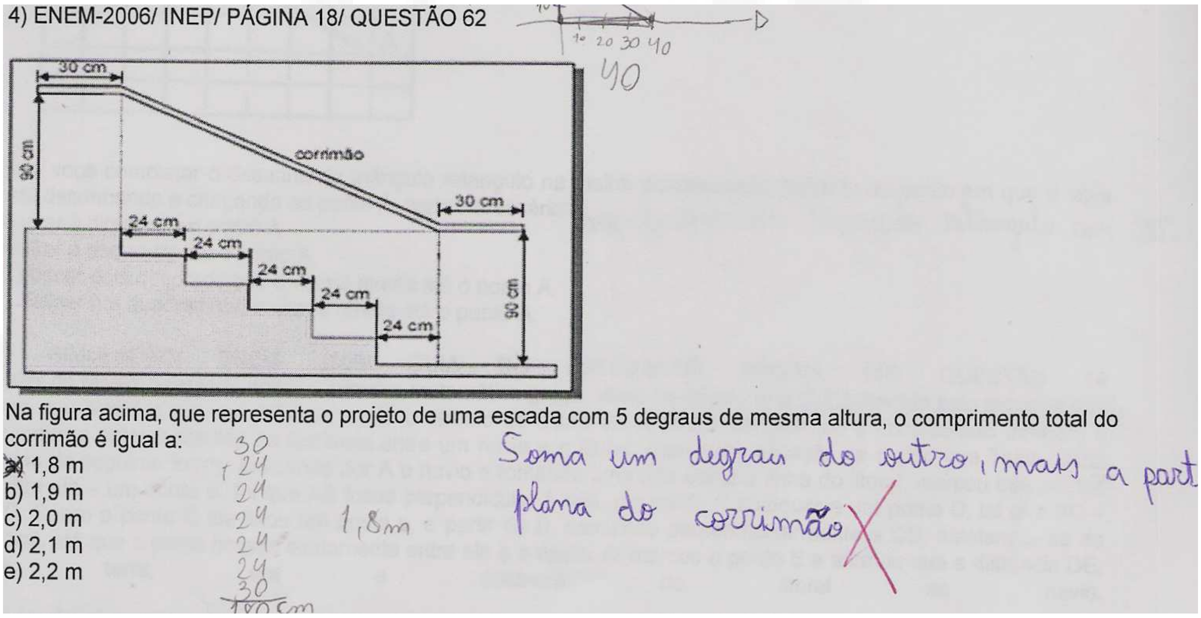
Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:
a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2,0 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

$H = c_1 + c_2$
$H = 120 + 90$
$\boxed{H = 2{,}10\,m}$

Somei as medidas dos degraus e juntei com a altura do corrimão e apliquei a fórmula dos catetos.

Fonte: Pré-teste – Aluno 8

FIGURA 16 - Resposta do aluno 14 no pré-teste.


4) ENEM-2006/ INEP/ PÁGINA 18/ QUESTÃO 62

Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:
a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2,0 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

30 + 24 + 24 + 24 + 24 + 24 + 30 = 180 cm

1,8 m

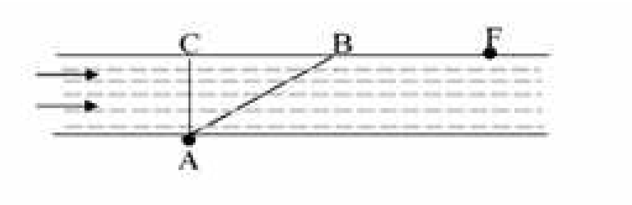
Soma um degrau do outro, mais a parte plana do corrimão

Fonte: Pré-teste – Aluno 14

Questão 05:

Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

FIGURA 17 - Figura da questão 05 do pré-teste.



Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por Luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a:

a) 700 m

b) 900 m

c) 1000 m

d) 1200 m

Fonte: ENCEJA-2006/ INEP/ página 03/ questã0 09

Objetivos:

A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo;

B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; (H6¨)

C - Identificar características de figuras planas e espaciais; (H7)

D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma (H8).

E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano. (H9)

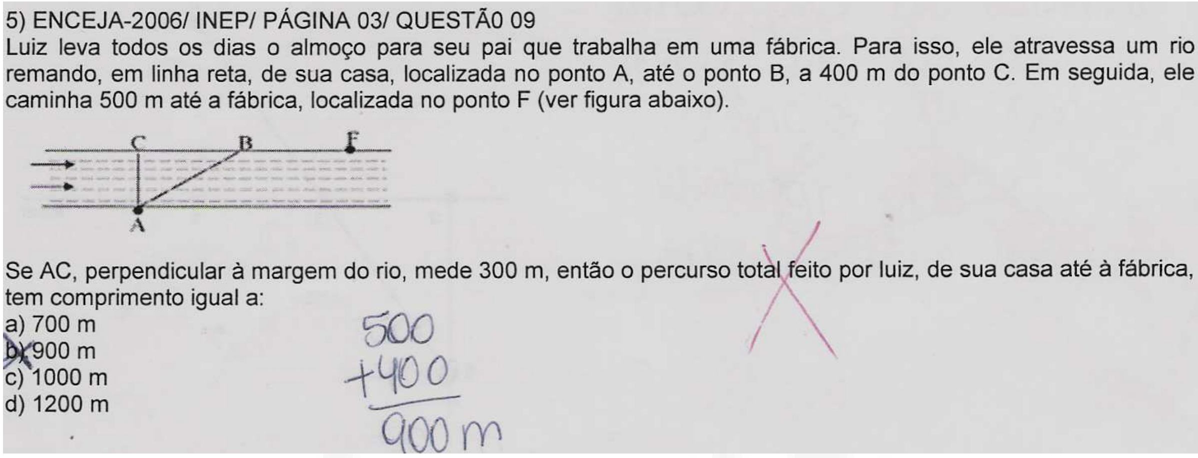
QUADRO 7 - Quadro de percentual por opção de resposta da questão 05 do pré-teste.

A	B	C	D	Brancos e Nulos
0%	14,28%	50%	35,72%	0%

O percentual de acertos dessa questão foi de 50%, indicando que metade dos alunos não tinha os subsunçores necessários para a resolução do problema. Deste modo, o número de acertos foi abaixo da expectativa, pois bastava aplicar o Teorema de Pitágoras para resolver a questão. Entretanto, alguns novamente tiveram dificuldades com H8 e H9 e ainda houve aqueles que utilizaram procedimentos matemáticos inadequados, fato esse que ficou evidente nos problemas 3, 4 e 5.

Algumas respostas encontradas:

FIGURA 18 – Reposta do aluno 7 no pré-teste.



5) ENCEJA-2006/ INEP/ PÁGINA 03/ QUESTÃ0 09
Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

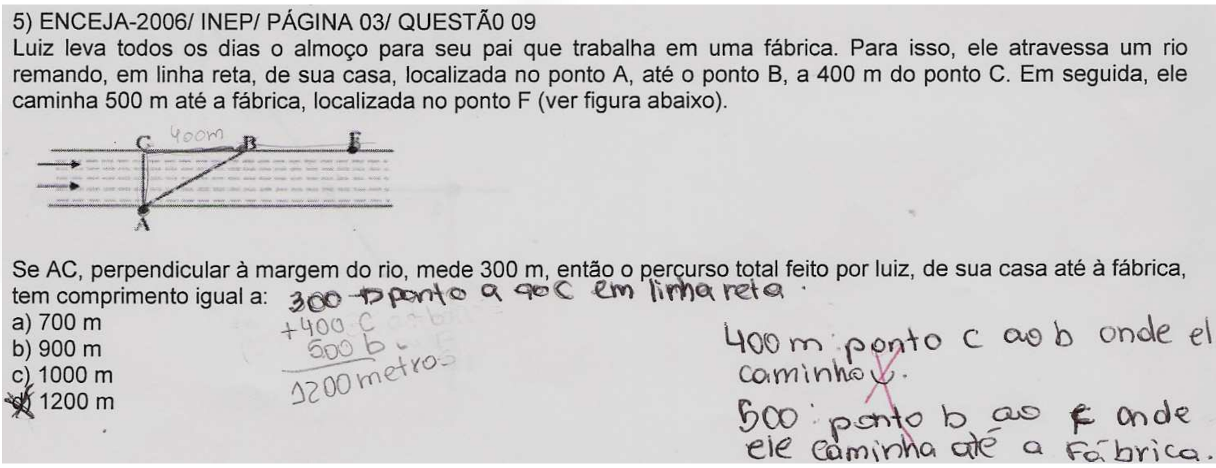
Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a:

a) 700 m
b) 900 m
c) 1000 m
d) 1200 m

500
+400
900 m

Fonte: Pré-teste – Aluno 7

FIGURA 19 - Reposta do aluno 10 no pré-teste.



5) ENCEJA-2006/ INEP/ PÁGINA 03/ QUESTÃ0 09
Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a: 300 → ponto a ao C em linha reta.

a) 700 m
b) 900 m
c) 1000 m
d) 1200 m

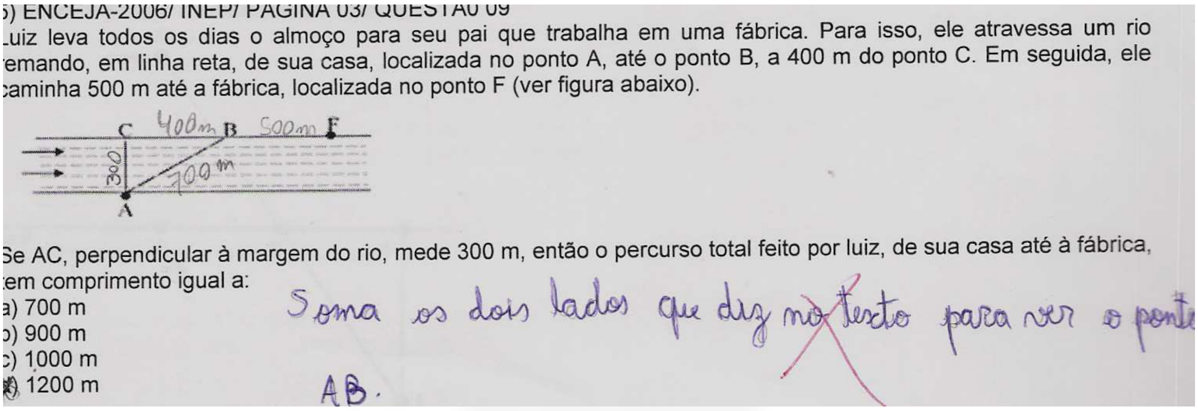
+400 C
500 b
1200 metros

400 m: ponto C ao b onde el caminha.

500: ponto b ao F onde ele caminha até a Fábrica.

Fonte: Pré-teste – Aluno 10

FIGURA 20 - Reposta do aluno 14 no pré-teste.


5) ENCEJA-2006/ INEP/ PÁGINA 03/ QUESTÃO 09
Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a:
a) 700 m
b) 900 m
c) 1000 m
d) 1200 m

Soma os dois lados que diz no texto para ver o ponto AB.

Fonte: Pré-teste – Aluno 14

Penso ser interessante, neste momento da escrita da dissertação, propor um quadro resumo, onde se encontram as habilidades observadas, bem como os resultados obtidos pelos alunos.

QUADRO 8 - Resumo dos percentuais nos pré-testes

Questões	Habilidades	Percentuais de acertos	Percentuais de erros	Subsunçor
1	A - Identificar os elementos de um triângulo retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	100%	0%	Presente

2	A - Identificar os elementos de um triângulo retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	92,85%	7,15%	Presente
3	A - Identificar os elementos de um triângulo retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma. E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	35,71%	64,29%	Ausente

4	A - Identificar os elementos de um triângulo retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	42,86%	57,14%	Ausente
5	A - Identificar os elementos de um triângulo retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	50%	50%	Ausente

Fonte: Elaborado pelo autor

Face aos resultados obtidos, ficou evidente que, em geral, os alunos identificaram os elementos do Triângulo Retângulo e que, em sua maioria, conhecem o Teorema de Pitágoras. Entretanto, as questões 3, 4 e 5 apresentaram baixo índice de acertos, o que leva a inferir, a meu ver, a importância da proposta metodológica desenvolvida nesta dissertação.

As competências e habilidades anteriormente citadas e ausentes foram desenvolvidas mediante proposta metodológica desenvolvida privilegiando atividades por meio das quais os alunos pudessem adquirir os subsunçores necessários para uma aprendizagem significativa.

4.2 Aula 02 - Uma breve abordagem histórica do Teorema de Pitágoras e algumas de suas aplicações

Esta aula consiste em uma breve apresentação histórica de Pitágoras e do Teorema de Pitágoras. Em seguida, uma rápida apresentação de algumas descobertas atribuídas a Pitágoras e à Escola Pitagórica, algumas aplicações do Teorema de Pitágoras e uma demonstração geométrica do Teorema de Pitágoras.

Uma breve apresentação histórica:

A abordagem histórica teve como objetivo despertar a curiosidade do aluno, mostrando a importância cultural desse Teorema, as suas influência em outras áreas, como a Física e a Engenharia, além do seu grande número de aplicações.

Pitágoras, matemático, filósofo, astrônomo, músico e místico grego, nasceu por volta de 572 a.C. em Samos, uma ilha grega na costa marítima, hoje, Turquia. A seu respeito, quase nada pode ser afirmado com certeza por estar envolto em mitos e lendas, já que não existem relatos originais sobre sua vida e trabalhos.

Segundo antigos historiadores, Pitágoras viajou para o Egito, Babilônia e é provável também que tenha ido até a Índia, mas foi em Crotona, uma cidade do sul da Itália, onde fundou a Ordem (Escola) Pitágorica, a qual se concede a glória de ser a "primeira Universidade do mundo". Casou-se com Teano, provavelmente a primeira mulher matemática da história.

A Escola Pitagórica e as atividades se viram desde então envoltas por um véu de lendas. Segundo historiadores, a Escola tinha uma caráter peculiarmente duplo, dedicando-se a questões espirituais, pois acreditavam na imortalidade da alma e na reencarnação e, por outro lado, dedicavam-se a estudos de matemática, astronomia e música. Foi uma entidade parcialmente secreta, com centenas de alunos que compunham uma irmandade religiosa e intelectual.

Algumas descobertas atribuídas a Pitágoras e à Escola Pitágorica:

- números irracionais ;
- teorema do triângulo retângulo (Teorema de Pitágoras);
- tabuada;
- o estudo de propriedades dos números (dos números ímpares regulares, dos números triangulares, etc);
- a construção do cubo, tetraedro, octaedro, dodecaedro e a bem conhecida "seção áurea";
- na música, uma descoberta notável em que os intervalos musicais se colocam de modo que admitem expressões através de proporções aritméticas;
- a descoberta da relação existente entre a altura de um som e o comprimento da corda vibrante que o produz;
- números figurados;
- números perfeitos.

Algumas aplicações do Teorema do Pitágoras:

- cálculo de diagonal – quadrado, retângulo, losango, trapézio (dependendo dos dados);
- distância entre dois pontos no plano cartesiano; equação de uma circunferência;
- altura de triângulo equilátero, isósceles, trapézio;
- relações entre lado, apótema e raio para polígonos inscritos e circunscritos;
- estabelecimento da relação $sen^2x + cos^2x = 1$;
- comprimentos de tangentes, cordas;
- problemas práticos como, por exemplo, determinação do comprimento de correia, envolvendo polias;
- diagonal de cubo, paralelepípedo, prismas em geral;
- relação entre altura, apótema da base e apótema de pirâmide regulares;

- relação entre altura, geratriz e raio num cone;
- módulo de um número complexo.

A demonstração de Pitágoras

Existem muitas maneiras de demonstrar o Teorema de Pitágoras usando recursos matemáticos algébricos ou geométricos. A minha opção foi o significado geométrico do Teorema de Pitágoras; para tanto, os alunos necessitavam de conhecimentos, tais como: cálculo de áreas de figuras planas, congruência de triângulos e conceitos de equivalência de figuras planas.

Ainda sobre o Teorema de Pitágoras, os PCNs (1998, p.45) reiteram:

> Em matemática existem recursos que funcionam como ferramentas de visualização, ou seja, imagens que por mesmas permitem compreensão ou demonstração de uma relação, regularidade ou propriedade. Um exemplo bastante conhecido é a representação do Teorema de Pitágoras mediante figuras que permitam "ver" a relação entre o quadrado da hipotenusa e a soma dos quadrados dos catetos.

Os alunos, de posse de régua, transferidor, lápis preto e tesoura, foram por mim orientados a se reuniram em duplas para a construção da demonstração do Teorema de Pitágoras e verificação de que a área do quadrado construída sobre a hipotenusa é igual à soma das áreas dos quadrados construídos sobre os catetos.

O ambiente para a realização dessa atividade foi a própria sala de aula; o tempo estipulado para a construção da demonstração foi cerca de 20 minutos. De início, os alunos ficaram agitados com a proposta, pois, segundo eles, seria essa a primeira vez que estariam trabalhando com demonstrações matemáticas. Após alguns minutos de certa desorganização, percebi que começaram a desenvolver a tarefa com dedicação, tendo grande preocupação com o tempo determinado e a precisão do desenho.

4.3 Aula 03 - Resolução de problemas matemáticos aplicando Teorema de Pitágoras

A proposta de trabalhar com resolução de problemas constitui um importante papel no ensino da matemática, pois, ao estimularmos os alunos a resolver situações – problema, estaremos desenvolvendo um conjunto de hábitos, estratégias de análise (tais como selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações de diferentes formas). Nesse sentido, penso que o objetivo do trabalho pedagógico com resolução de problemas é uma estratégia que pode contribuir para uma aprendizagem significativa. De fato, conforme expresso no capítulo 3, as diretrizes Curriculares Nacionais apontam como um dos possíveis caminhos para a aprendizagem significativa, o trabalho pedagógico alicerçado na resolução de problemas.

Conteúdo a ser ministrado:

• Teorema de Pitágoras

Objetivos:

• Identificar situações que envolvam o uso do Teorema de Pitágoras;
• Calcular medidas desconhecidas, utilizando o Teorema de Pitágoras;
• Resolver situação-problema que envolva conhecimentos sobre Teorema de Pitágoras;

• Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Metodologias e Recursos Didáticos:

• Na primeira parte da aula, foram apresentados aos alunos cinco problemas para serem resolvidos com o uso do Teorema de Pitágoras, sendo que essa tarefa teve 30 minutos para ser realizada. Após esse tempo, a correção no quadro negro com interação e participação dos alunos.

• Aulas expositivas e demonstrativas;

• Uso de material auxiliar: régua, esquadro, transferidor;

• Régua, esquadro e transferidor foram utilizados na construção das figuras no quadro negro, através do qual realizou-se a correção dos problemas;

• Quadro negro e giz.

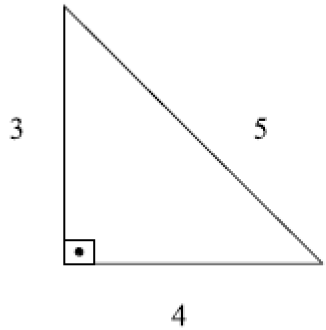
Avaliação:

• Durante as aulas, observar o interesse e a participação do aluno, bem como se está conseguindo resolver as atividades individualmente, utilizando aprendizagens adquiridas no decorrer das aulas.

Problema 01

O famoso Teorema de Pitágoras estabelece uma relação entre as medidas dos lados do triângulo retângulo. Historicamente, o teorema era utilizado da seguinte forma:

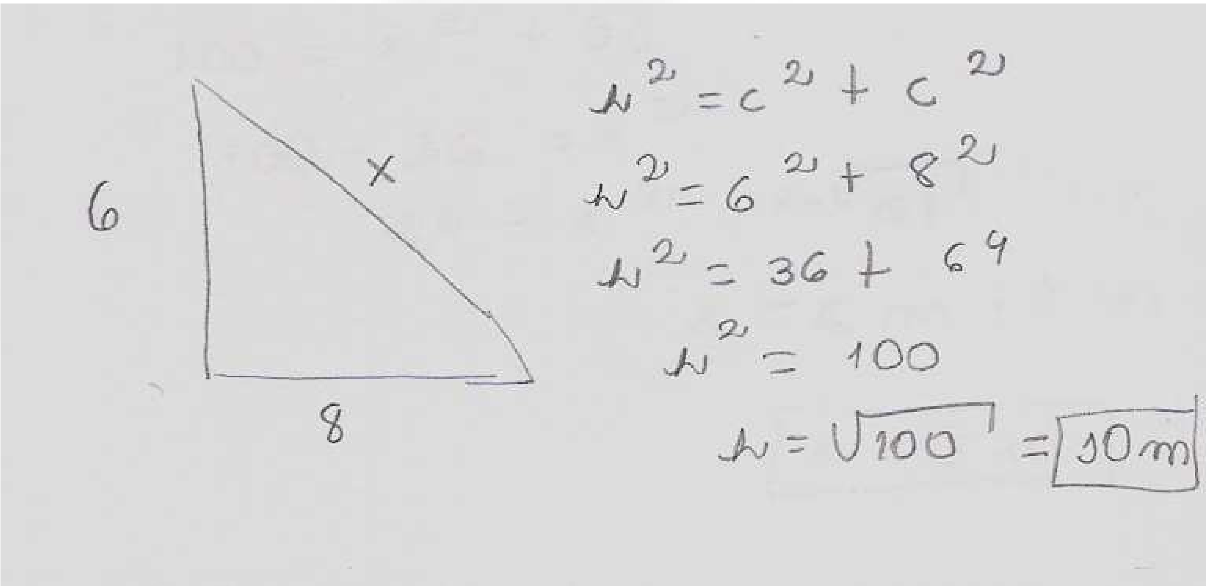
FIGURA 21 - Figura do Problema 01 da aula 03.



Utilize seus conhecimentos sobre o teorema para ajudar um trabalhador a encontrar a medida de uma tábua colocada na diagonal do portão de um depósito para reforçá-lo. O portão tem 6 metros de altura por 8 metros de comprimento. A medida da tábua, em metros, é:

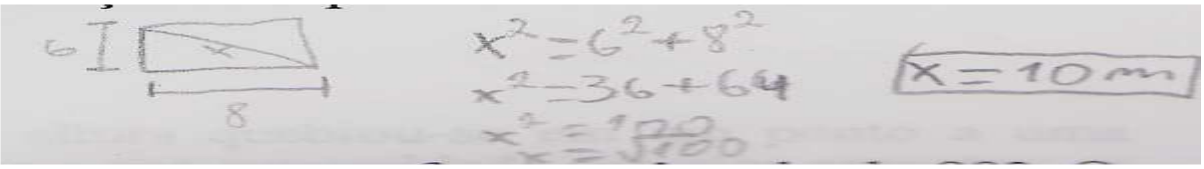
Fonte: ENCEJA-2005/ INEP/ página 03/ questão 03

FIGURA 22 – Material do aluno 4 na aula 3.



Fonte: Material aluno 4

FIGURA 23 – Material do aluno 10 na aula 3.



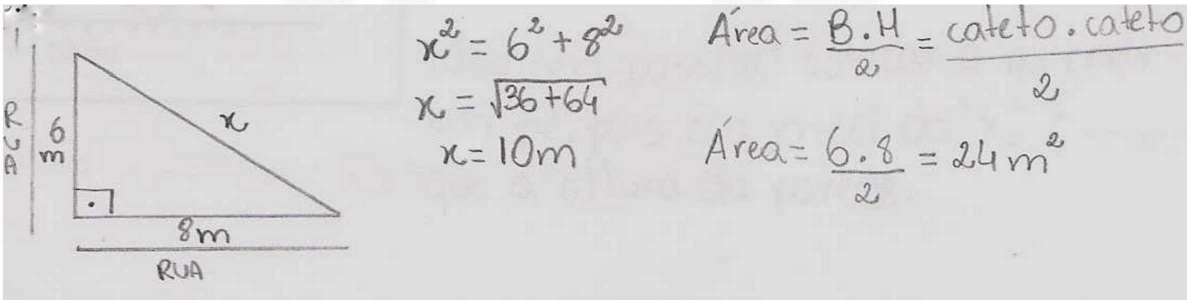
Fonte: Material aluno 10

Problema 02

Um terreno triangular tem frentes de 6 metros e 8 metros, em ruas que formam ângulo de 90°. O valor que corresponde à área e ao terceiro lado do triângulo, respectivamente, é:

Fonte: (Adaptada) Material Didático do Sistema Positivo, Ensino Médio, M11NM, página 9, questão 7.

FIGURA 24 - Material do aluno 13 na aula 3.



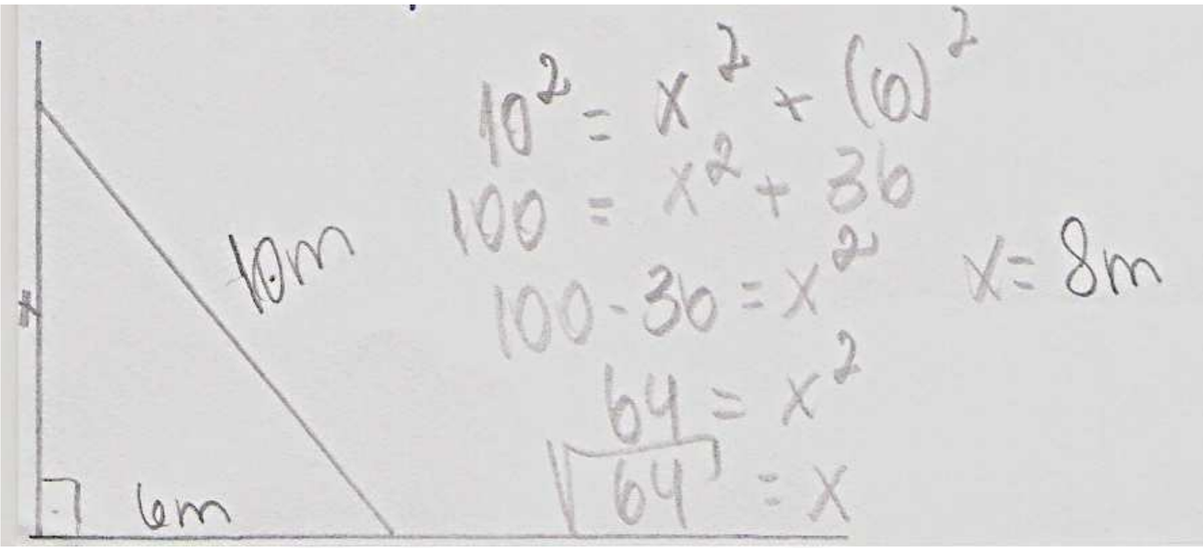
Fonte: Material aluno 13.

Problema 03

Uma escada com 10 metros de comprimento foi apoiada em uma parede que é perpendicular ao solo. Sabendo que o pé da escada está afastado 6 metros da base da parede, determine a altura, em metros, alcançada pela escada.

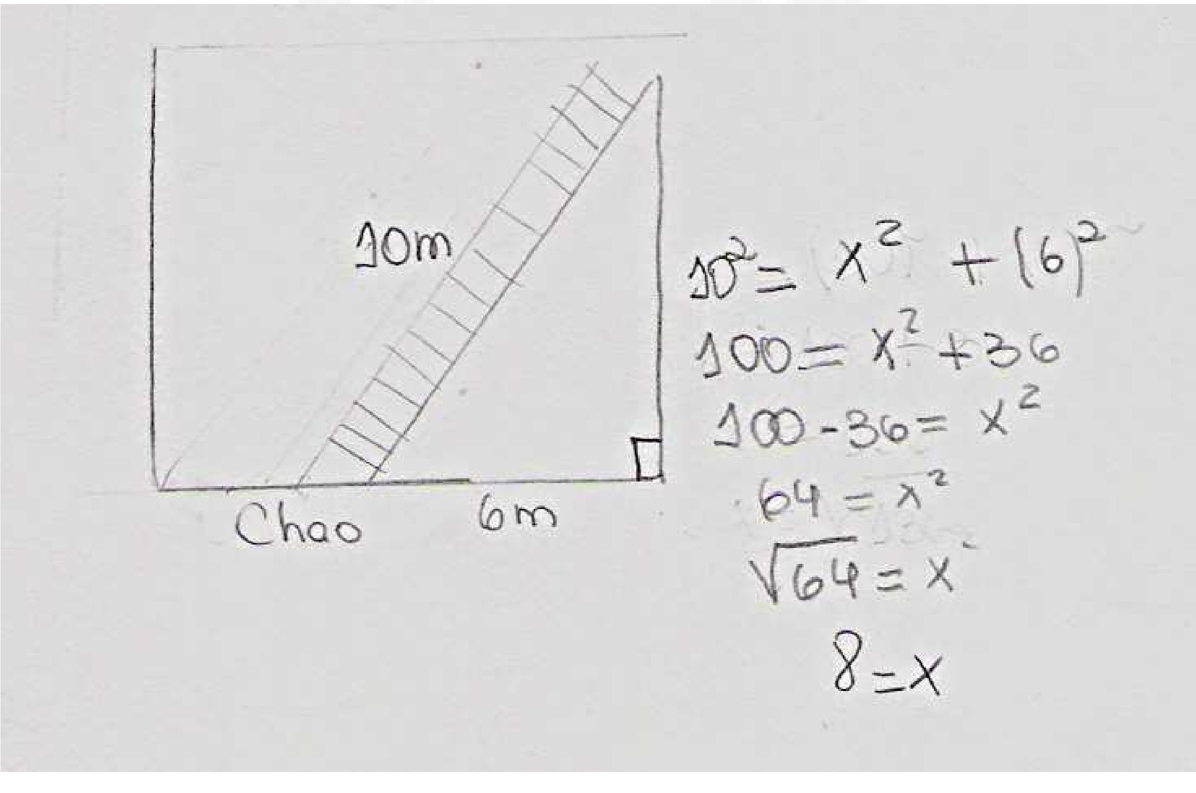
Fonte: (Adaptada) Material Didático do Sistema Positivo, Ensino Médio, M11NM, página 9, questão 4.

FIGURA 25 - Material do aluno 7 na aula 3.



Fonte: Material aluno 7

FIGURA 26 - Material do aluno 10 na aula 3.

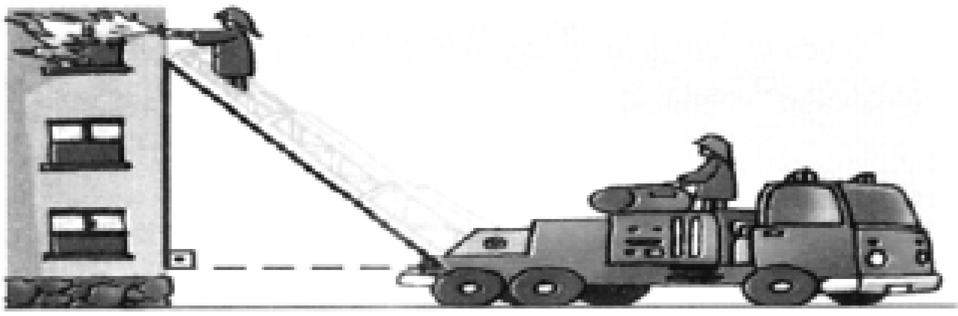


Fonte: Material aluno 10

Problema 04

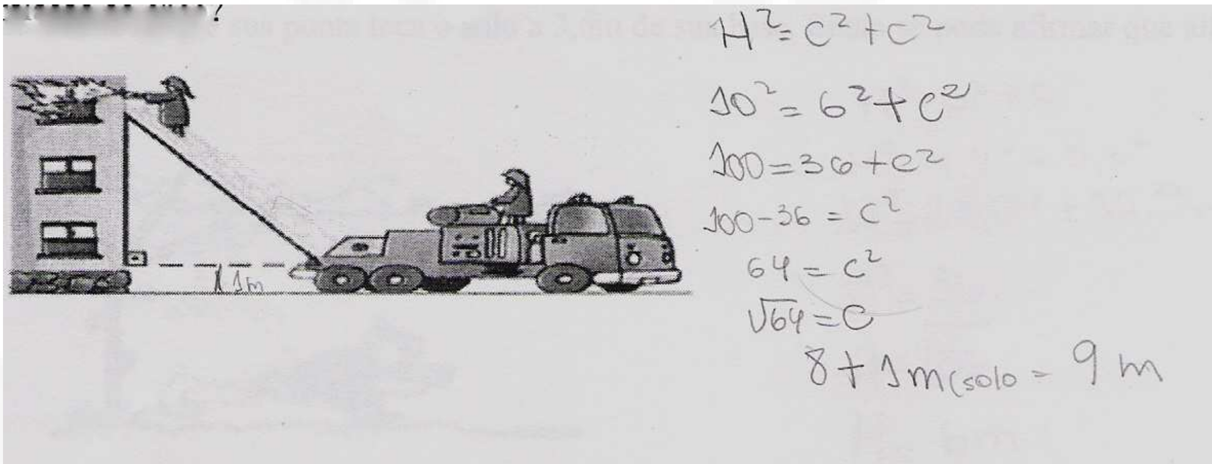
Durante um incêndio em um edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento sinistrado. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento sinistrado em relação ao chão?

FIGURA 27 - Figura do problema 03 na aula 04.



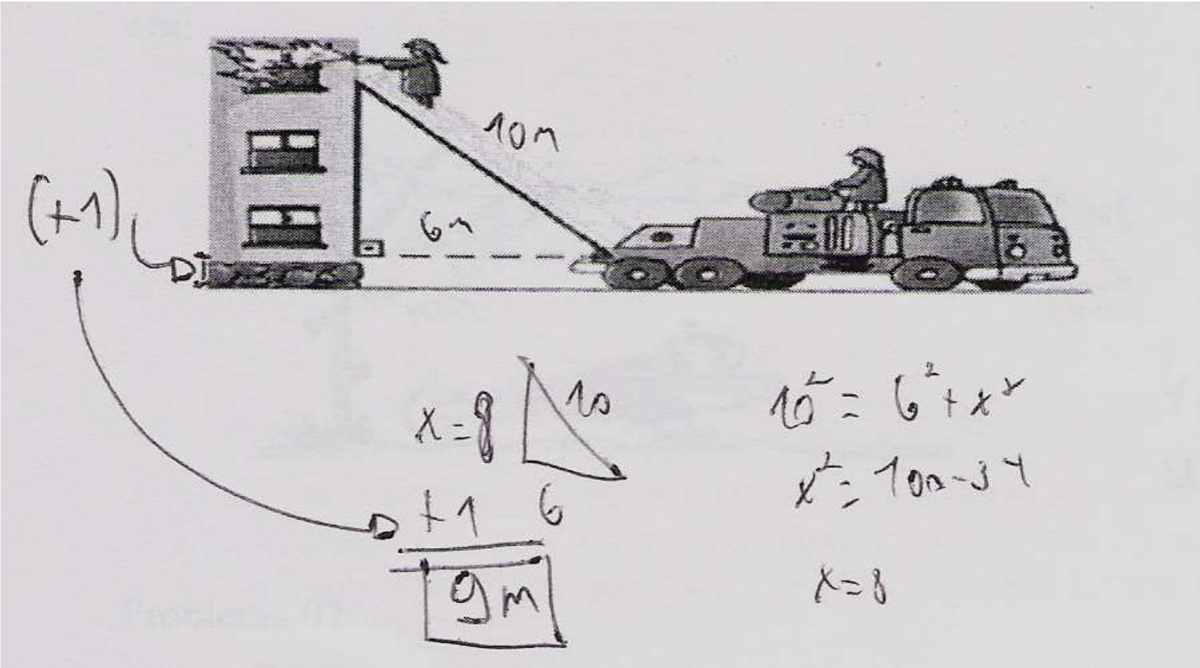
Fonte: Ensino Médio – 2º Ano. Disponível em: “http://www.portalimpacto.com.br/docs/2AnoMatematicaHenryAula03em2009.pdf”

FIGURA 28 - Material do aluno 10 na aula 3.



Fonte: Material aluno 10

FIGURA 29 - Material do aluno 2 na aula 3.

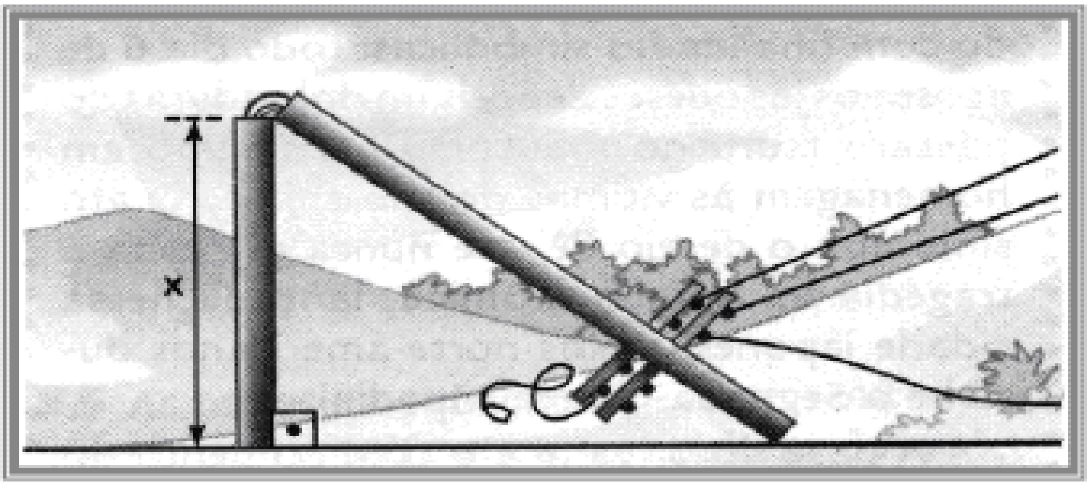


Fonte: Material aluno 2

Problema 05

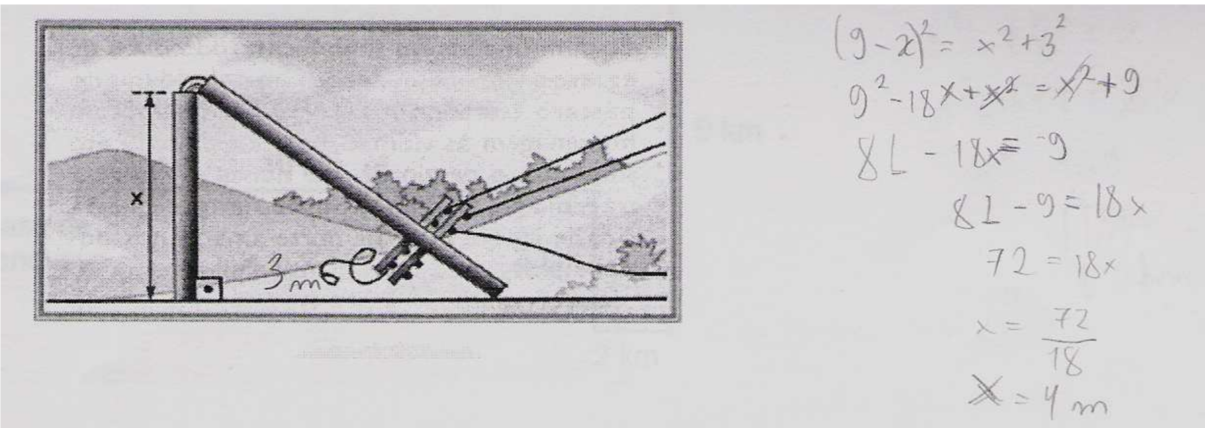
Em um recente vendaval um poste de luz de 9 m de altura quebrou-se em um ponto a uma distância x do solo. A parte do poste acima da fratura inclinou-se e sua extremidade superior encostou-se ao solo a uma distância de 3 m da base do mesmo. A que altura x do poste quebrou?

FIGURA 30 – Figura do problema 5 da aula 3.



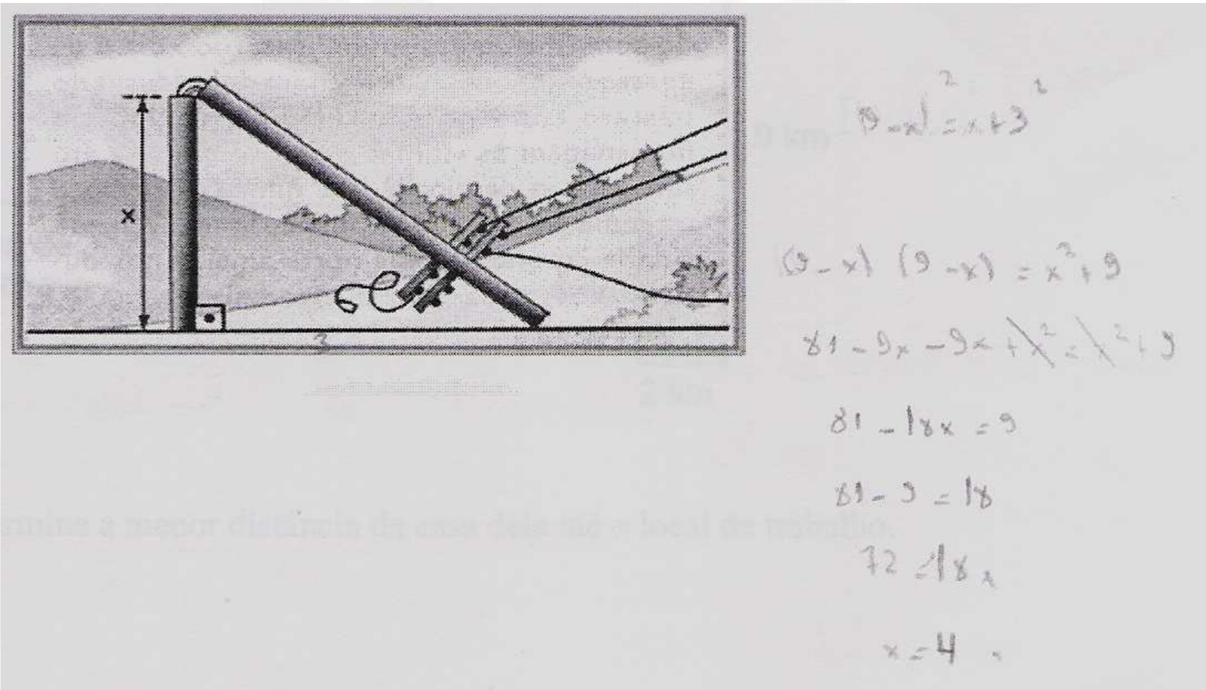
Fonte: Matemática. Disponível em:
“http://www.portalimpacto.com.br/docs/01JerleyF32ANOAula06Exercicios.pdf”

FIGURA 31 - Material do aluno 14 na aula 3.



Fonte: Material aluno 14

FIGURA 32 - Material do aluno 12 na aula 3.



Fonte: Material aluno 12

Durante a distribuição da tarefa, percebi que os alunos ficaram, em um primeiro momento, inquietos, já que se tratava de uma experiência nova e a turma estava habituada a uma metodologia diferente; entretanto, após alguns minutos, começaram a trabalhar, percebendo que possuíam os conhecimentos prévios necessários para a resolução da mesma. . Nesse momento, os sujeitos da pesquisa demonstraram que já não estavam ansiosos e sim satisfeitos com o fato de serem capazes de avançar, mesmo que o grau de dificuldade fosse mais elevado a cada problema. Portanto, inferi que os objetivos propostos para essa aula foram alcançados e a metodologia foi eficaz.

4.4 Aula 04 - Resolução de problemas com a utilização do Teorema de Pitágoras

Conteúdo a ser ministrado:

• Teorema de Pitágoras.

Objetivos:

• Identificar situações que envolvam o uso do Teorema de Pitágoras;

• Calcular medidas desconhecidas utilizando o Teorema de Pitágoras;

• Resolver situação-problema que envolva conhecimentos sobre Teorema de Pitágoras;

• Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Metodologias e Recursos Didáticos:

• Na primeira parte da aula, foram apresentados aos alunos cinco problemas para serem resolvidos com o uso do Teorema de Pitágoras, sendo que essa tarefa teve 30 minutos para ser realizada. Após esse tempo, fez-se a correção no quadro negro com interação e participação dos alunos;

• Aulas expositivas e demonstrativas;

• Uso de material auxiliar: régua, esquadro, transferidor;

• Régua, esquadro e transferidor foram utilizados na construção das figuras no quadro negro, através do qual foi realizada a correção dos problemas;

• Quadro negro e giz.

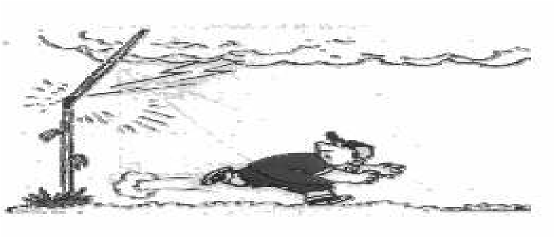
Avaliação:

• Durante as aulas, observando o interesse e a participação do aluno. Também observar crescimento dos discentes em relação às aulas anteriores, verificando se continuavam inquietos ou estavam mais seguros.

Problema 01

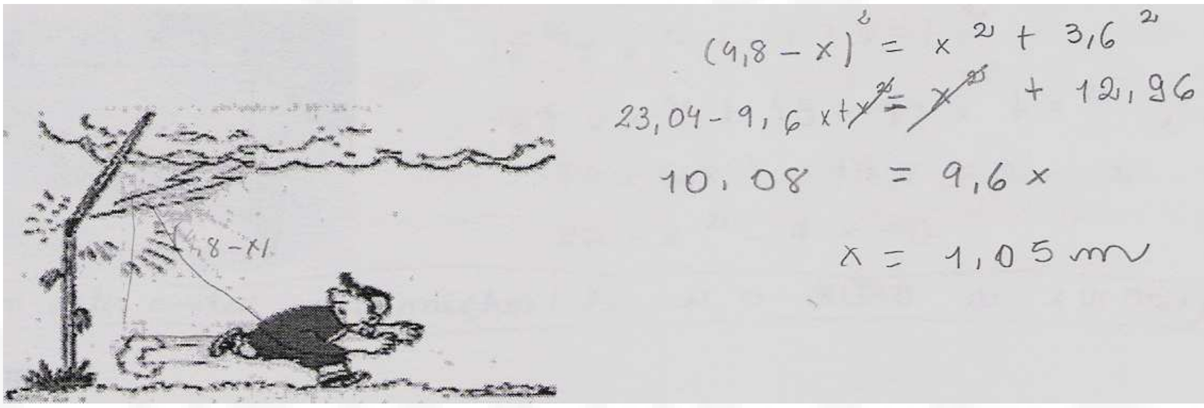
Levindo estava no exato momento em que um raio quebrou um bambu, a 4,8m de altura, o bambu tomba de modo que sua ponta toca o solo a 3,6m de sua base. Então pode- se afirmar que altura do bambu era:

FIGURA 33 - Figura do problema 1 da aula 4.



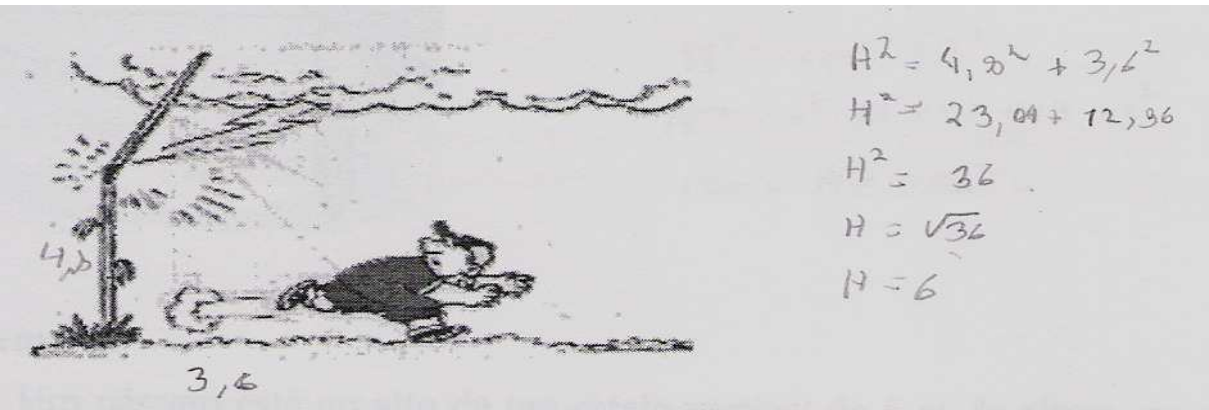
Fonte: Matemática. Disponível em: “http://www.portalimpacto.com.br/docs/01JerleyF32ANOAula06Exercicios.pdf”

FIGURA 34 - Resposta do aluno 4, na aula 4, problema 1.



Fonte: Material aluno 4

FIGURA 35 - Resposta do aluno 5, na aula 4, problema 1.

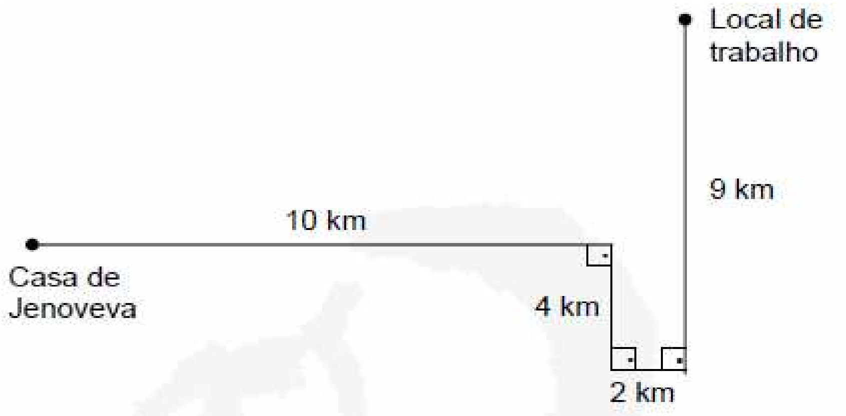


Fonte: Material aluno 5

Problema 02

Genoveva costuma seguir todos os dias um trajeto, que vai de sua casa até a loja que trabalha. Este trajeto é representado pelo esquema abaixo:

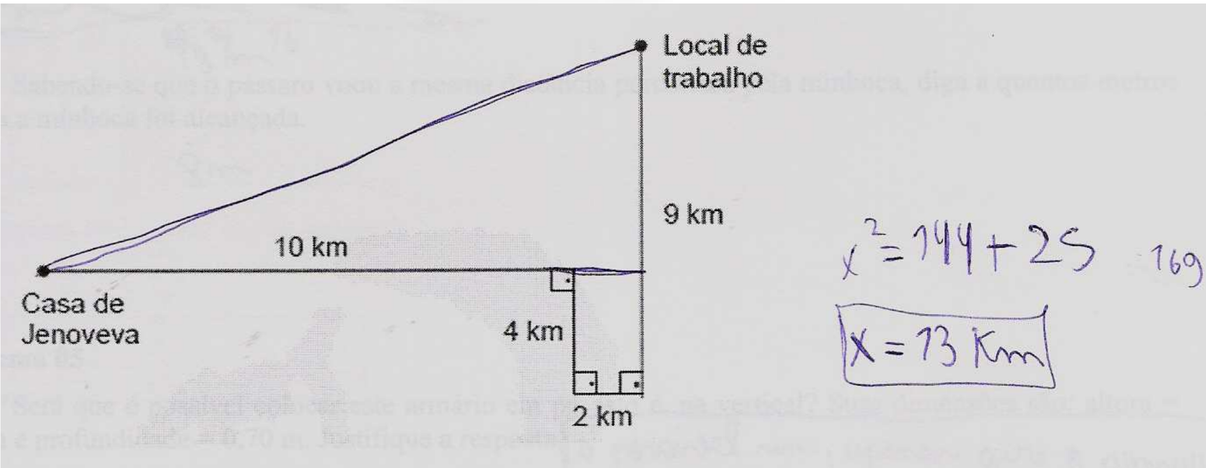
FIGURA 36 – Figura do problema 2 da aula 4.



Determine a menor distância da casa dela até o local de trabalho.

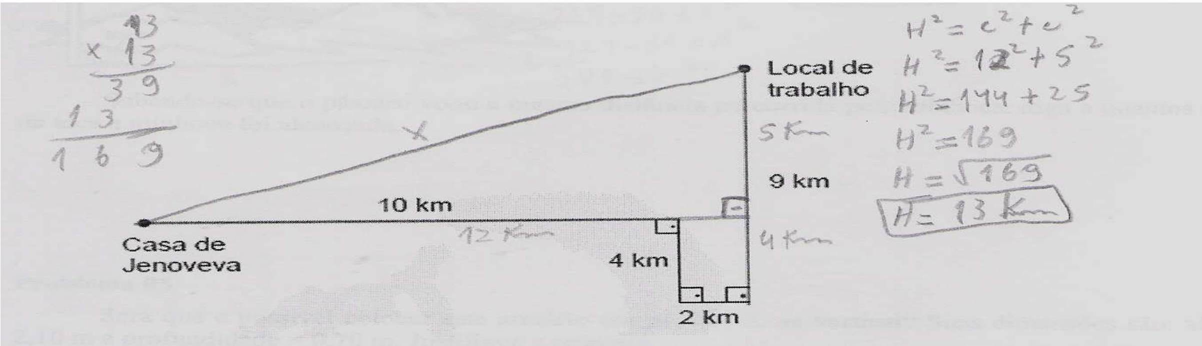
Fonte: Matemática. Disponível em: "http://www.portalimpacto.com.br/docs/01JerleyF32ANOAula06Exercicios.pdf"

FIGURA 37 - Resposta do aluno 3, na aula 4, problema 2.



Fonte: Material aluno 3

FIGURA 38 - Resposta do aluno 8, na aula 4, problema 2.

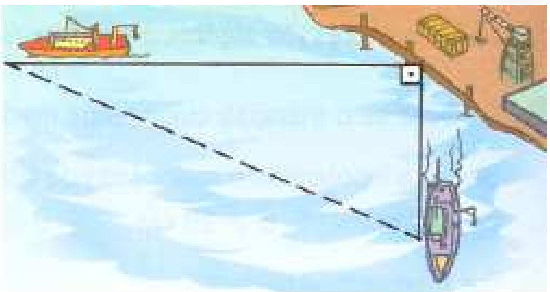


Fonte: Material aluno 8

Problema 03

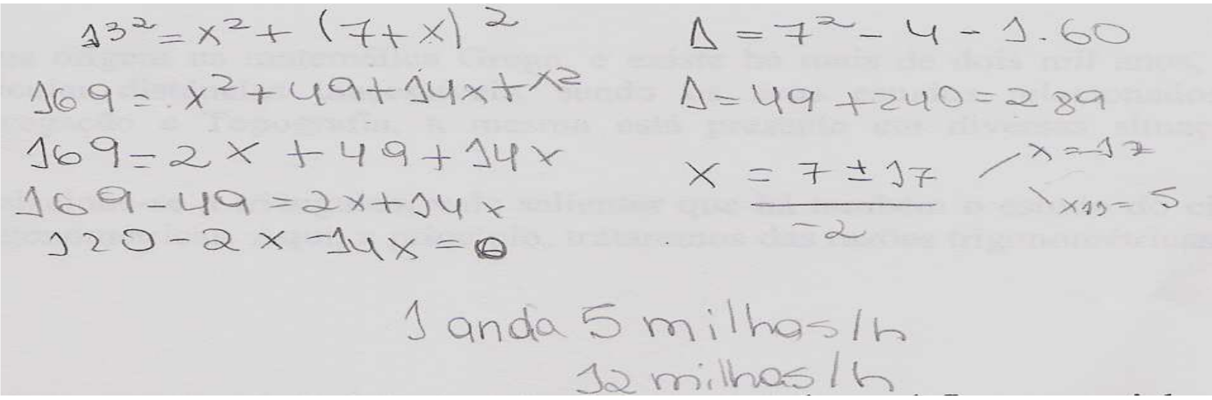
Dois barcos partem do porto Manacapuru, no mesmo instante, e viajam com velocidade constante em direções que formam um ângulo reto. Depois de uma hora de viagem, a distância entre os dois barcos é 13 milhas. Se um deles é 7 milhas por hora mais rápido que o outro. Determine a velocidade de cada barco.

FIGURA 39 - Figura do problema 3 da aula 4.



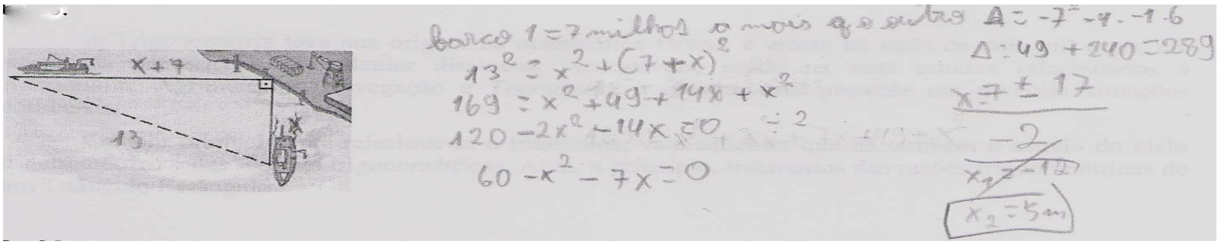
Fonte: Matemática Geometria I: http://www.scribd.com/doc/3489987/Matematica-Geometria-I-Aula11-Parte01

FIGURA 40 - Resposta do aluno 10, na aula 4, problema 3.



Fonte: Material aluno 10

FIGURA 41 - Resposta do aluno 11, na aula 4, problema 3.

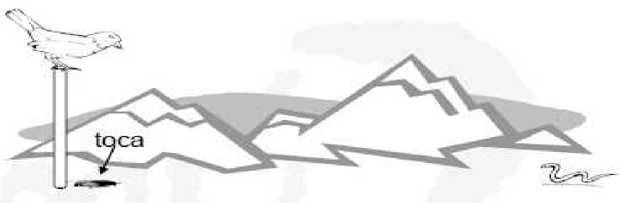


Fonte: Material aluno 11

Problema 04

Um pássaro está no alto de um esteio vertical de 6 m de altura, ao pé do qual fica uma minhoca. De repente o pássaro vê a minhoca, que se encontra a 18 m da toca. O pássaro faz um vôo em linha reta e alcança a minhoca antes que ela atinja a toca. Pobre minhoca!

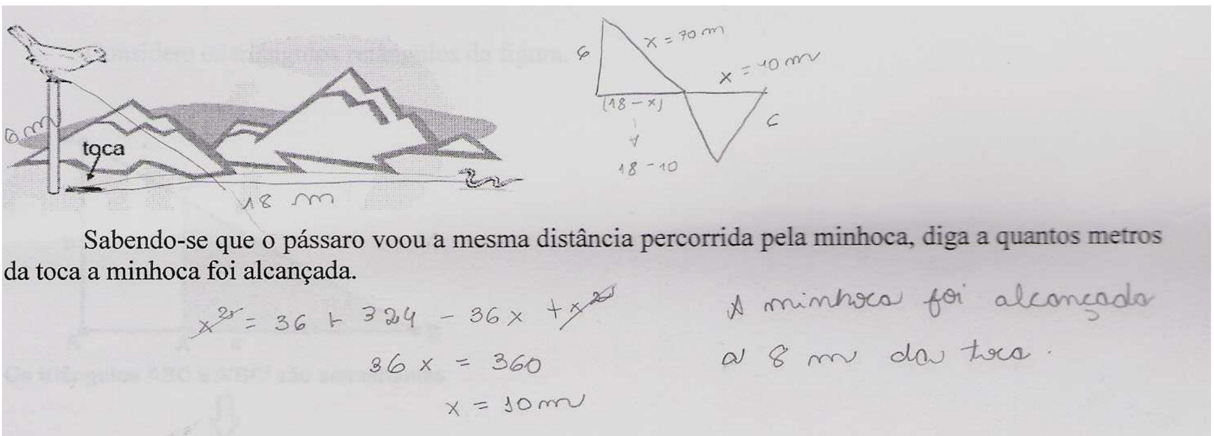
FIGURA 42 - Figura do problema 05 da aula 04.



Sabendo-se que o pássaro voou a mesma distância percorrida pela minhoca, diga a quantos metros da toca a minhoca foi alcançada.

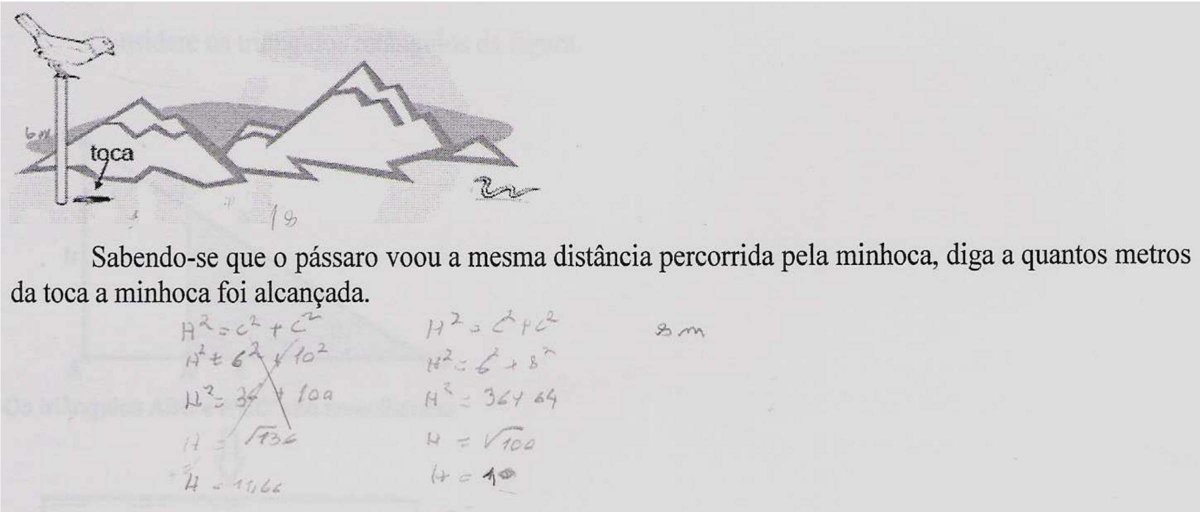
Fonte: Ensino Médio – 2º Ano. Disponível em: “http://www.portalimpacto.com.br/docs/2AnoMatematicaHenryAula03em2009.pdf”

FIGURA 43 - Resposta do aluno 4, na aula 4, problema 4.



Fonte: Material aluno 4

FIGURA 44 - Resposta do aluno 5, na aula 4, problema 4.

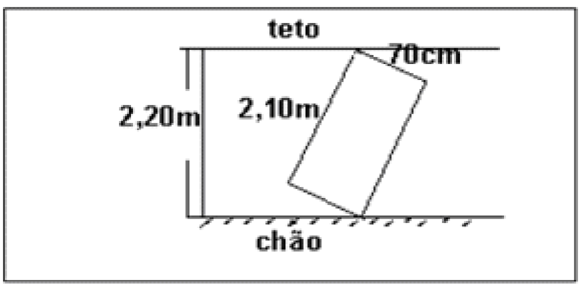


Fonte: Material aluno 5

Problema 05

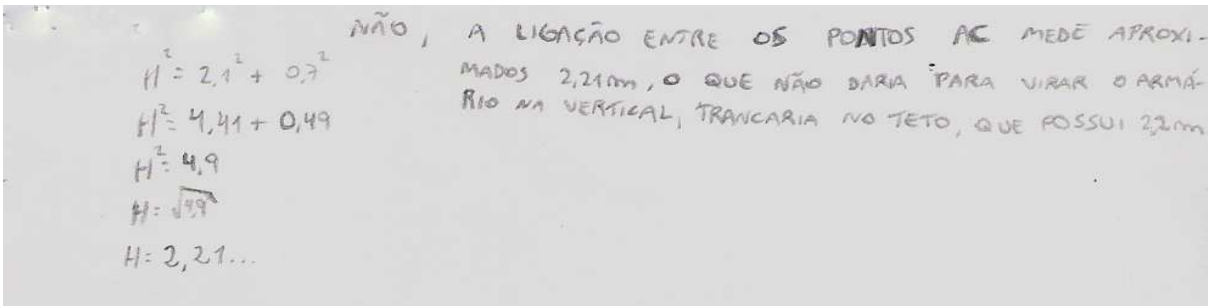
Será que é possível colocar este armário em pé, isto é, na vertical? Suas dimensões são: altura = 2,10 m e profundidade = 0,70 m. Justifique a resposta.

FIGURA 45 – Figura do problema 5 da aula 4.



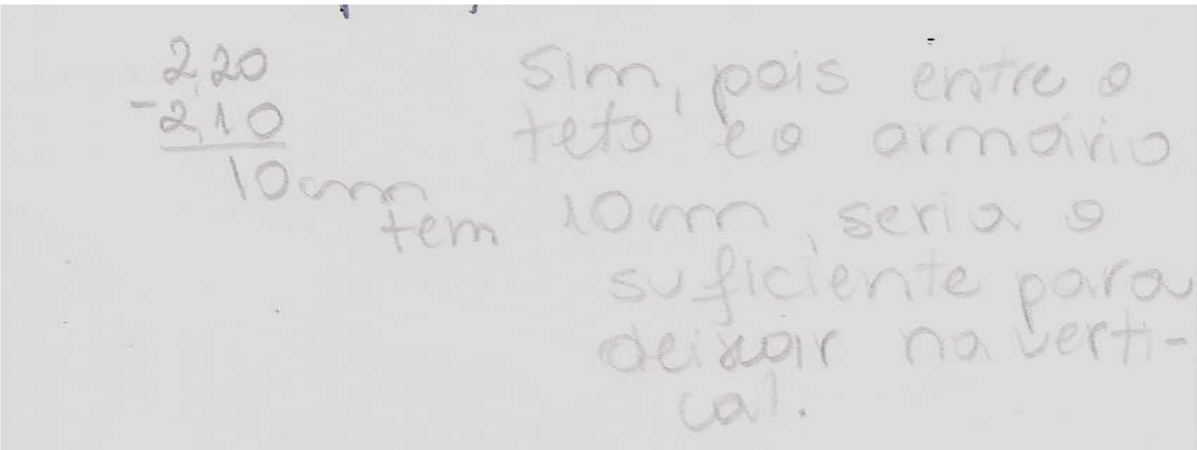
Fonte: O Teorema de Pitágoras. Disponível em: "http://www.pucsp.br/pos/edmat/ma/dissertacao/irma_verri_bastian.pdf"

FIGURA 46 - Resposta do aluno 9, na aula 4, problema 5.



Fonte: Material aluno 9

FIGURA 47 - Resposta do aluno 7, na aula 4, problema 5.



Fonte: Material aluno 7

Nesta aula, percebi que os alunos estavam mais tranquilos, porém, a todo momento, demonstravam um pouco de insegurança, perguntando: “Qual é a resposta?”. As dificuldades em interpretarem os dados, contidos nos problemas 3 e 5, aguçou-lhes a curiosidade, fazendo com que os mesmos pedissem para que eu corrigisse esses problemas. Nesse momento, agindo como um facilitador, passei algumas informações, conduzindo a construção de uma solução para os problemas elaborada por eles próprios e, posteriormente, discutida durante o momento de correção.

4.5 Aula 05 – Introdução a Trigonométricas por meio do Triângulo Retângulo

Conteúdos a serem ministrados:

- Relações Trigonométricas Triângulo Retângulo;
- Construção da tabela de razões trigonométricas (30º, 45º e 60º).

Objetivos:

- Demonstrar as Relações Trigonométricas do Triângulo Retângulo;
- Identificar e usar corretamente as relações: seno, cosseno e tangente;
- Construir a tabela de razões trigonométricas (30º, 45º e 60º).

Metodologias e Recursos Didáticos:

- Aulas expositivas e demonstrativas;
- Uso de material auxiliar: régua, esquadro, transferidor;

- Quadro negro e giz;
- Data-show: apresentação e explicação dos conteúdos em Power Point.

Avaliação:

- Durante as aulas, observando o interesse e a participação do aluno.
- Seminários:”A importância da Trigonometria e suas aplicações no mundo moderno”.

Introdução à Trigonometria:

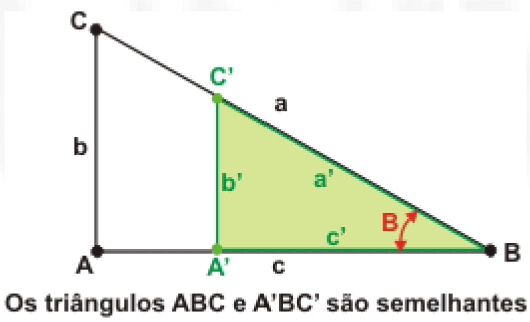
A Trigonometria teve sua origem na Matemática Grega, existe há mais de dois mil anos e surgiu da necessidade de calcular distâncias inacessíveis, sendo os seus estudos relacionados à Astronomia, à Agrimensura, à Navegação e à Topografia, fazendo-se presente em diversas situações cotidianas.

Embora originalmente relacione-se a triângulos, vale salientar que há também o estudo do ciclo trigonométrico e das funções trigonométricas. Aqui, a princípio, tratamos das razões trigonométricas de um Triângulo Retângulo.

Razões Trigonométricas do Triângulo Retângulo:

Considere os Triângulos Retângulos da figura:

FIGURA 48 - Figura sobre Razões Trigonométricas do Triângulo Retângulo 1.



$$\boxed{\frac{\overline{BC}}{\overline{BC'}} = \frac{\overline{CA}}{\overline{C'A'}} = \frac{\overline{AB}}{\overline{A'B'}} \Rightarrow \frac{a}{a'} = \frac{b}{b'} = \frac{c}{c'}}$$

Denominamos de:

- seno de um ângulo a razão entre o cateto oposto e a hipotenusa.
- cosseno de um ângulo a razão entre o cateto adjacente e a hipotenusa.

- tangente de um ângulo a razão entre o cateto oposto e o cateto adjacente.

FIGURA 49 - Figura sobre Razões Trigonométricas do Triângulo Retângulo 2.

$$\boxed{\operatorname{sen} B = \frac{b}{a}} \cdots \text{ou} \cdots \operatorname{sen} B = \frac{b'}{a'}$$

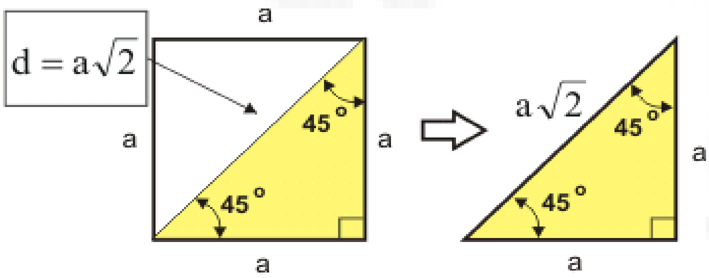
$$\boxed{\cos B = \frac{c}{a}} \cdots \text{ou} \cdots \cos B = \frac{c'}{a'}$$

$$\boxed{\operatorname{tg} B = \frac{b}{c}} \cdots \text{ou} \cdots \operatorname{tg} B = \frac{b'}{c'}$$

Cálculo do seno, cosseno e tangente de 45°

Considere o quadrado de lado a mostrado na figura:

FIGURA 50 - Figura sobre o Cálculo do seno, cosseno e tangente de 45º



$$\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{a}{a\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\operatorname{sen} 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

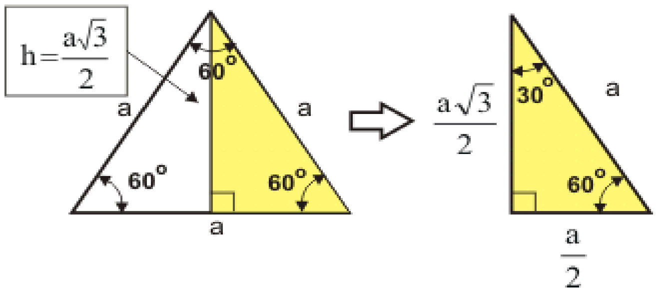
$$\cos 45^\circ = \frac{a}{a\sqrt{2}} \Rightarrow \boxed{\cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = \frac{a}{a} \Rightarrow \boxed{\operatorname{tg} 45^\circ = 1}$$

Cálculo do seno, cosseno e tangente de 30º e 60º

Considere o triângulo equilátero de lado *a* mostrado na figura.

FIGURA 51 - Figura sobre Cálculo do seno, cosseno e tangente de 30º e 60º.



$$\text{sen}30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{a} \Rightarrow \boxed{\text{sen}30^\circ = \frac{1}{2}} \qquad \text{sen}60^\circ = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} \Rightarrow \boxed{\text{sen}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

$$\cos 30^0 = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{a} \Rightarrow \boxed{\cos 30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}} \qquad \cos 60^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{a} \Rightarrow \boxed{\cos 60^\circ = \frac{1}{2}}$$

$$\text{tg}30^\circ = \frac{\frac{a}{2}}{\frac{a\sqrt{3}}{2}} \Rightarrow \boxed{\text{tg}30^\circ = \frac{\sqrt{3}}{3}} \qquad \text{tg}60^\circ = \frac{\frac{a\sqrt{3}}{2}}{\frac{a}{2}} \Rightarrow \boxed{\text{tg}60^\circ = \frac{\sqrt{3}}{2}}$$

4.6 Aula 06 - Resolução de problemas matemáticos aplicando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Conteúdo a ser ministrado:

- Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Objetivos:

- Interpretar situações que envolvam o uso das Relações Trigonométricas;
- Calcular medidas desconhecidas utilizando as Relações Trigonométricas;
- Identificar e usar corretamente as relações: seno, cosseno e tangente;
- Resolver situações - problema envolvendo as Relações Trigonométricas;
- Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Metodologias e Recursos Didáticos:

- Na primeira parte da aula, foram apresentados aos alunos cinco problemas para serem resolvidos com o uso das Relações Trigonométricas do Triângulo Retângulo, sendo que essa tarefa teve 30 minutos para ser realizada. Após esse tempo, fez-se a correção no quadro negro com interação e participação dos alunos;

- Aulas expositivas e demonstrativas;
- Uso de material auxiliar: régua, esquadro, transferidor;
- Régua, esquadro e transferidor foram utilizados na construção das figuras no quadro negro, através do qual foi realizada a correção dos problemas;
- Quadro negro e giz;
- Data-show: apresentação e explicação dos conteúdos em Power Point.

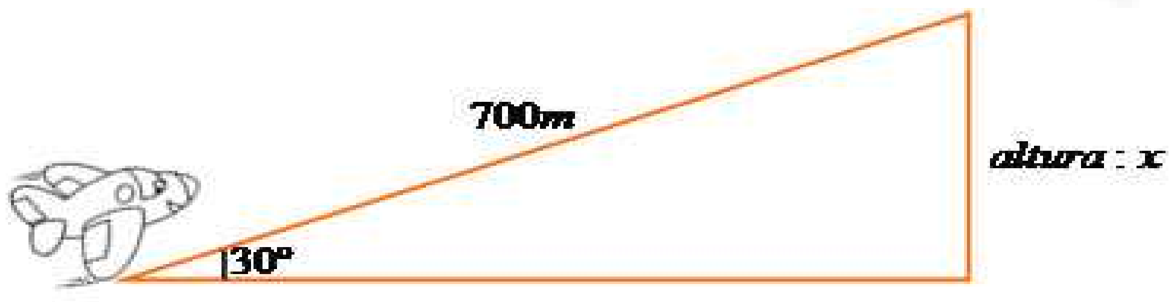
Avaliação:

- Durante as aulas, observando o interesse e a participação do aluno.
- Seminários: “A importância da Trigonometria e suas aplicações no mundo moderno”.

Problema 01

Um avião, ao decolar, sobe formando com a pista um ângulo de 30º. Após percorrer 700 metros, qual a altura em que ele se encontra do solo? Observe o desenho do esquema:

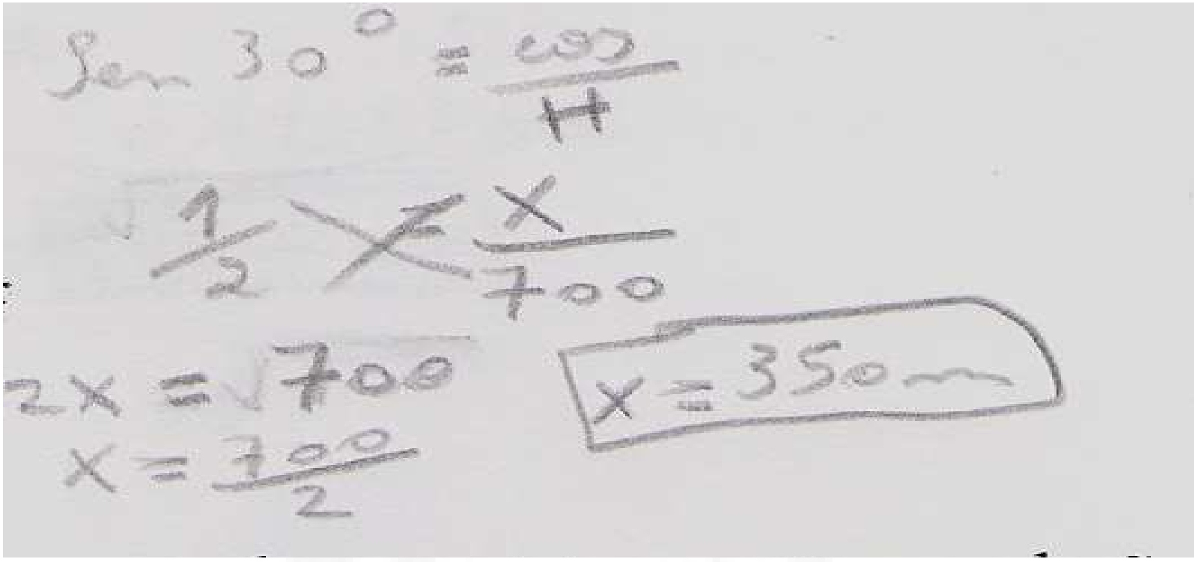
FIGURA 52 - Figura do problema 01 da aula 06.



Explique que será usada a relação do seno em razão da altura corresponder ao cateto oposto em relação ao ângulo de 30º e a hipotenusa corresponder ao espaço percorrido pelo avião.

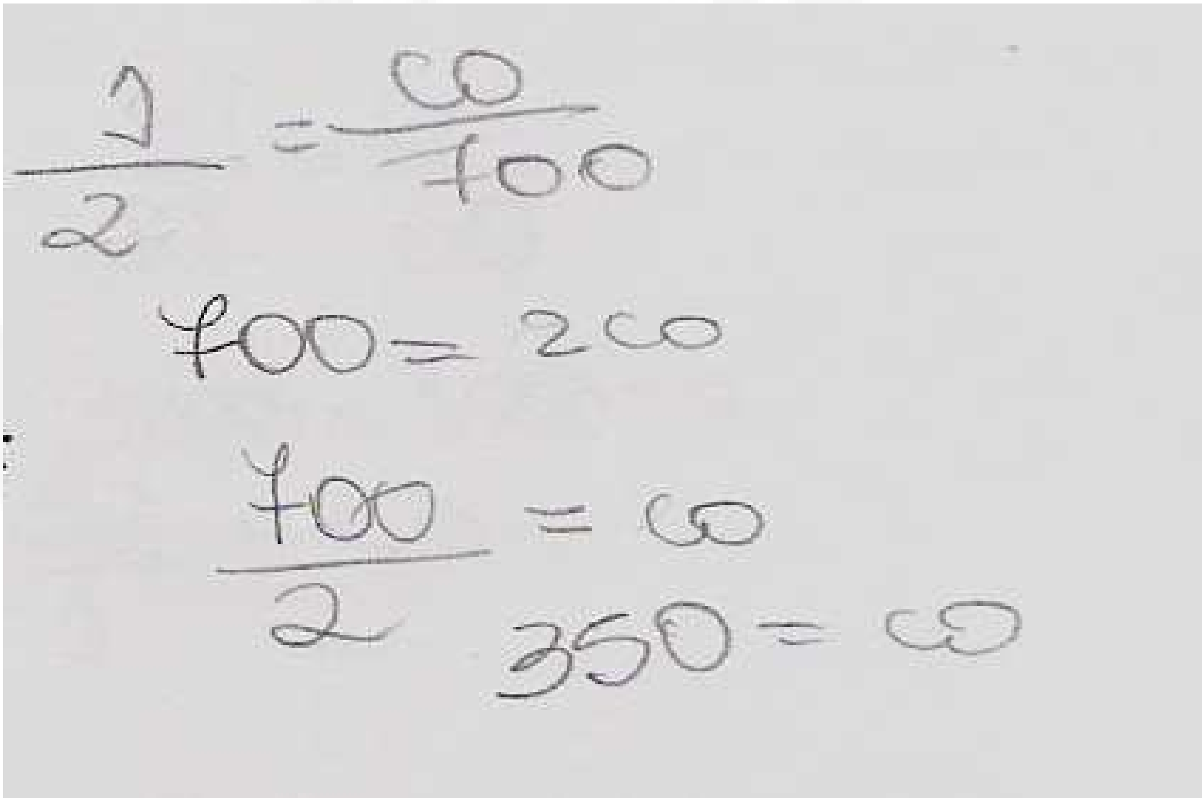
Fonte: Trigonometria no Triângulo Retângulo. Disponível em: “http://www.educador.brasilescola.com/estrategias-ensino/trigonometria-no-triangulo-retangulo.htm”

FIGURA 53 – Resposta do aluno 8, na aula 6, problema 1.



Fonte: Material aluno 8

FIGURA 54 – Resposta do aluno 10, na aula 6, problema 1.



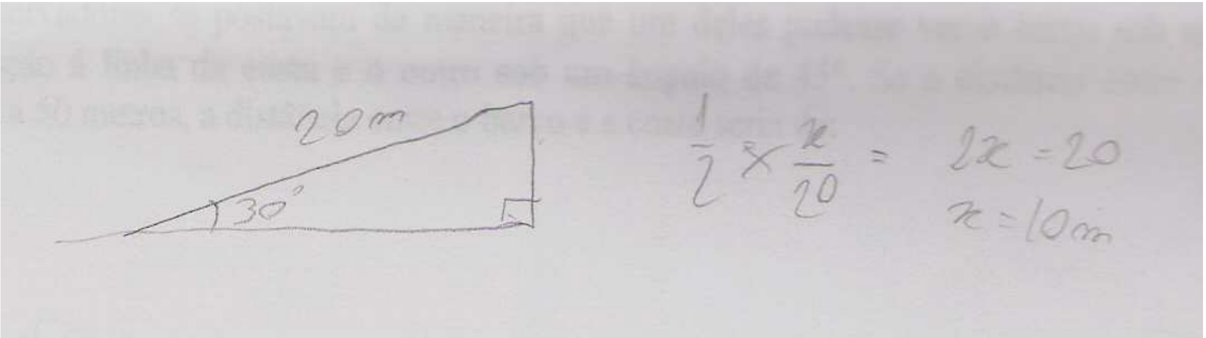
Fonte: Material aluno 10

Problema 02

Uma rampa lisa de 20 m de comprimento faz ângulo de 30° com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe nessa rampa eleva-se verticalmente:

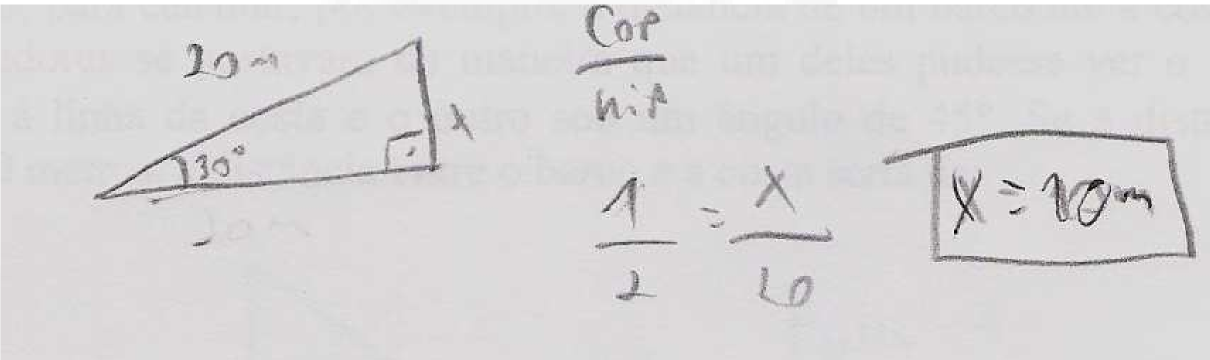
Fonte: (Adaptada) Material Didático do Sistema Positivo, Ensino Médio, M11NM, página 9, questão 2.

FIGURA 55 – Resposta do aluno 14, na aula 6, problema 1.



Fonte: Material aluno 14

FIGURA 56 – Resposta do aluno 2, na aula 6, problema 1.



Fonte: Material aluno 2

Problema 03

Para firmar no solo uma torre de 25 m de altura, devemos fixar alguns cabos de aço do topo da torre até o solo. Cada cabo forma um ângulo de 60□, conforme a figura. O comprimento de cada cabo será de aproximadamente

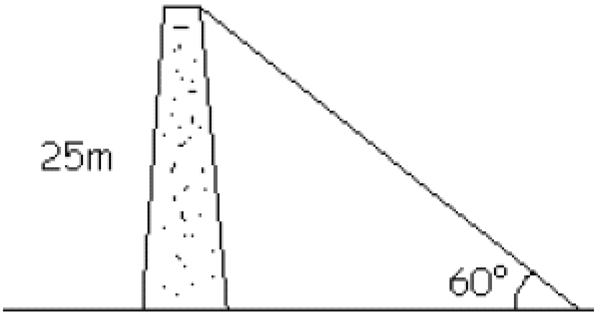
Dados:

sen 60º = 0,85

cos 60º = 0,50

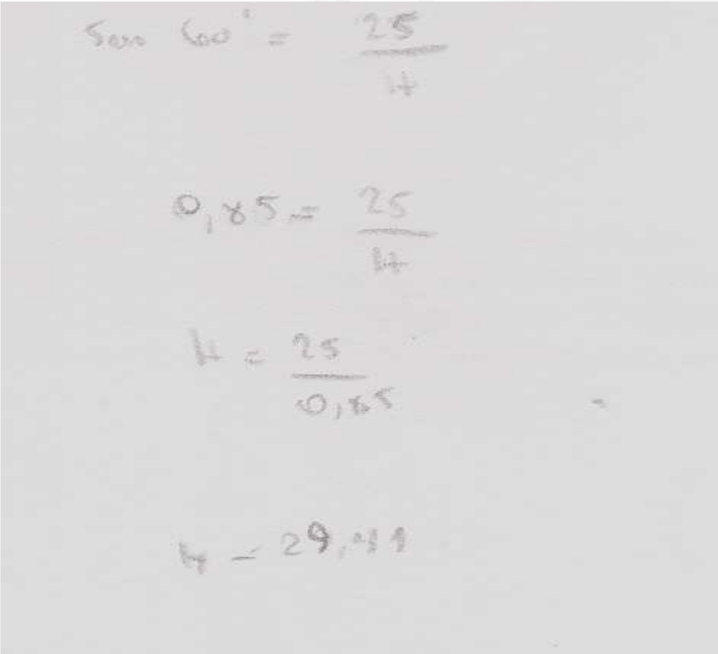
tg 60º = 1,70

FIGURA 57 - Figura do problema 03 da aula 06.



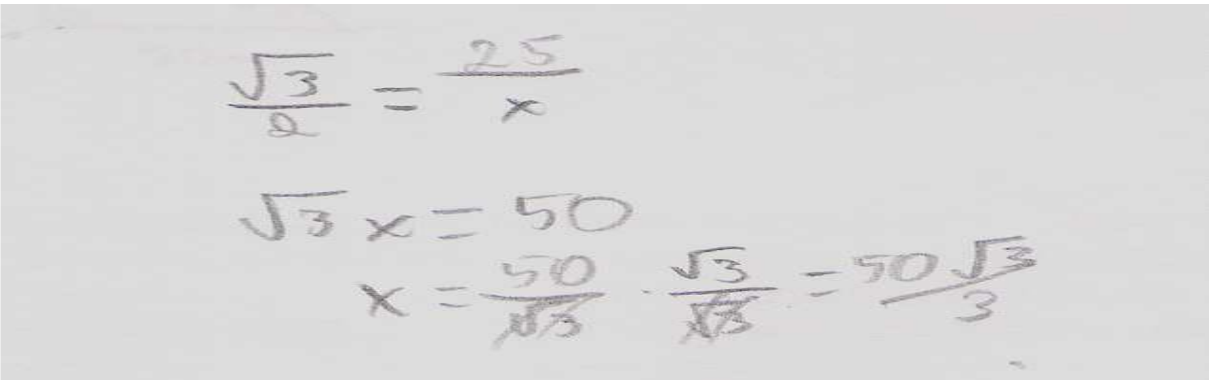
Fonte: Enceja Ensino Fundamental – 2005/INEP/página 05/ questão 12

FIGURA 58 – Resposta do aluno 12, na aula 6, problema 3.



Fonte: Material aluno 12

FIGURA 59 - Resposta do aluno 11, na aula 6, problema 3.



Fonte: Material aluno 11

Problema 04

Para soltar uma pipa, Gustavo utilizou 50 metros de fio. Em um certo momento, ele segura o carretal a uma distância de 1,6 m do solo. O fio determina um ângulo de 40° com a horizontal. Calcule a que altura do solo está a pipa:

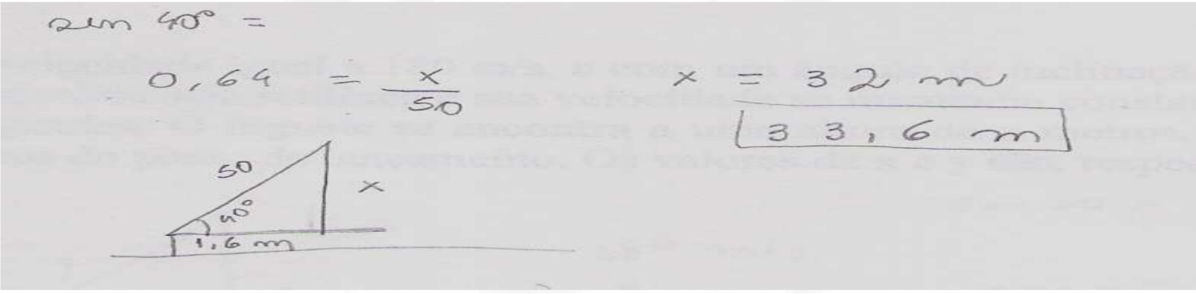
Considere: sen 40º = 0,64

cos 40º = 0,77

tg 40º = 0,84

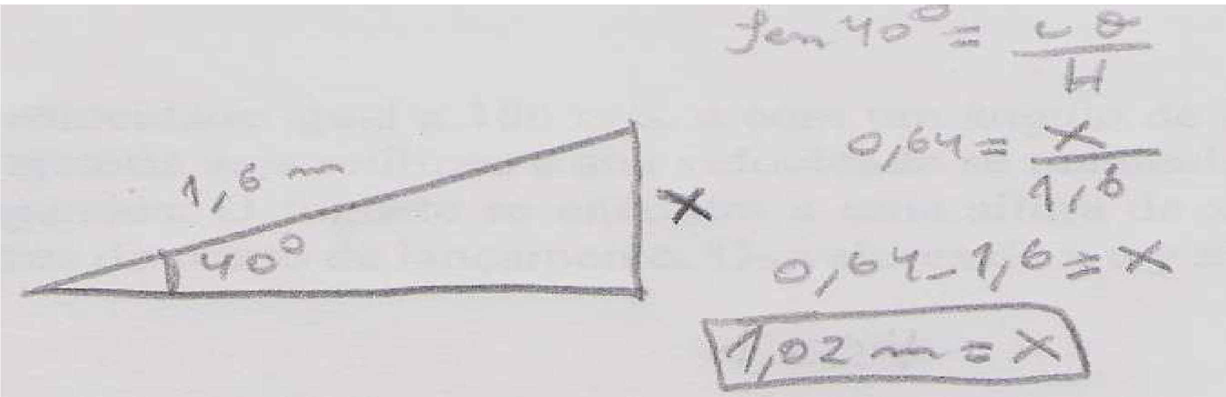
Fonte: Enceja Ensino Médio-2005/ INEP/ página 05/ questão 13

FIGURA 60 - Resposta do aluno 4, na aula 6, problema 4.



Fonte: Material aluno 4

FIGURA 61 - Resposta do aluno 8, na aula 6, problema 4.

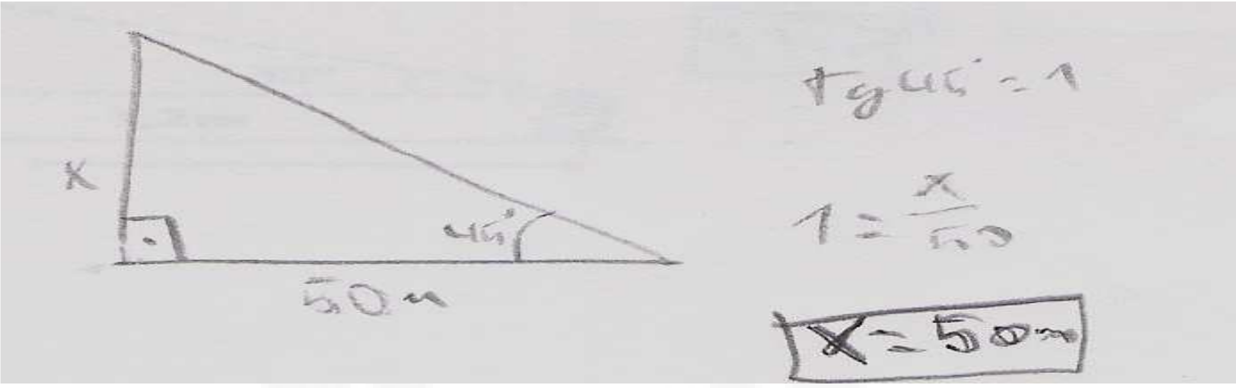


Fonte: Material aluno 8

Problema 05

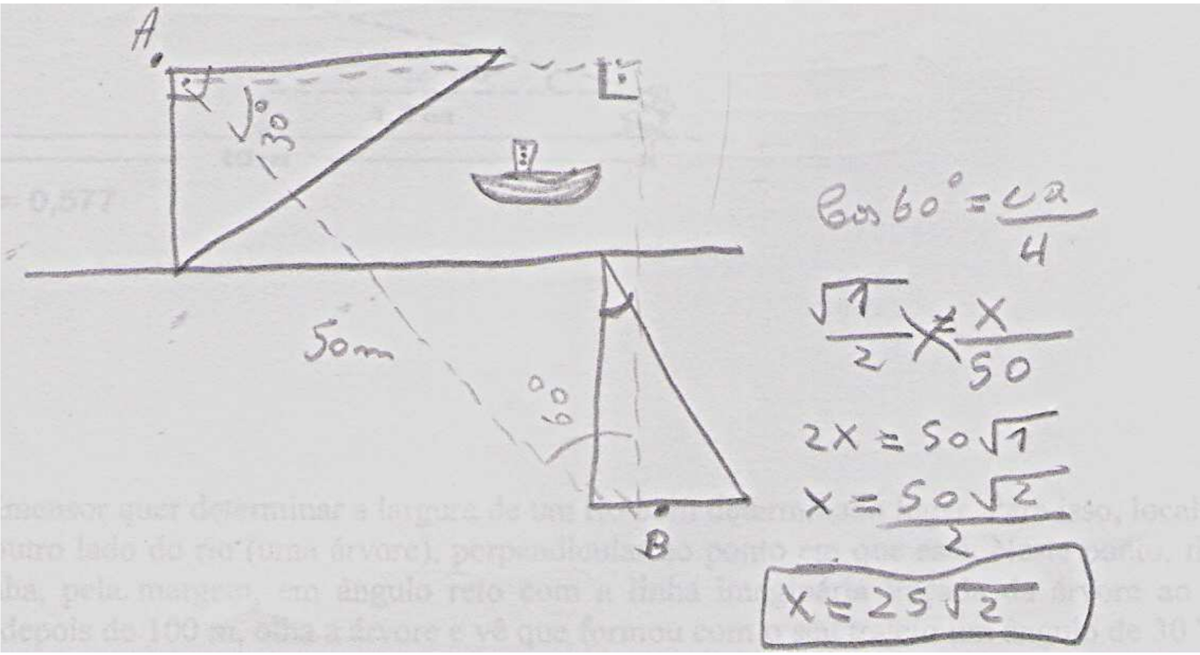
Desde os tempos da Antiga Grécia, a geometria sempre foi uma ciência aplicada, ou seja, empregada para resolver problemas práticos. Dos problemas que os gregos conseguiram resolver, dois merecem referência: o cálculo da distância de um objeto a um observador e o cálculo da altura de uma construção. No primeiro caso, para calcular, por exemplo, a distância de um barco até a costa, recorria-se a um artifício. Dois observadores se postavam de maneira que um deles pudesse ver o barco sob um ângulo de 90° com relação á linha da costa e o outro sob um ângulo de 45°. Se a distância entre os observadores fosse igual a 50 metros, a distância entre o barco e a costa seria de:

FIGURA 62 - Resposta do aluno 2, na aula 6, problema 5.



Fonte: Material aluno 2

FIGURA 63 - Resposta do aluno 8, na aula 6, problema 5.



Fonte: Material aluno 8

Desse modo, aproveitando os conhecimentos demonstrados pelos alunos nas aulas anteriores e buscando que eles ancorassem novos conhecimentos, parti para resolução de problemas aplicando as Relações Trigonométricas. Nesse momento, as dificuldades de alguns alunos apresentadas nas interpretações geométricas tornaram-se evidentes, conforme comprovam os materiais produzidos pelos sujeitos nas figuras 61 e 62. Assim, o resultado da aula 6 foi satisfatório, uma vez que apenas 3 alunos não conseguiram resolver adequadamente os problemas 4 e 5, não apresentando os demais dificuldades significativas.

4.7 Aula 07 – Resolução de problemas matemáticos aplicando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Conteúdos a ser ministrado:

• Trigonometria no Triângulo Retângulo.

Objetivos:

• Interpretar situações que envolvam o uso das relações trigonométricas;

• Calcular medidas desconhecidas utilizando as relações;

• Identificar e usar corretamente as relações: seno, cosseno e tangente;

• Resolver situações - problema envolvendo as relações trigonométricas;

• Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.

Metodologias e Recursos Didáticos:

• Na primeira parte da aula,foram apresentados aos alunos cinco problemas para serem resolvidos com o uso das Relações Trigonométricas do Triângulo Retângulo, sendo que essa tarefa teve 30 minutos para ser realizada. Após esse tempo, fez-se a correção no quadro negro com interação e participação dos alunos;

• Aulas expositivas e demonstrativas;

• Uso de material auxiliar: régua, esquadro, transferidor;

• Régua, esquadro e transferidor foram utilizados na construção das figuras no quadro negro, através do qual realizou-se a correção dos problemas;

• Quadro negro e giz;

• Data-show: apresentação e explicação dos conteúdos em Power Point.

Avaliação:

• Durante as aulas, observando o interesse e a participação do aluno;

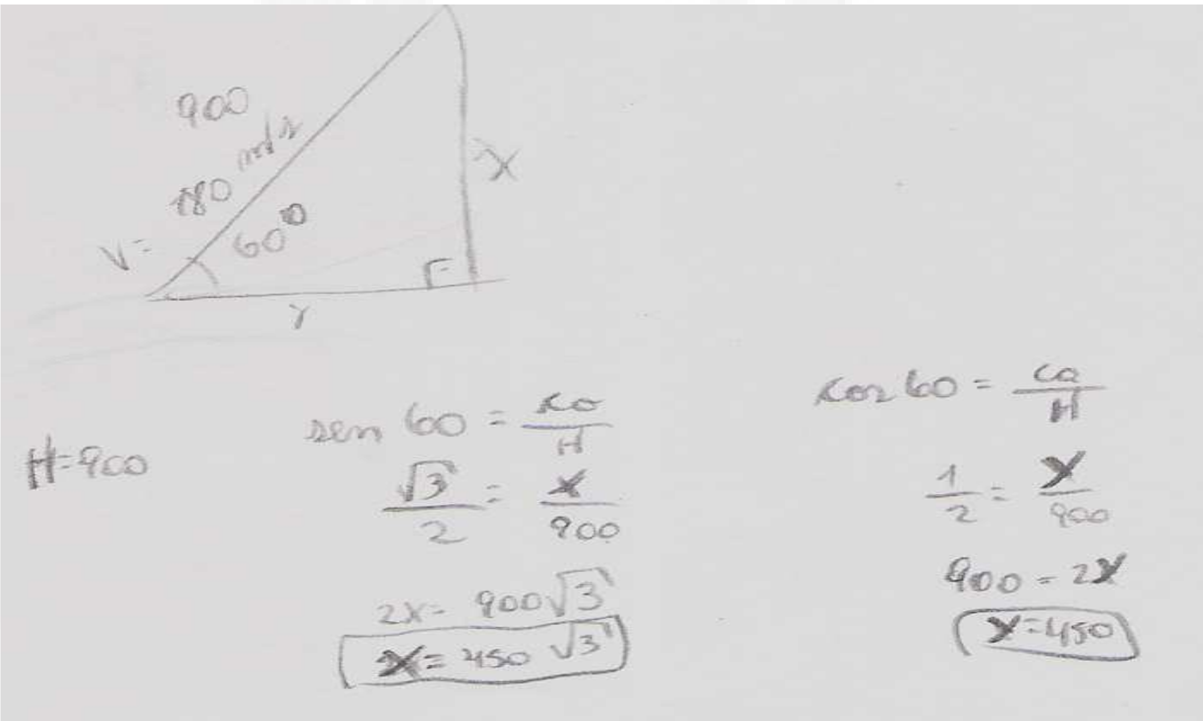
- Seminários: “A importância da Trigonometria e suas aplicações no mundo moderno”.

Problema 01

Um foguete é lançado com velocidade igual a 180 m/s, e com um ângulo de inclinação de 60º em relação ao solo. Suponha que sua trajetória seja retilínea e sua velocidade se mantenha constante ao longo de todo o percurso. Após cinco segundo,. O foguete se encontra a uma altura de x metros, exatamente acima de um ponto no solo, a y metros do ponto de lançamento. Os valores de x e y são, respectivamente:

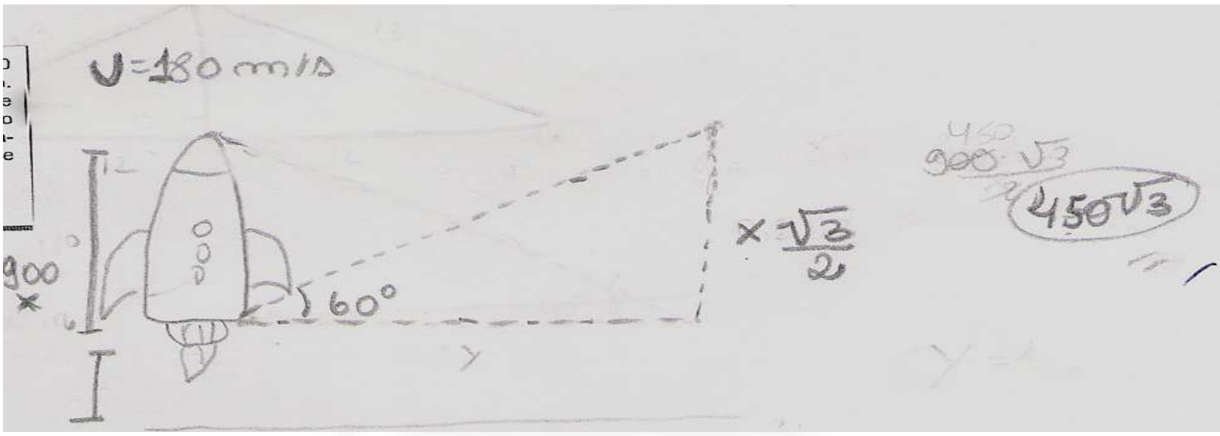
Fonte: Trigonometria nos Triângulos. Disponível em: ‘http://www.visaoportal.com.br/blog/arquivos/48/lista%2003%20-%20trigonometria%20nos%20tri_ngulos.pdf’

FIGURA 64 - Resposta do aluno 9 da aula 7, problema 1.



Fonte: Material aluno 9

FIGURA 65 - Resposta do aluno 1, na aula 7, problema 1.

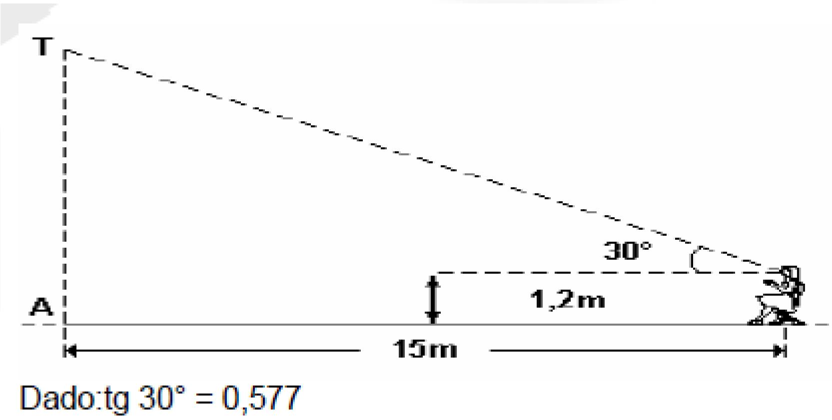


Fonte: Material aluno 1

Problema 02

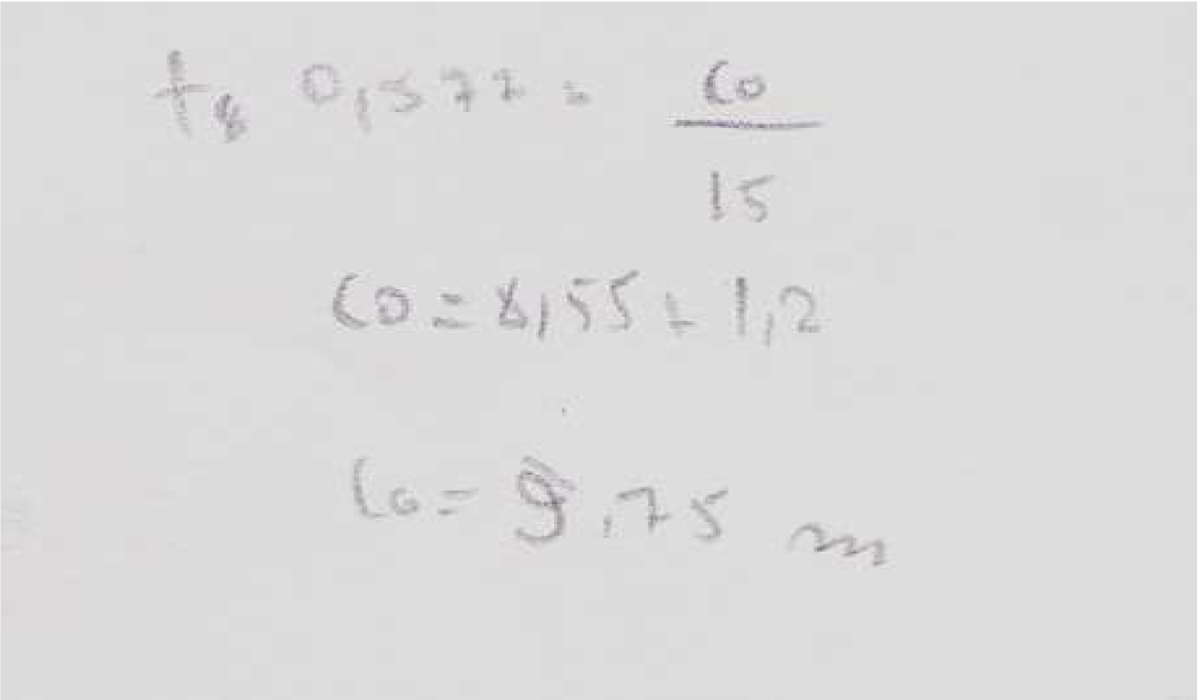
A seguir está representado um esquema de uma sala de cinema, com o piso horizontal. De quanto deve ser a medida aproximada de AT para que um espectador sentado a 15 metros da tela, com os olhos 1,2 metros acima do piso, veja o ponto mais alto da tela, que é T, a 30° da horizontal?

FIGURA 66 - Figura do problema 02 da aula 07.



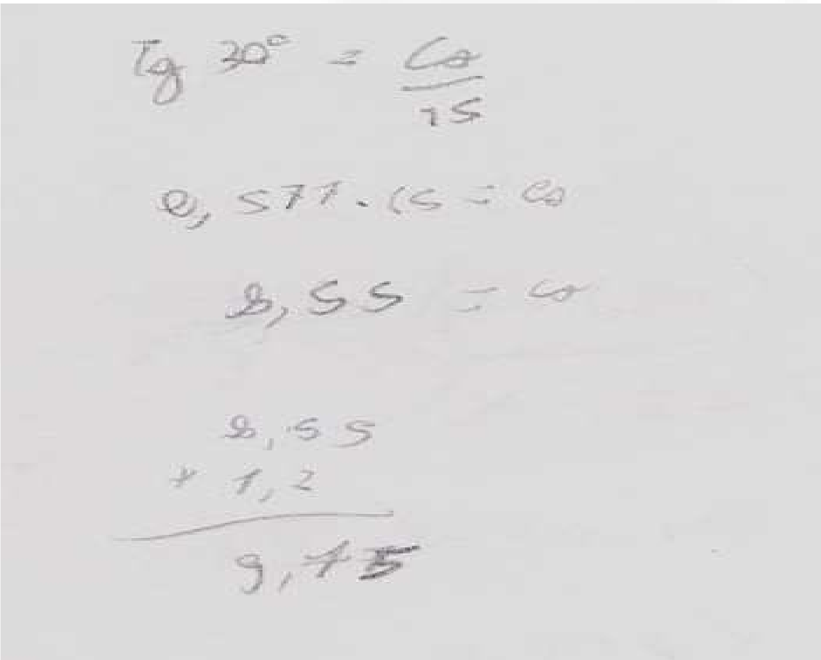
Fonte: Matemática. Disponível em: “http://www.portalimpacto.com.br/docs/01JerleyF32ANOAula05RelacoesTrigonometricasnoTrianguloRetangulo2.pdf”

FIGURA 67 - Resposta do aluno 12, na aula 7, problema 2.



Fonte: Material aluno 12

FIGURA 68 - Resposta do aluno 5, na aula 7, problema 2.



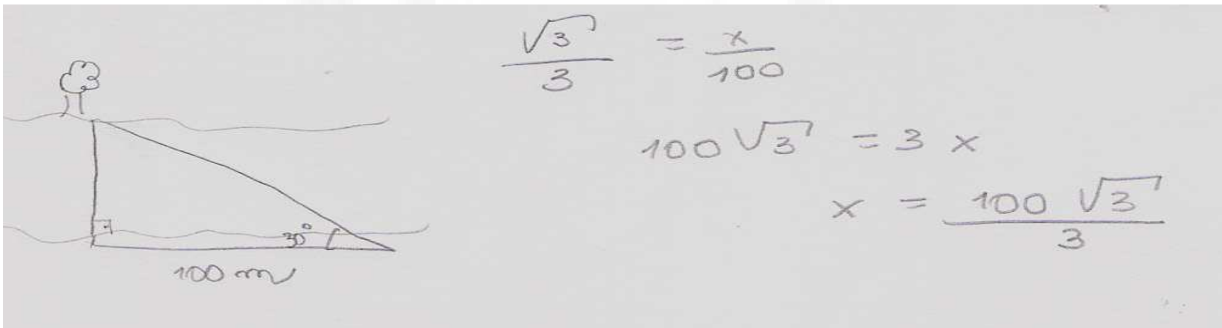
Fonte: Material aluno 5

Problema 03

Um agrimensor quer determinar a largura de um rio num determinado lugar. Para isso, localiza um ponto fixo do outro lado do rio (uma árvore), perpendicular ao ponto em que está. Neste ponto, fixa um marco e caminha, pela margem, em ângulo reto com a linha imaginária traçada da árvore ao marco colocado. Pára depois de 100 m, olha a árvore e vê que formou com o seu trajeto um ângulo de 30 º. Qual a largura do rio?

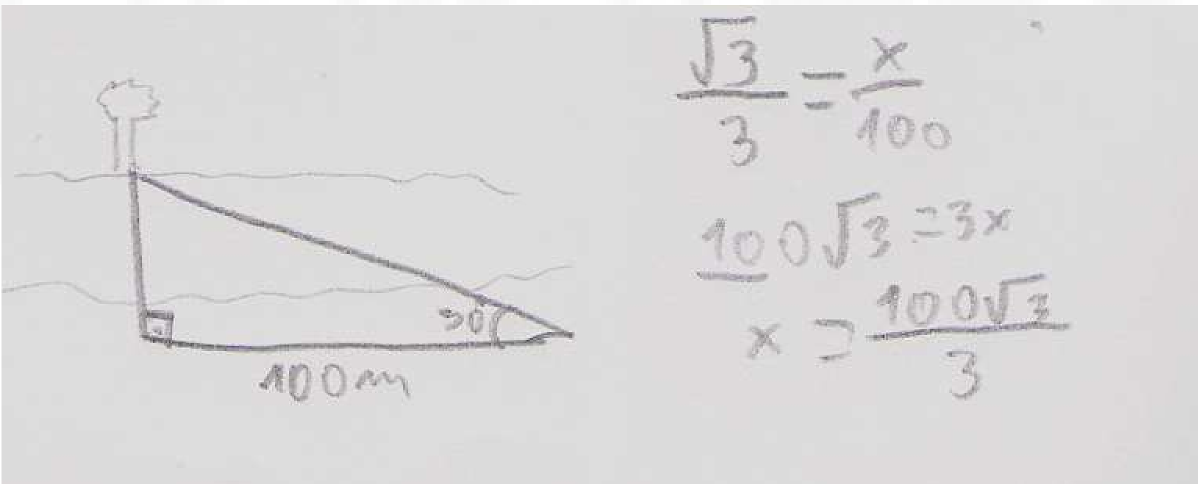
Fonte: Trigonometria nos Triângulos. Disponível em: ‘http://www.visaoportal.com.br/blog/arquivos/48/lista%2003%20-%20trigonometria%20nos%20tri_ngulos.pdf’

FIGURA 69 - Resposta do aluno 11, na aula 7, problema 3.



Fonte: Material aluno 11

FIGURA 70 - Resposta do aluno 4,na aula 7, problema 3.

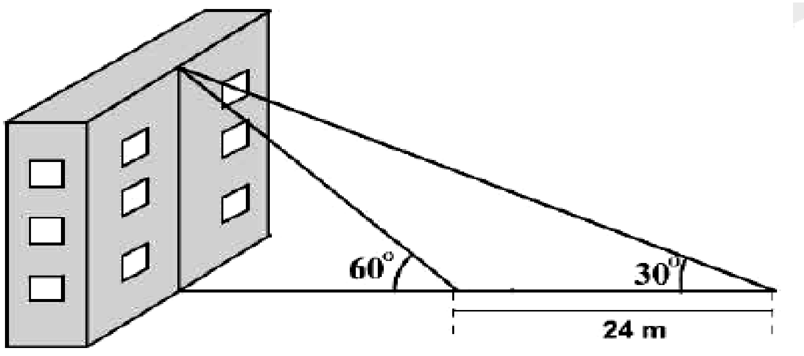


Fonte: Material aluno 4

Problema 04

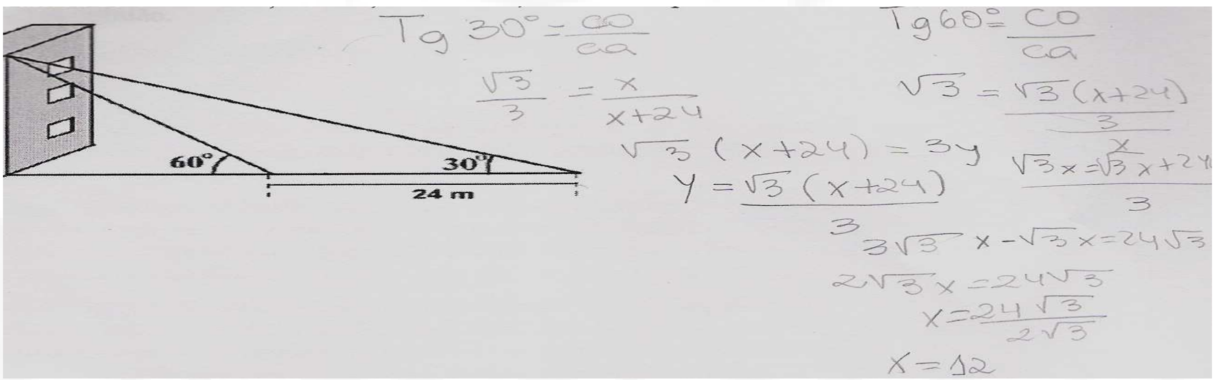
A partir de um ponto, observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30º. Caminhando 24 m em direção ao prédio, atingimos outro ponto, de onde se vê o topo do prédio segundo um ângulo de 60º. Desprezando a altura do observador, calcule, em metros, a altura do prédio é:

FIGURA 71 - Figura do problema 04 da aula 07.



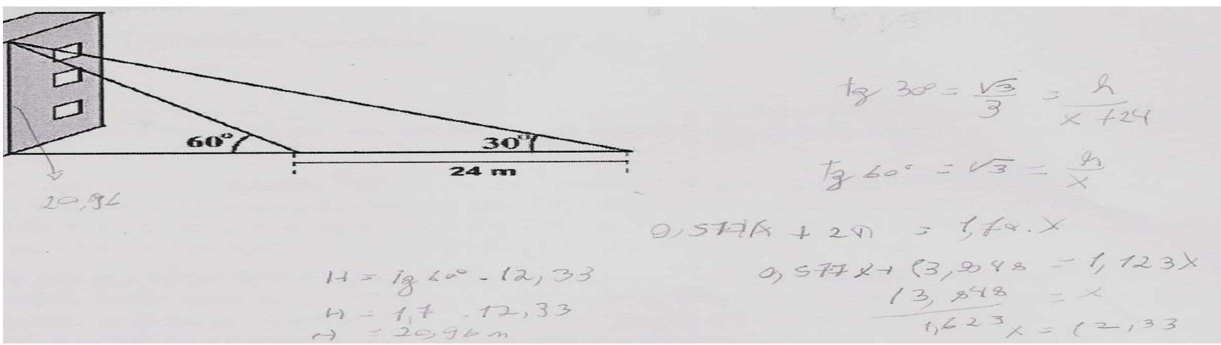
Fonte: Giovanni (2000 p. 49).

FIGURA 72 - Resposta do aluno 10,na aula 7, problema 4.



Fonte: Material aluno 10

FIGURA 73 - Resposta do aluno 5, na aula 7, problema 4.



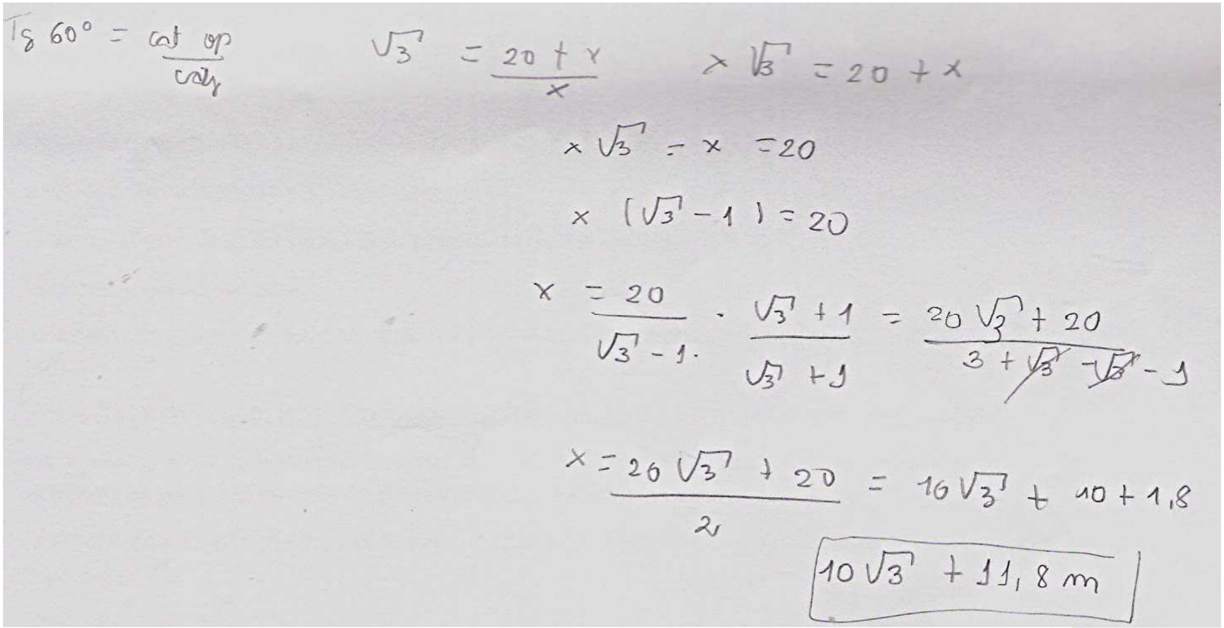
Fonte: Material aluno 5

Problema 05

Um homem de 1,80 m de altura avista o topo de um edifício sob um ângulo de 45º em relação à horizontal. Quando ele se aproxima 20 m do edifício, esse ângulo aumenta para 60º. Qual a altura do edifício?

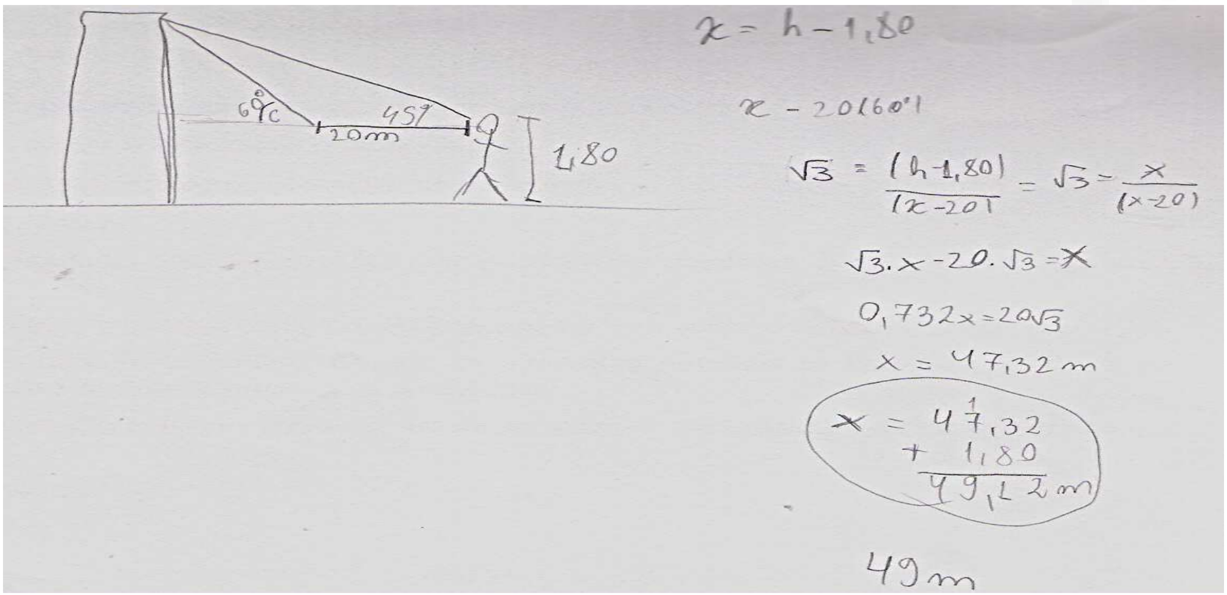
Fonte: Trigonometria Triângulo Retângulo. Disponível em: ‘http://www.portalimpacto.com.br/.../2ANOMatematicaHenryAula01em2009.pdf”

FIGURA 74 - Resposta do aluno 4, na aula 7, problema 5.



Fonte: Material aluno 4

FIGURA 75 - Resposta do aluno 14, na aula 7, problema 5.



Fonte: Material Aluno 14

Nesta última aula, pude perceber que os alunos já estavam habituados a esta metodologia proposta e, ao constatarem suas dificuldades, adotavam novas estratégias, desenvolvendo sua autonomia na resolução das questões.As maiores dificuldades ocorreram nas questões 4 e 5, conforme demonstram as figuras 72, 73 e 75., mas a maioria conseguia resolver os problemas à medida que elaboravam essas novas estratégias. Assim, ao serem desafiados no decorrer das aulas, demonstravam crescente interesse em participar das mesmas.

4.8 Aula 08 – Aplicação do Pós -Teste

O pós-teste foi aplicado, conforme previsto no cronograma, na oitava aula, transcorridas quatro semanas após a aplicação do pré-teste. Todos os alunos estavam presentes, as orientações foram as mesmas, bem como o tempo de duração. O objetivo da aplicação do mesmo foi constatar as possíveis mudanças ocorridas, fazendo a análise do percentual por opção de resposta no pré e pós-teste.

A seguir, descreve-se o percentual de acertos por questão, bem com a análise do mesmo.

Questão 01

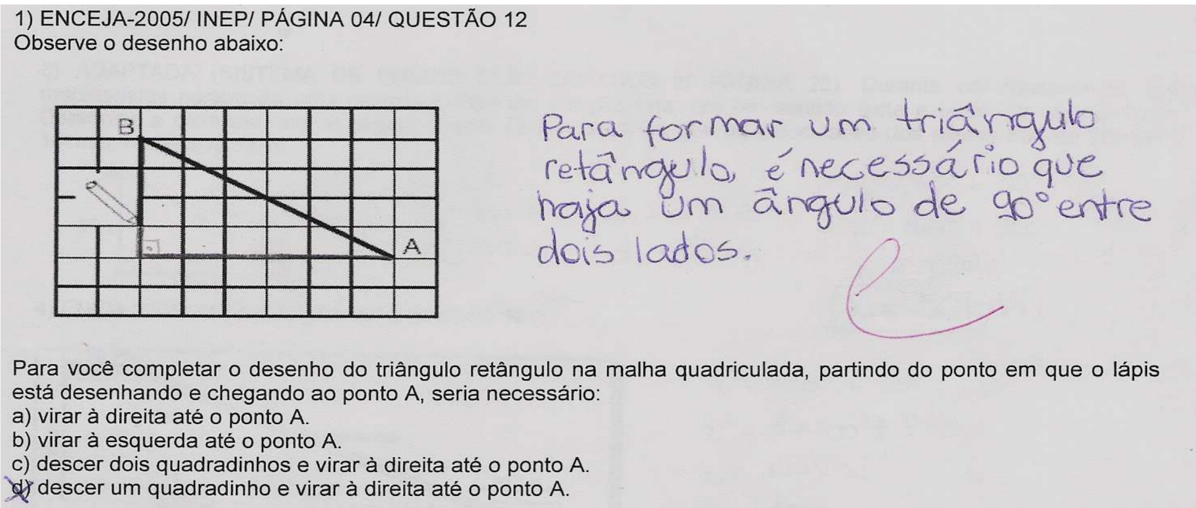
QUADRO 09 - Percentual por opção de resposta da questão 01 do Pós-teste.

	A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
Pré-Teste	0%	0%	0%	100%	0%	
Pós-Teste	0%	0%	0%	100%	0%	0%

Analisando-se as respostas, é possível observar que se manteve o resultado apresentado no pré-teste. As respostas nele apresentadas foram as mesmas que as do pós-teste, como se percebe abaixo.

Exemplos de respostas apresentadas:

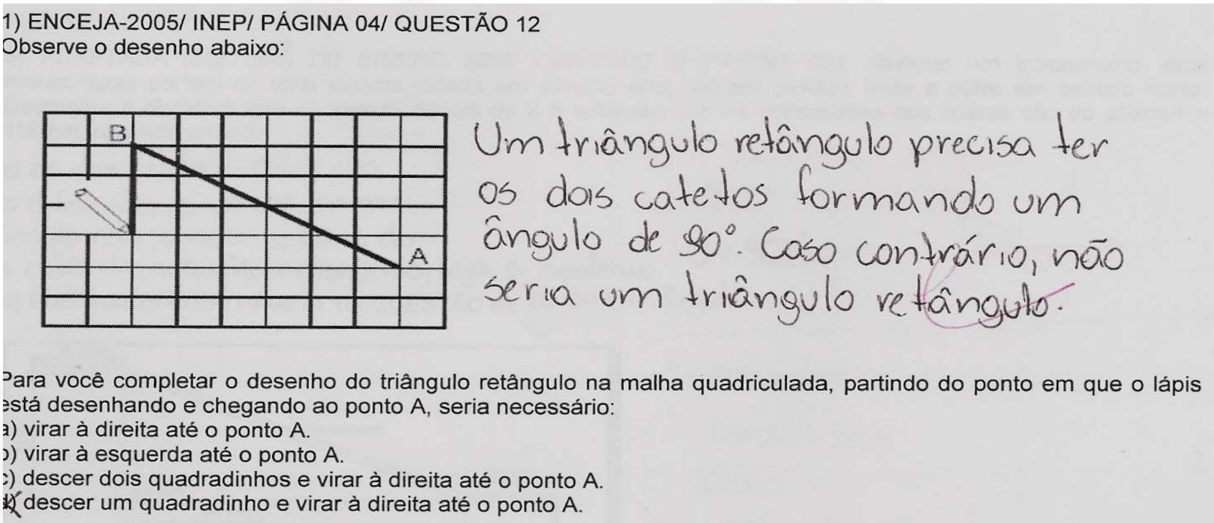
FIGURA 76 - Resposta do aluno 6, no pós-teste, problema 1.


1) ENCEJA-2005/ INEP/ PÁGINA 04/ QUESTÃO 12
Observe o desenho abaixo:

Para você completar o desenho do triângulo retângulo na malha quadriculada, partindo do ponto em que o lápis está desenhando e chegando ao ponto A, seria necessário:
a) virar à direita até o ponto A.
b) virar à esquerda até o ponto A.
c) descer dois quadradinhos e virar à direita até o ponto A.
d) descer um quadradinho e virar à direita até o ponto A.

Fonte: Pós-teste – Aluno 6

FIGURA 77 - Resposta do aluno 13, no pós-teste, problema 1.


1) ENCEJA-2005/ INEP/ PÁGINA 04/ QUESTÃO 12
Observe o desenho abaixo:

Para você completar o desenho do triângulo retângulo na malha quadriculada, partindo do ponto em que o lápis está desenhando e chegando ao ponto A, seria necessário:
a) virar à direita até o ponto A.
b) virar à esquerda até o ponto A.
c) descer dois quadradinhos e virar à direita até o ponto A.
d) descer um quadradinho e virar à direita até o ponto A.

Fonte: Pós-teste – Aluno 13

Questão 02

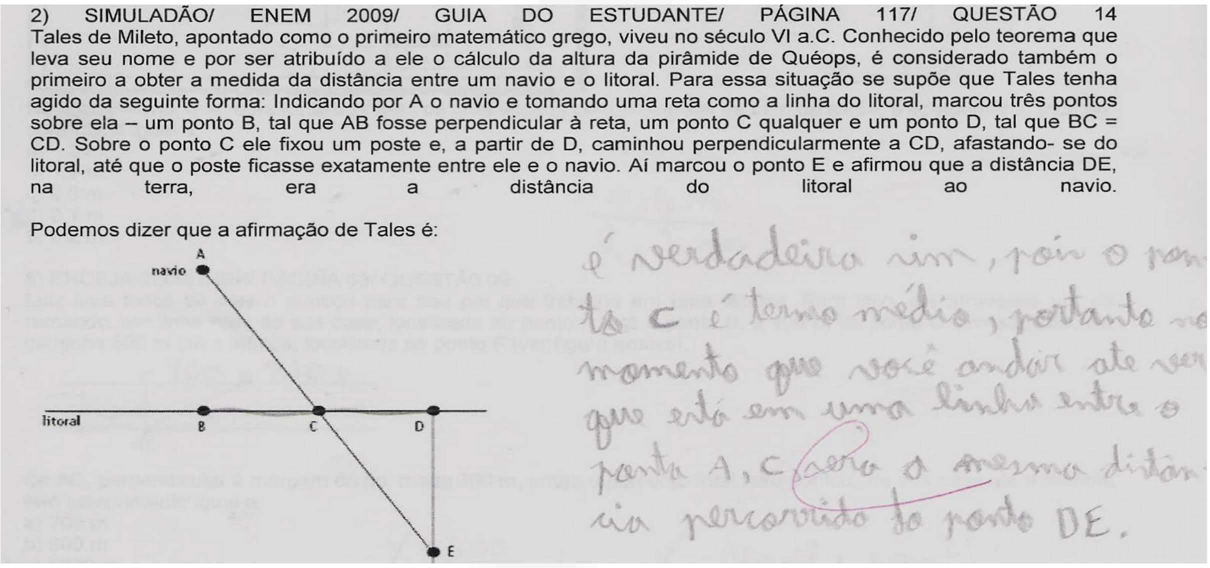
QUADRO 10 - Percentual por opção de resposta da questão 02 do Pós-teste.

	A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
Pré-Teste	7,14%	0%	92,86%	0%	0%	0%
Pós-Teste	0%	0%	100%	0%	0%	0%

Face aos resultados alcançados, em que todos os alunos acertaram a questão, acredito que a proposta metodológica elaborada com atividades privilegiando a utilização de régua e transferidor na construção geométrica como instrumento facilitador, a resolução de problemas foi determinante para que os objetivos propostos para esta questão fossem alcançados.

Exemplos de respostas apresentadas:

FIGURA 78 - Resposta do aluno 3, no pós-teste, problema 2.

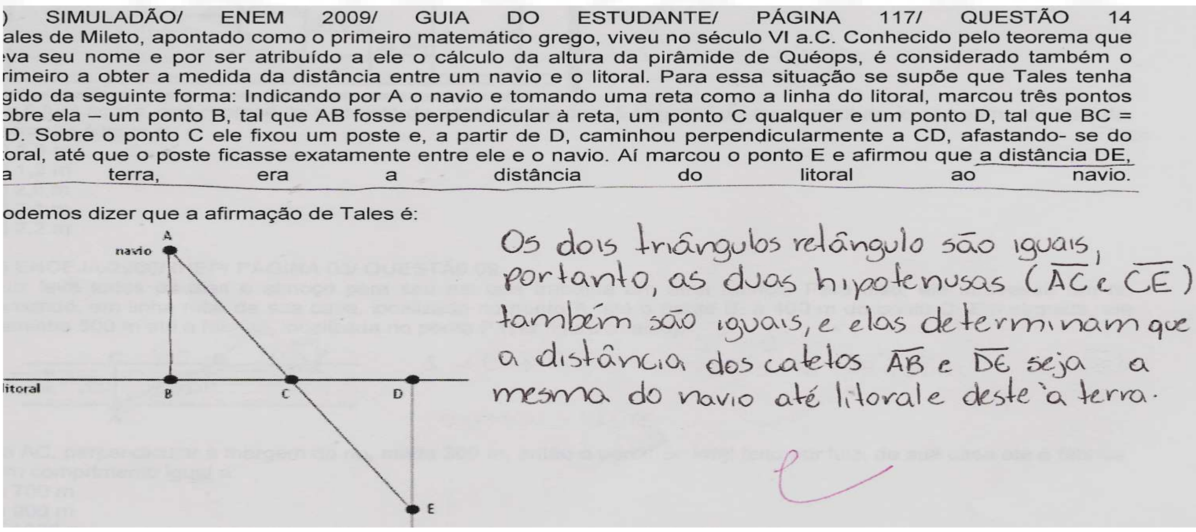

2) SIMULADÃO/ ENEM 2009/ GUIA DO ESTUDANTE/ PÁGINA 117/ QUESTÃO 14
Tales de Mileto, apontado como o primeiro matemático grego, viveu no século VI a.C. Conhecido pelo teorema que leva seu nome e por ser atribuído a ele o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, é considerado também o primeiro a obter a medida da distância entre um navio e o litoral. Para essa situação se supõe que Tales tenha agido da seguinte forma: Indicando por A o navio e tomando uma reta como a linha do litoral, marcou três pontos sobre ela – um ponto B, tal que AB fosse perpendicular à reta, um ponto C qualquer e um ponto D, tal que BC = CD. Sobre o ponto C ele fixou um poste e, a partir de D, caminhou perpendicularmente a CD, afastando- se do litoral, até que o poste ficasse exatamente entre ele e o navio. Aí marcou o ponto E e afirmou que a distância DE, na terra, era a distância do litoral ao navio.

Podemos dizer que a afirmação de Tales é:

é verdadeira sim, pois o pon-
to C é termo médio, portanto no
momento que você andar até ver
que está em uma linha entre o
ponto A, C será a mesma distân-
cia percorrida do ponto DE.

Fonte: Pós-teste – Aluno 3

FIGURA 79 - Resposta do aluno 13,no pós-teste, problema 2.


) SIMULADÃO/ ENEM 2009/ GUIA DO ESTUDANTE/ PÁGINA 117/ QUESTÃO 14
ales de Mileto, apontado como o primeiro matemático grego, viveu no século VI a.C. Conhecido pelo teorema que ›va seu nome e por ser atribuído a ele o cálculo da altura da pirâmide de Quéops, é considerado também o rimeiro a obter a medida da distância entre um navio e o litoral. Para essa situação se supõe que Tales tenha gido da seguinte forma: Indicando por A o navio e tomando uma reta como a linha do litoral, marcou três pontos obre ela – um ponto B, tal que AB fosse perpendicular à reta, um ponto C qualquer e um ponto D, tal que BC = D. Sobre o ponto C ele fixou um poste e, a partir de D, caminhou perpendicularmente a CD, afastando- se do oral, até que o poste ficasse exatamente entre ele e o navio. Aí marcou o ponto E e afirmou que a distância DE, a terra, era a distância do litoral ao navio.

odemos dizer que a afirmação de Tales é:

Os dois triângulos retângulo são iguais,
portanto, as duas hipotenusas ($\overline{AC}$ e $\overline{CE}$)
também são iguais, e elas determinam que
a distância dos catetos $\overline{AB}$ e $\overline{DE}$ seja a
mesma do navio até litoral e deste à terra.

Fonte: Pós-teste - Aluno 13

Questão 03

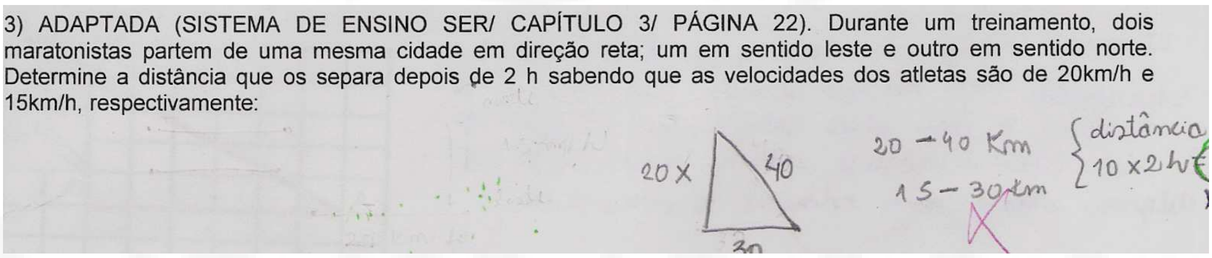
QUADRO 11 - Percentual por opção de resposta da questão 03 do Pós-teste.

	A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
Pré-Teste	28,58%	14,28%	35,72%	7,14%	7,14%	7,14%
Pós-Teste	14,28%	21,46%	64,26%	0%	0%	0%

Esta questão apresentou um percentual de acertos um pouco abaixo do estabelecido, que era de 70%.Embora houvesse uma melhora considerável, alguns alunos continuaram com dificuldades nas habilidades H7, H8 e H9, demonstrando que, talvez, a proposta pedagógica devesse ter dado uma atenção maior para a interpretação geométrica do problema. Para confirmar tal afirmação, novos estudos tornam-se necessários.

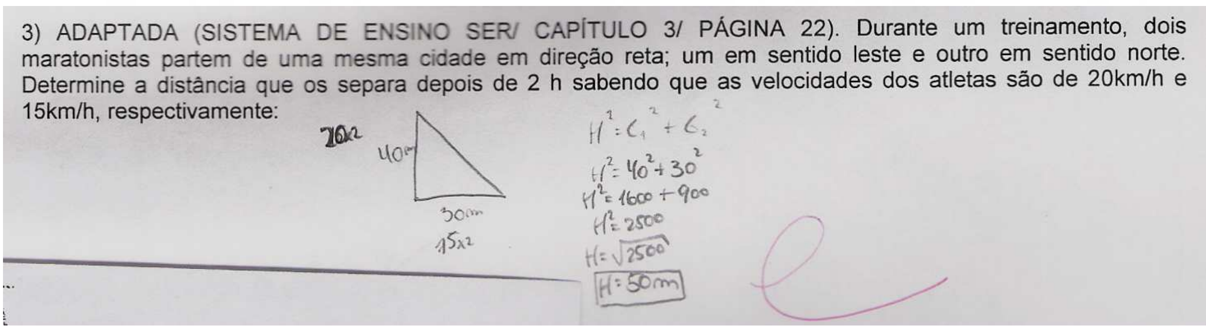
Exemplos de respostas apresentadas:

FIGURA 80 - Resposta do aluno 4, no pós-teste, problema 3.



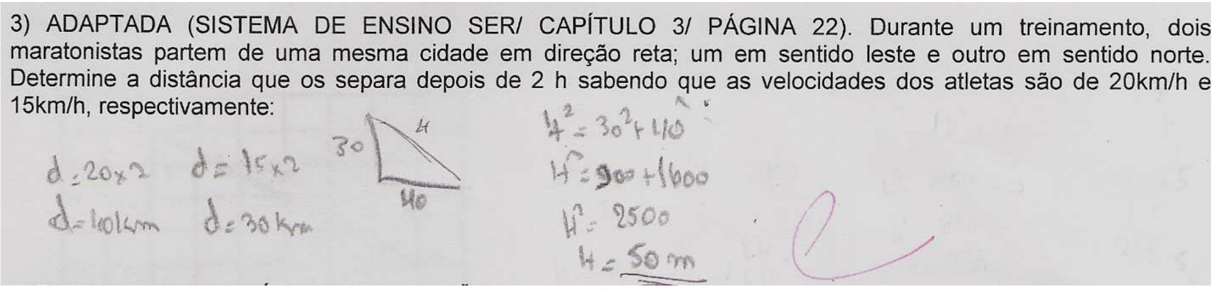
Fonte: Pós-teste – Aluno 4

FIGURA 81 - Resposta do aluno 9,no pós-teste, problema 3.



Fonte: Pós-teste – Aluno 9

FIGURA 82 - Resposta do aluno 12, no pós-teste, problema 3.


3) ADAPTADA (SISTEMA DE ENSINO SER/ CAPÍTULO 3/ PÁGINA 22). Durante um treinamento, dois maratonistas partem de uma mesma cidade em direção reta; um em sentido leste e outro em sentido norte. Determine a distância que os separa depois de 2 h sabendo que as velocidades dos atletas são de 20km/h e 15km/h, respectivamente:

$d = 20 \times 2$ $d = 15 \times 2$

$d = 40 km$ $d = 30 km$

30 H 40

$H^2 = 30^2 + 40^2$

$H^2 = 900 + 1600$

$H^2 = 2500$

$H = 50 m$

Fonte: Pós-teste – Aluno 12

Questão 04

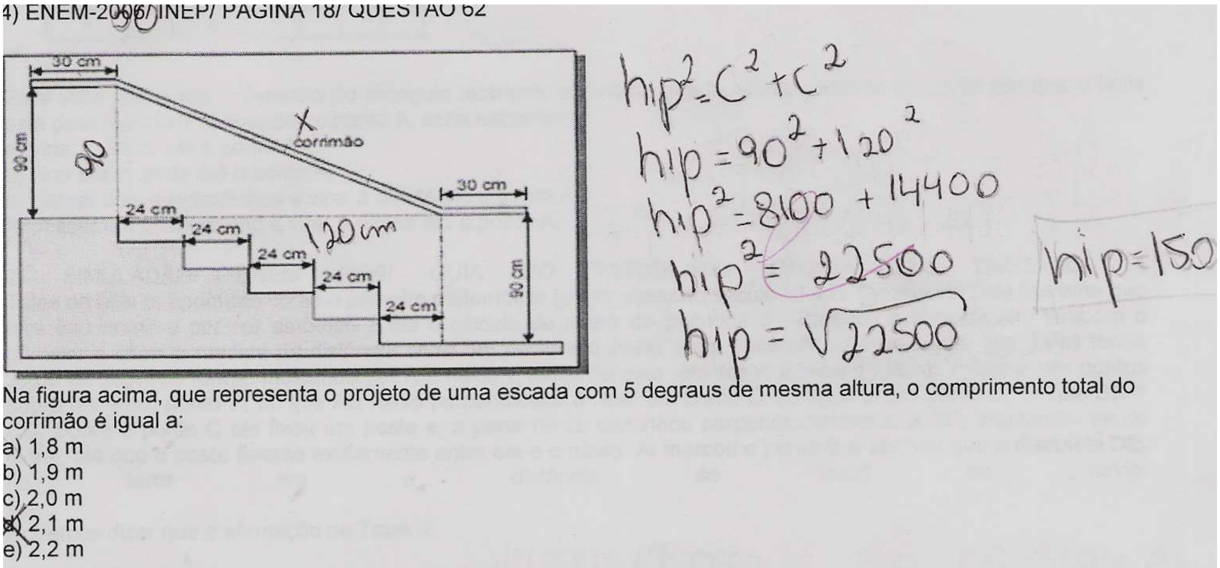
QUADRO 12 - Percentual por opção de resposta da questão 04 do Pós-teste.

	A	B	C	D	E	Brancos e Nulos
Pré-Teste	50%	0%	0%	42,86%	7,14%	0%
Pós-Teste	7,14%	0%	0%	85,72%	7,14%	0%

Nesta questão, analisando–se as respostas, é possível observar um aumento de 100% no número de acertos. Os resultados apresentados foram satisfatórios, os alunos fizeram a interpretação correta da situação-problema, aplicando o conhecimento, adquirido em aula, de maneira eficaz. Na referida questão, houve um único regresso: o aluno 8 havia acertado a questão no pré-teste e errou no pós-teste.

Exemplos de respostas apresentadas:

FIGURA 83 - Resposta do aluno 7,no pós-teste, problema 4.



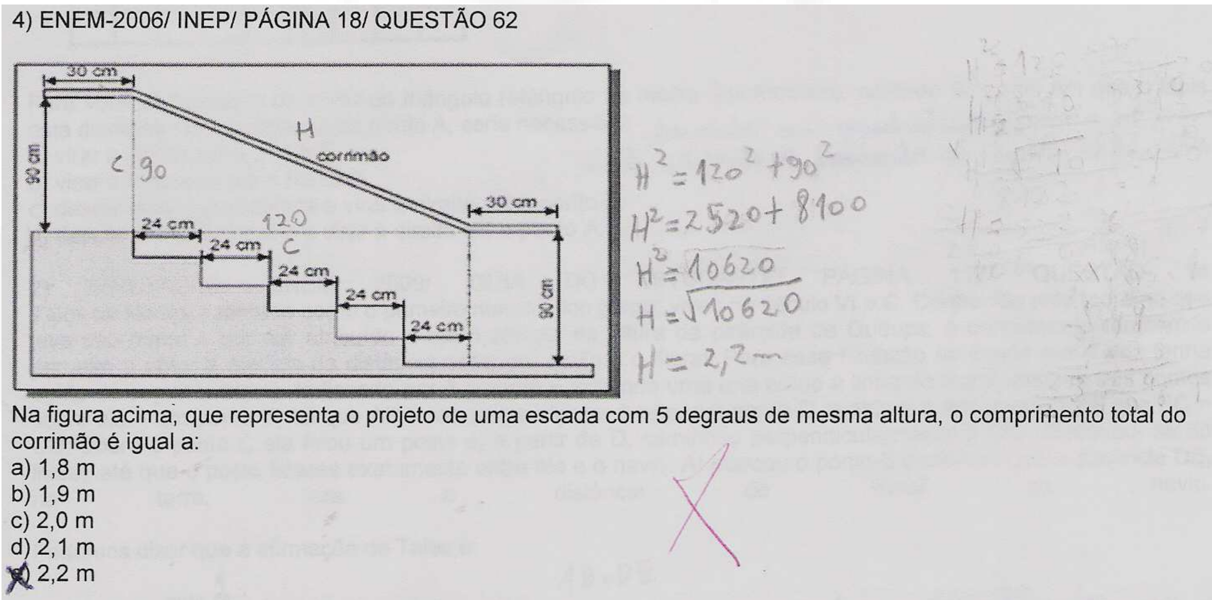
4) ENEM-2006/ INEP/ PÁGINA 18/ QUESTÃO 62

Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2,0 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

Fonte: Pós-teste – Aluno 7

FIGURA 84 - Resposta do aluno 8,no pós-teste, problema 4



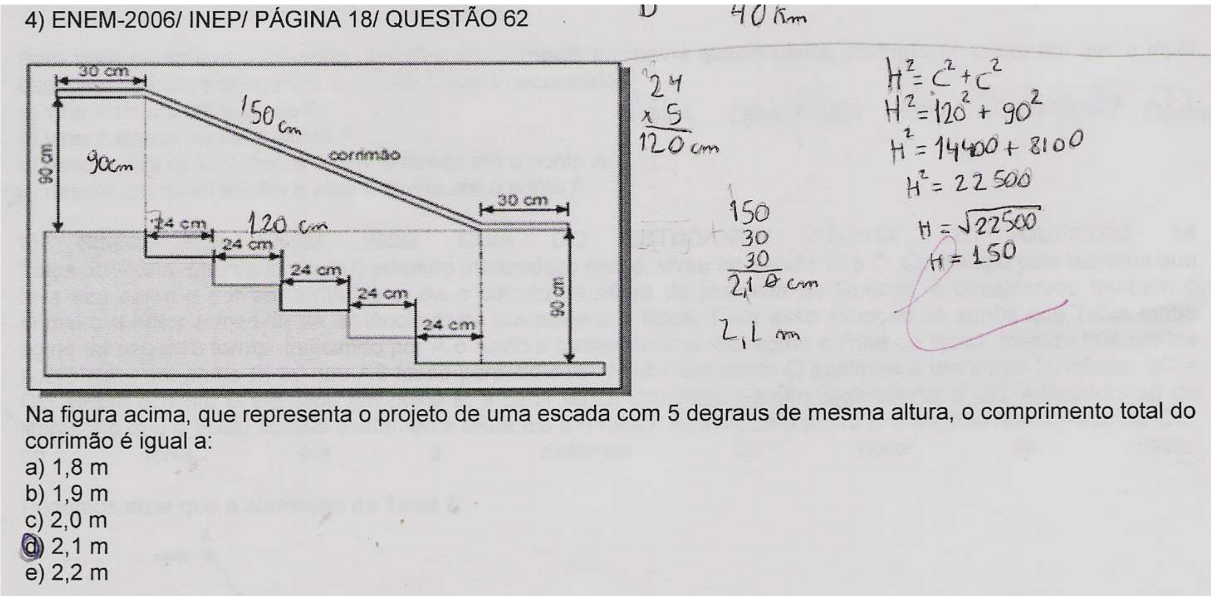
4) ENEM-2006/ INEP/ PÁGINA 18/ QUESTÃO 62

Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2,0 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

Fonte: Pós-teste – Aluno 8

FIGURA 85 - Resposta do aluno 14, no pós-teste, problema 4


4) ENEM-2006/ INEP/ PÁGINA 18/ QUESTÃO 62

Na figura acima, que representa o projeto de uma escada com 5 degraus de mesma altura, o comprimento total do corrimão é igual a:

a) 1,8 m
b) 1,9 m
c) 2,0 m
d) 2,1 m
e) 2,2 m

Fonte: Pós-teste – Aluno 14

Questão 05

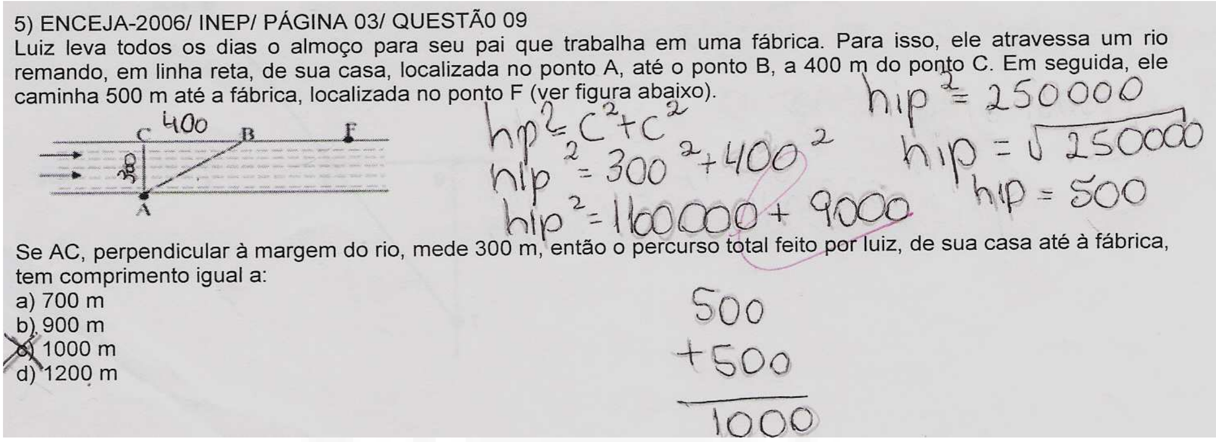
QUADRO 13 - Percentual por opção de resposta da questão 05 do Pós-teste.

	A	B	C	D	Brancos e Nulos
Pré-Teste	0%	14,28%	50%	35,72%	
Pós-Teste	0%	0%	100%	0%	0%

O percentual de acertos desta questão foi de 100%, ou seja, todos os alunos a acertaram. As dificuldades apresentadas no pré-teste foram sanadas, sendo os resultados plenamente satisfatórios, demonstrando novamente que a proposta metodológica foi fator imprescindível para a aquisição dos subsunçores antes ausentes

Exemplos de respostas apresentadas:

FIGURA 86 - Resposta do aluno 7, no pós-teste, problema 5.


5) ENCEJA-2006/ INEP/ PÁGINA 03/ QUESTÃ0 09
Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

$hp^2 = C^2 + c^2$

$hip^2 = 300^2 + 400^2$

$hip^2 = 160000 + 9000$

$hip^2 = 250000$

$hip = \sqrt{250000}$

$hip = 500$

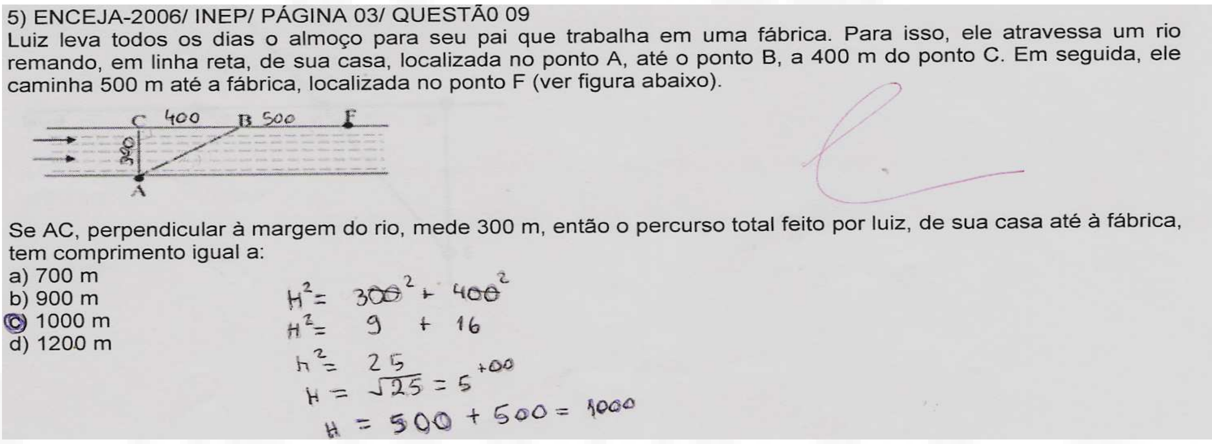
Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a:

a) 700 m
b) 900 m
c) 1000 m
d) 1200 m

$500 + 500 = 1000$

Fonte: Pós-teste – Aluno 7

FIGURA 87 - Resposta do aluno 14, no pós-teste, problema 5.


5) ENCEJA-2006/ INEP/ PÁGINA 03/ QUESTÃ0 09
Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a:

a) 700 m
b) 900 m
c) 1000 m
d) 1200 m

$H^2 = 300^2 + 400^2$

$H^2 = 9 + 16$

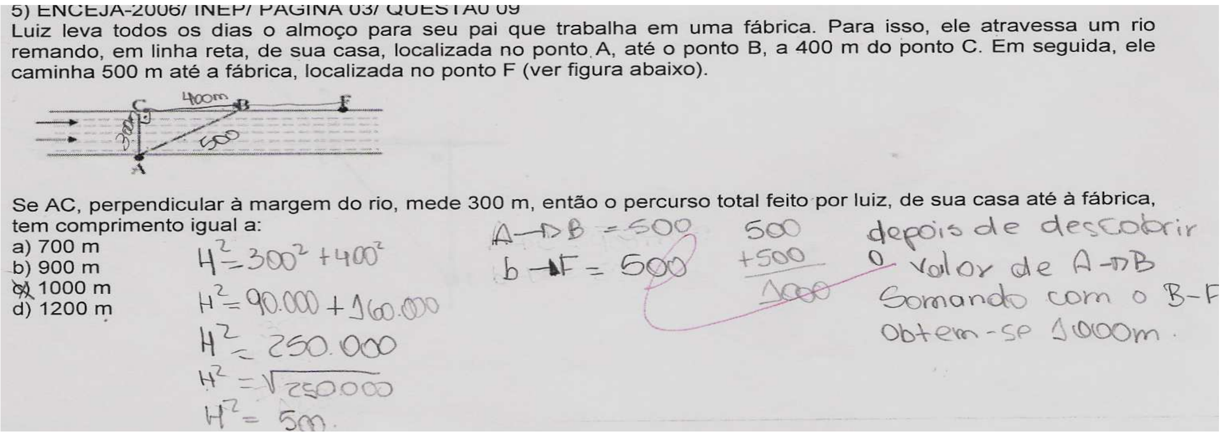
$h^2 = 25$

$H = \sqrt{25} = 5^{+00}$

$H = 500 + 500 = 1000$

Fonte: Pós-teste – Aluno 14

FIGURA 88 - Resposta do aluno 10, no pós-teste, problema 5.


5) ENCEJA-2006/ INEP/ PÁGINA 03/ QUESTÃ0 09
Luiz leva todos os dias o almoço para seu pai que trabalha em uma fábrica. Para isso, ele atravessa um rio remando, em linha reta, de sua casa, localizada no ponto A, até o ponto B, a 400 m do ponto C. Em seguida, ele caminha 500 m até a fábrica, localizada no ponto F (ver figura abaixo).

Se AC, perpendicular à margem do rio, mede 300 m, então o percurso total feito por luiz, de sua casa até à fábrica, tem comprimento igual a:

a) 700 m
b) 900 m
c) 1000 m
d) 1200 m

$H^2 = 300^2 + 400^2$

$H^2 = 90.000 + 160.000$

$H^2 = 250.000$

$H^2 = \sqrt{250000}$

$H^2 = 500$.

A→B = 500
b→F = 500

$500 + 500 = 1000$

depois de descobrir o valor de A→B Somando com o B-F Obtem-se 1000m.

Fonte: Pós-teste – Aluno 10

O quadro abaixo contempla os novos percentuais de acertos e a presença ou ausência dos subsunçores.

QUADRO 14 - Resumo dos percentuais nos pós-testes

Questões	Habilidades	Percentuais de acertos	Percentuais de erros	Subsunçor
1	A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	100%	0%	Presente
2	A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	92,85%	7,15%	Presente
3	A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo; B - Interpretar a localização e	64,29%	35,71%	Ausente

	movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.			
4	A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma; E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.	85,72%	7,14%	Presente
5	A - Identificar os elementos de um Triângulo Retângulo; B - Interpretar a localização e movimentação de pessoas /objetos no espaço tridimensional e sua representação no espaço bidimensional; C - Identificar características de figuras planas e espaciais; D - Resolver situação-problema que envolva conhecimentos geométricos de espaço e forma;	100%	0%	Presente

	E - Utilizar conhecimentos geométricos de espaço e forma na seleção de argumentos propostos como solução de problemas do cotidiano.			

Fonte: Elaborado pelo autor

Cabe frisar que inicialmente o percentual de questões que tinha os subsunçores presentes foi de 40%, ou seja, apenas duas questões entre as cinco propostas no pré-teste. No entanto, os resultados obtidos por meio do pós-teste mostram que, após a aplicação da proposta metodológica apresentada neste trabalho, esse índice subiu para 80%, totalizando quatro questões, isto é, aumentou em 100%. Os materiais de análise sugerem a hipótese da existência dos subsunçores necessários para a ancoragem de novos conhecimentos.

A seguir, teço algumas considerações que, longe de terem a pretensão de serem definitivas, apenas destacam aspectos que considerei relevantes na pesquisa e apontam caminhos para a continuidade de minha caminhada como professor e pesquisador.

ALGUMAS CONSIDERAÇÕES...

Ao término deste trabalho, penso ser possível tecer algumas considerações que, sem terem a pretensão de serem definitivas, são produtivas para que eu siga problematizando meu trabalho junto aos alunos de Ensino Médio. Inicialmente, é importante frisar que apropriar-me das teorizações de Ausubel foi muito mais que um aporte teórico para este trabalho. Seu estudo também foi importante na medida em que subsidiará minha prática pedagógica, fazendo com que a cada novo conteúdo que eu iniciar possa refletir sobre o significado desta aprendizagem para meus alunos, de modo que ela se torne significativa.

De fato, os resultados desta dissertação foram decisivos para que eu pudesse encontrar respostas, e a partir delas, novos questionamentos acerca dos diferentes anseios que permeavam e permeiam meu fazer pedagógico. Ao iniciar um ano letivo, tinha a sensação de que alunos da 2ª série do Ensino Médio, ao se depararem com os conteúdos que seriam abordados, viam –nos como algo "completamente novo" e, em nenhum momento, pareciam fazer conexões com conhecimentos adquiridos em anos anteriores de escolarização.

Ademais, a proposta do assim chamado "Novo ENEM" – em vigor a partir de 2009 - fez com que eu repensasse, além de minha prática pedagógica, as questões que comporiam o material didático que produzo e que é distribuído a toda rede das Escolas Garra e também à Escola em que desenvolvi minha pesquisa. A partir de então, passei a coletar questões que figuravam em simulados e que eu acreditava serem semelhantes às exigidas no exame. Também passei sistematicamente a estudar os Parâmetros Curriculares Nacionais e os Parâmetros para o ENEM por acreditar que ali encontraria subsídios para o pré-teste e para as minhas aulas. Como frisei no capítulo 3, a escolha do assunto se deu em função de estar na grade curricular da Escola para ser desenvolvido no bimestre em que fiz o trabalho de campo.

A análise do material de pesquisa evidenciou que os resultados obtidos com a aplicação dos pré-testes demonstraram que a aprendizagem significativa estava comprometida, haja vista as dificuldades na interpretação e aplicação do Teorema de Pitágoras nas questões 3, 4 e 5 apontarem a necessidade de reformulação da metodologia de trabalho.

Na busca de alternativas de solução para o que evidenciou a aplicação dos pré-testes, foram realizados estudos a fim de dar embasamento teórico à experiência que seria realizada em termos de prática docente até a aplicação dos pós-testes. Percebi que, ao propor as atividades, os alunos queriam resolvê-las prontamente, tornando-se inquietos ao serem desafiados. Este embasamento partiu de pesquisa bibliográfica sobre aprendizagem significativa, notadamente a teoria defendida por Ausubel e de material relativo ao Plano Curricular Nacional e Exame Nacional do Ensino Médio, destacando a importância deste como ferramenta para a melhoria do processo de construção do conhecimento.

A partir de então, percebi o quanto aulas mais desafiadoras fazem com que os alunos fiquem mais atentos e interessados no conteúdo que está sendo trabalhado. Logo, busquei desenvolver as aulas de modo que se tornassem mais atrativas e dinâmicas, com ênfase especial na aplicação dos conteúdos que seriam exigidos no exame do ENEM. Cabe também salientar que, durante esse período, houve maior aproximação e interação entre professor/aluno e aluno/aluno, aspecto que, em minha opinião, contribuiu decisivamente na transformação das atitudes diante da disciplina e considerável melhoria no desempenho quando da execução de atividades em sala de aula.

Após a aplicação dos pós-testes, foi possível perceber a transformação na grande maioria dos alunos, que passaram a ver a Matemática com outros olhos. A respeito do pós-teste de conhecimento, evidenciou-se uma melhora na organização do pensamento quando da resolução das questões, respostas mais coerentes que levaram a aumentar satisfatoriamente o número de acertos, conforme a demonstração dos resultados.

Verifiquei, ainda, que a metodologia utilizada neste trabalho oportunizou a melhora nos índices de aproveitamento sem, no entanto, resolver boa parte das dificuldades, para o que, acredito, será necessário melhorar alguns aspectos referentes à formação básica atual, tendo em vista que alguns alunos apresentam dificuldades operacionais básicas de Ensino Fundamental. Nesse sentido, tenho ciência de que a utilização desta metodologia, que penso ser de algum modo "diferenciada", e a aplicação de exercícios diversificados não são procedimentos suficientemente eficazes para a melhoria do processo ensino-aprendizagem de Matemática no Ensino Médio. Entretanto, pode ser potencialmente significativo para que sigamos pensando na aprendizagem de Matemática, em especial no Ensino Médio, uma vez que, como sabemos, exames como o ENEM passam, de modo definitivo, a fazer parte do cotidiano escolar.

Em síntese, esta pesquisa me levou a pensar que devo continuar a pesquisar e que é possível organizar uma apostila de Matemática para o Ensino Médio com atividades potencialmente significativas, almejando também um bom desempenho de meus alunos no exame do ENEM. Desse modo, a partir de agora, ao selecionar questões para as apostilas, ficarei atento ao que aprendi com este trabalho. Mesmo compreendendo que meus alunos e o Colégio onde atuo desejem o bom desempenho acima mencionado, estou ciente da necessidade de se problematizar, via pesquisa, alguns conteúdos que fazem parte do currículo do Ensino Médio e do próprio ENEM. Nesses anos em que atuo como professor, percebi que grande parte de meus discentes permanece receptiva às aulas, porém, não demonstram motivação quando os conteúdos não apresentam aplicação prática imediata, como, por exemplo, no caso das Inequações Trigonométricas. Muitos deles questionam, inclusive, a validade de tal conhecimento, uma vez que vários optarão por áreas distintas da Matemática. Sendo assim, penso que, numa pesquisa de Doutorado, eu poderia problematizar tais conteúdos, com vistas a contribuir, inclusive, com a recente discussão sobre as alterações propostas pelo MEC acerca do Ensino Médio.

Por fim, quero registrar que, sabendo do interesse que os alunos e a escola têm em obter resultados positivos no ENEM, estou ciente da minha responsabilidade ao elaborar um material didático potencialmente significativo. Assim, aproveitando esta experiência adquirida com a produção da dissertação, pretendo continuar estudando e pesquisando, a fim de tornar todo o conjunto de apostilas do Ensino Médio de Matemática potencialmente significativo e que atenda à matriz de referência do ENEM.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AUSUBEL, D. P. *Aquisição e retenção de conhecimentos*: Uma perspectiva cognitiva. Lisboa: Plátano. Tradução de Lígia et al. Do original The Acquisition and retention of knowledge: A cognihveview. Kluwer Publishers: 2000.

BRASIL. *Exame Nacional do Ensino Médio 2002*: Relatório Pedagógico. Brasília: Ministério da Educação, 2002.

______. Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira. *Sobre o Enem*. Disponível em:< http://www.enem.inep.gov.br>, Acesso em: <28 set. 2009>.

______. *Parâmetros Curriculares Nacionais*: Ensino Médio. Brasília: Ministério da Educação, 1999.

DANTE, Luiz Roberto. *Didática da resolução de problemas de Matemática*. 12. ed. São Paulo, Ática, 1997.

D'AMBRÓSIO, Ubiratan. *Educação Matemática* – da teoria a prática. 11 ed. São Paulo: Papirus Editora, 2004.

DULLIUS. Maria Madalena. *Enseñanza y Aprendizaje em Ecuaciones Diferenciales con Abordaje Gráfico, Numérico y Analítico*. Tesis Doctoral (Enseñanza de las Ciencias) – Universidade de Burgos, Espanha, 2009.

EDUCAÇÃO de Jovens e Adultos. Rádio Mundial. Disponível em: <http://radiomundial.com.br/jornalboanoticia/?id=6828>. Acesso em: <05 nov. 2009>**.**

GIOVANNI, José Ruy, 1937 – *Matemática*: uma nova abordagem, vol. 1: versão progressões / Giovanni, Bonjorno. São Paulo: FTD, 2000.

GIOVANNI, José Ruy, 1937 – *Matemática fundamental*: uma nova abordagem: ensino médio: volume único / José Ruy Giovanni, José Roberto Bonjorno, José Ruy Giovanni Jr. São Paulo: FTD, 2002.

GUIA DO ESTUDANTE. *E o novo Enem*. São Paulo: Abril, 2009.

HADDAD, Fernando. *Fim do vestibular*. Entrevista para o site o globo. Disponível em: <http://oglobo.globo.com/educacao/mat/2009/04/11/fim-do-vestibular-haddad-diz-que-novo-enem-veio-para-ficar-que-cursinho-anomalia-755234215.asp#> Acesso em: <22 out. 2009>.

HADDAD, Fernando. *Fernando Haddad fala sobre o Enem 2009*. Disponível em: <http://www.ecaderno.com/noticia.php?id=1025>. Acesso em: <28 out. 2009>.

MEDIANEIRA. Colégio. *Plano Integrado*. Soledade: 2008 – 2009.

MORAES, Ronny Machado de. *Aprendizagem Significativa*. <http://www.construirnoticias.com.br/asp/materia.asp?id=1182>. Acesso em: <05 nov. 2009>.

MOREIRA, Marco Antônio (org.). *Ensino e aprendizagem*: Enfoques teóricos. 3. ed. São Paulo: Editora Moraes, 2004.

______. *Teorias de Aprendizagem*. São Paulo: Editora Pedagógica e Universitária, 1999.

PALOMINO, W. Et al. *Teoría del aprendizaje significativo de David Ausubel*. Disponível em: <http://www.monografias. com/trabajos6/apsi/apsi.shtml> Acesso em: <15 de setembro de 2008>.

PELIZZARI; Adriana. KRIEGL; Maria de Lurdes. BARON; Márcia Pirih. FINCK; Nelcy Teresinha Lubi; DOROCINSKI; Solange Inês. *Teoria da Aprendizagem significativa segundo Ausubel*.2002.

REHFELDT. Márcia Jussara Hepp. *A Aplicação de modelos matemáticos em situações-problema empresariais com uso do software lindo*. Tese (Doutorado) – Universidade Federal do Rio Grande do Sul, Programa de Pós-Graduação em Informática na Educação, Porto Alegre, 2009.

SCHWARTZMAN. Simon. *Entrevista ao site Conexão Professor*. Disponível em: <http://www.conexaoprofessor.rj.gov.br/especial.asp?EditeCodigoDaPagina=249> Acesso em: <29 out. 2009>.

WAAL, Paula de; TELLES, Marcos. *Aprendizagem significativa (Ausubel*). Disponível em: <www.dynamiclab.com/moodle/mod/forum/discuss.php?d=421>. Acesso em: <12 ago. 2008>.

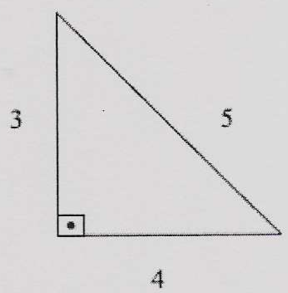
ANEXOS

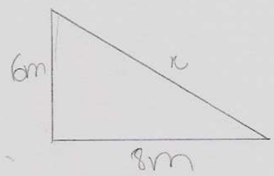
ANEXO I

Aula 03 - Resolução de problemas matemáticos aplicando Teorema de Pitágoras

Problema 01

O famoso Teorema de Pitágoras estabelece uma relação entre as medidas dos lados do triângulo retângulo. Historicamente, o teorema era utilizado da seguinte forma:





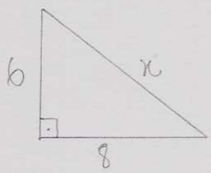
$x^2 = 36 + 64$

$x = 10$

Utilize seus conhecimentos sobre o teorema para ajudar um trabalhador a encontrar a medida de uma tábua colocada na diagonal do portão de um depósito para reforçá-lo. O portão tem 6 metros de altura por 8 metros de comprimento. A medida da tábua, em metros, é:

Problema 02

Um terreno triangular tem frentes de 6 metros e 8 metros, em ruas que formam ângulo de 90°. O valor que corresponde à área e ao terceiro lado do triângulo, respectivamente, é:



$x^2 = 36 + 64$

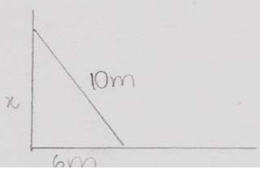
$x = 10$

$A = \frac{cat.cat.}{2}$

$A = \frac{6.8}{2} = 24m^2$

Problema 03

Uma escada com 10 metros de comprimento foi apoiada em uma parede que é perpendicular ao solo. Sabendo que o pé da escada está afastado 6 metros da base da parede, determine a altura, em metros, alcançada pela escada.

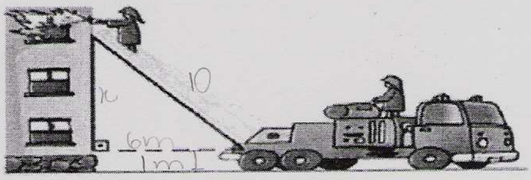


$10^2 = x^2 + 6^2$

$100 - 36 = x^2$

$x = 8m$

Durante um incêndio em um edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento sinistrado. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento sinistrado em relação ao chão?



$10^2 = x^2 + 6^2$

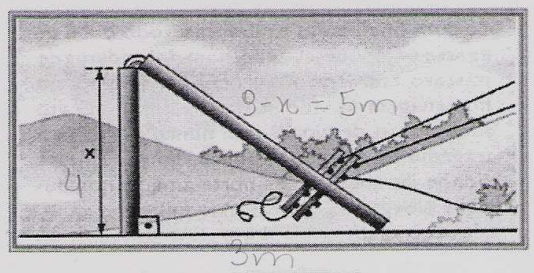
$100 - 36 = x^2$

$x = 8m + 1m$

9m

Problema 05

Em um recente vendaval um poste de luz de 9 m de altura quebrou-se em um ponto a uma distância x do solo. A parte do poste acima da fratura inclinou-se e sua extremidade superior encostou-se ao solo a uma distância de 3 m da base do mesmo. A que altura x do poste quebrou?



$(9-x)^2 = x^2 + 3^2$

$81 - 18x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 9$

$81 - 9 = 18x$

$\frac{72}{18} = x$

$x = 4m$

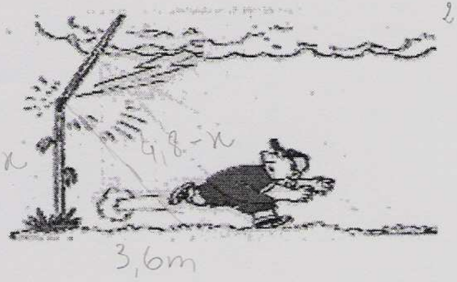
Fonte: Material Aluno 13

ANEXO II

Aula 04 - Resolução de problemas matemáticos aplicando Teorema de Pitágoras

Problema 01

Levindo estava no exato momento em que um raio quebrou um bambu, a 4,8m de altura, o bambu tomba de modo que sua ponta toca o solo a 3,6m de sua base. Então se pode afirmar que altura do bambu era:



$(4,8 - x)^2 = x^2 + 3,6^2$

$23,04 - 9,6x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 12,96$

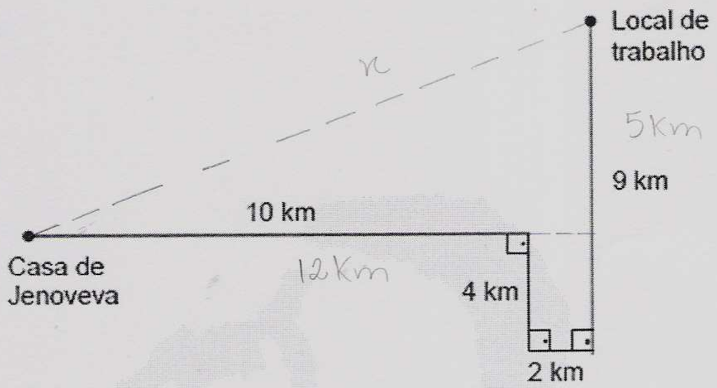
$23,04 - 12,96 = 9,6x$

$\frac{10,08}{9,6} = x$

$x = 1,05m$

Problema 02

Genoveva costuma seguir todos os dias um trajeto, que vai de sua casa até a loja que trabalha. Este trajeto é representado pelo esquema abaixo:



Determine a menor distância da casa dela até o local de trabalho.

$x^2 = 12^2 + 5^2$

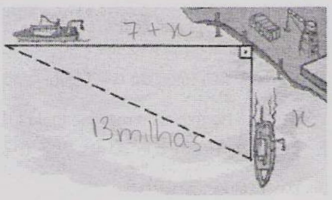
$x^2 = 144 + 25$

$x = \sqrt{169}$

$x = 13Km$

Dois barcos partem do porto Manacapuru, no mesmo instante, e viajam com velocidade constante em direções que formam um ângulo reto. Depois de uma hora de viagem, a distância entre os dois barcos é 13 milhas. Se um deles é 7 milhas por hora mais rápido que o outro. Determine a velocidade de cada barco.

barco 1 = 7milhas/h a mais que o outro



$13^2 = x^2 + (7+x)^2$

$169 = x^2 + 49 + 14x + x^2$

$120 - 2x^2 - 14x = 0 \div 2$

$60 - x^2 - 7x = 0$

$\Delta = -7^2 - 4 . -1 . 60$

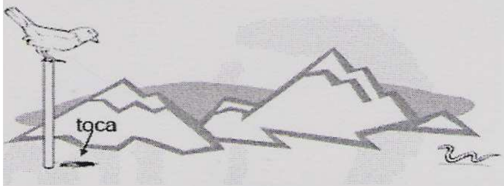
$\Delta = 49 + 240 = 289$

$x = \frac{+7 \pm 17}{-2} = \cancel{x_I} \quad x_{II} = 5$

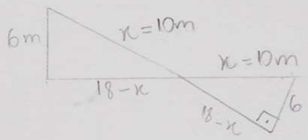
Um deles anda a 5 milhas/h e o outro a 12 milhas/h

Problema 04

Um pássaro está no alto de um esteio vertical de 6 m de altura, ao pé do qual fica uma minhoca. De repente o pássaro vê a minhoca, que se encontra a 18 m da toca. O pássaro faz um vôo em linha reta e alcança a minhoca antes que ela atinja a toca. Pobre minhoca!



Sabendo-se que o pássaro voou a mesma distância percorrida pela minhoca, diga a quantos metros da toca a minhoca foi alcançada.



$x^2 = 36 + 324 - 36x + \cancel{x^2}$

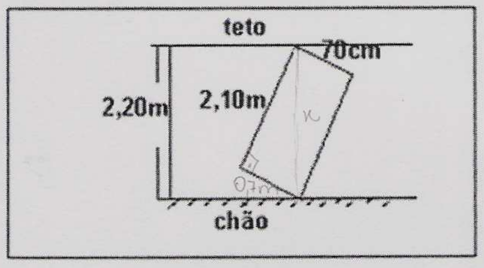
$36x = 360$

$x = 10m$

A minhoca foi alcançada a 8m da toca

Problema 05

Será que é possível colocar este armário em pé, isto é, na vertical? Suas dimensões são: altura = 2,10 m e profundidade = 0,70 m. Justifique a resposta.



$x^2 = 2,1^2 + 0,7^2$

$x^2 = 4,41 + 0,49$

$x = \sqrt{4,9}$

$x \cong 2,21m$

Não é possível, pois a hipotenusa, representada por x é maior que a

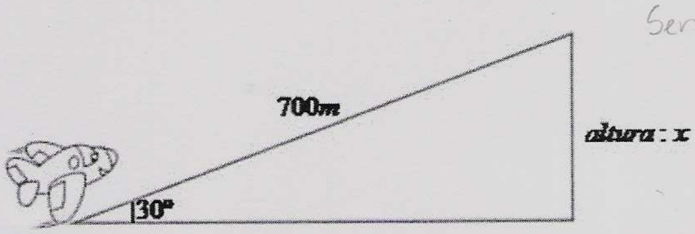
Fonte: Material Aluno 13

ANEXO III

Aula 06 - Resolução de problemas matemáticos aplicando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Problema 01

Um avião, ao decolar, sobe formando com a pista um ângulo de 30º. Após percorrer 700 metros, qual a altura em que ele se encontra do solo? Observe o desenho do esquema:



$\text{Sen } 30° = \frac{\text{op.}}{\text{Hip.}}$

$\frac{1}{2} = \frac{x}{700}$

$x = 350\text{m}$

Explique que será usada a relação do seno em razão da altura corresponder ao cateto oposto em relação ao ângulo de 30º e a hipotenusa corresponder ao espaço percorrido pelo avião.

Problema 02

Uma rampa lisa de 20 m de comprimento faz ângulo de 30° com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe nessa rampa eleva-se verticalmente:

$\text{Sen } 30° = \frac{\text{op}}{\text{Hip.}}$ $\frac{1}{2} = \frac{x}{20}$

$x = 10\text{m}$

Problema 03

Para firmar no solo uma torre de 25 m de altura, devemos fixar alguns cabos de aço do topo da torre até o solo. Cada cabo forma um ângulo de 60°, conforme a figura. O comprimento de cada cabo será de aproximadamente

Dados:

sen 60° = 0,85

cos 60° = 0,50

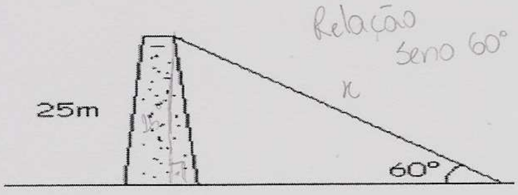
tg 60° = 1,70

$0{,}85 = \frac{25}{x}$

$x = \frac{25}{0{,}85}$

$x \cong 29{,}41\text{m}$

Relação seno 60°



Problema 04

Para soltar uma pipa, Gustavo utilizou 50 metros de fio. Em um certo momento, ele segura o carretal a uma distância de 1,6 m do solo. O fio determina um ângulo de 40° com a horizontal. Calcule a que altura do solo está a pipa:

Considere: sen 40° = 0,64

cos 40° = 0,77

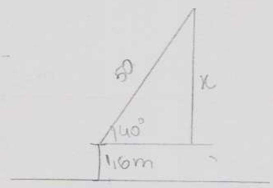
tg 40° = 0,84

sen 40°

$$0,64 = \frac{x}{50}$$

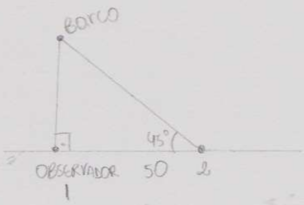
x = 32m

33,6m



Problema 05

Desde os tempos da Antiga Grécia, a geometria sempre foi uma ciência aplicada, ou seja, empregada para resolver problemas práticos. Dos problemas que os gregos conseguiram resolver, dois merecem referência: o cálculo da distância de um objeto a um observador e o cálculo da altura de uma construção. No primeiro caso, para calcular, por exemplo, a distância de um barco até a costa, recorria-se a um artifício. Dois observadores se postavam de maneira que um deles pudesse ver o barco sob um ângulo de 90° com relação á linha da costa e o outro sob um ângulo de 45°. Se a distância entre os observadores fosse igual a 50 metros, a distância entre o barco e a costa seria de:



50m, pois o ângulo de 45° indica que os lados (catetos) são iguais

Fonte: Material Aluno 13

ANEXO IV

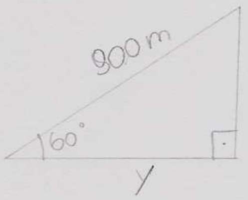
Aula 07 – Resolução de problemas matemáticos aplicando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Problema 01

Um foguete é lançado com velocidade igual a 180 m/s, e com um ângulo de inclinação de 60° em relação ao solo. Suponha que sua trajetória seja retilínea e sua velocidade se mantenha constante ao longo de todo o percurso. Após cinco segundos. O foguete se encontra a uma altura de x metros, exatamente acima de um ponto no solo, a y metros do ponto de lançamento. Os valores de x e y são, respectivamente:

$x = 450\sqrt{3}\,m$

$y = 450\,m$



$\cos 60° = \frac{1}{2}$

$\frac{1}{2} = \frac{y}{900}$

$y = 450\,m$

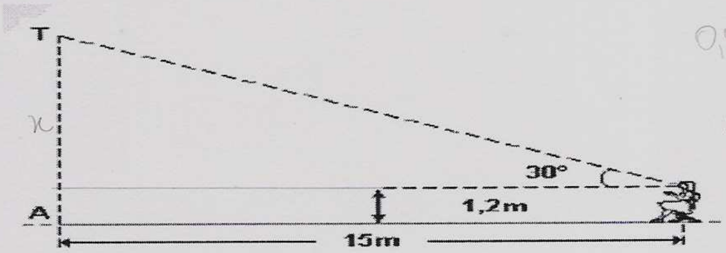
$\text{Sen } 60° = \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{900}$

$\frac{900\sqrt{3}}{2} = x$

$x = 450\sqrt{3}\,m$

Problema 02

A seguir está representado um esquema de uma sala de cinema, com o piso horizontal. De quanto deve ser a medida aproximada de AT para que um espectador sentado a 15 metros da tela, com os olhos 1,2 metros acima do piso, veja o ponto mais alto da tela, que é T, a 30° da horizontal?



Dado:tg 30° = 0,577

$0{,}577 = \frac{x}{15}$

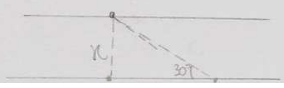
$x = 8{,}655\,m$

$x = 8{,}655 + 1{,}2 = 9{,}855\,m$

Problema 03

Um agrimensor quer determinar a largura de um rio num determinado lugar. Para isso, localiza um ponto fixo do outro lado do rio (uma árvore), perpendicular ao ponto em que está. Neste ponto, fixa um marco e caminha, pela margem, em ângulo reto com a linha imaginária traçada da árvore ao marco colocado. Pára depois de 100 m, olha a árvore e vê que formou com o seu trajeto um ângulo de 30 °. Qual a largura do rio?

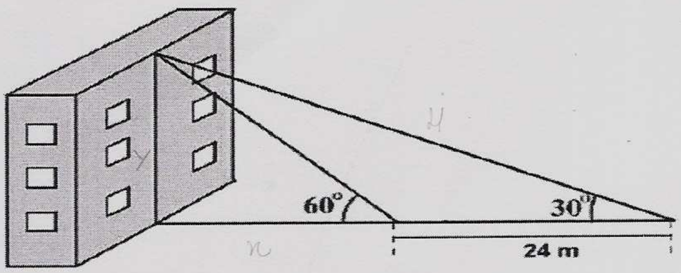
$\text{Tg } 30° = \frac{\sqrt{3}}{3}$



$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{100}$

Problema 04

A partir de um ponto, observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30º. Caminhando 24 em direção ao prédio, atingimos outro ponto, de onde se vê o topo do prédio segundo um ângulo de 6 Desprezando a altura do observador, calcule, em metros, a altura do prédio?



$Tg\ 60° = \frac{y}{y\sqrt{3} - 24}$

$\sqrt{3} \cdot (y\sqrt{3} - 24) = y$

$3y - 24\sqrt{3} = y$

$3y - y = 24\sqrt{3}$

$2y = 24\sqrt{3}$

$\boxed{y = 12\sqrt{3}}$

$Tg\ 30° = \frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{x+24}$

$\sqrt{3}x + 24\sqrt{3} = 3y$

$\sqrt{3}x = 3y - 24\sqrt{3}$

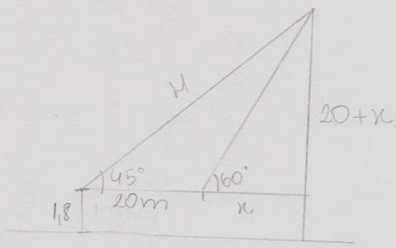
$x = \frac{3y - 24\sqrt{3}}{\sqrt{3}} \cdot \frac{\sqrt{3}}{\sqrt{3}}$

$x = \frac{3y\sqrt{3} - 72}{3}$

$x = y\sqrt{3} - 24$

Problema 05

Um homem de 1,80 m de altura avista o topo de um edifício sob um ângulo de 45° em relaçã horizontal. Quando ele se aproxima 20 m do edifício, esse ângulo aumenta para 60°. Qual a altura edifício?



$Tg\ 60° = \frac{cat.op.}{adj.}$

$\sqrt{3} = \frac{20+x}{x}$

$x\sqrt{3} = 20 + x$

$x\sqrt{3} - x = 20$

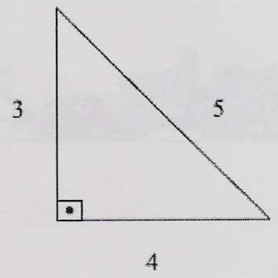
Fonte: Material Aluno 13

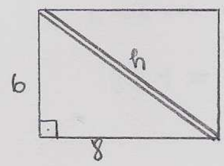
ANEXO V

Aula 03 - Resolução de problemas matemáticos aplicando Teorema de Pitágoras

Problema 01

O famoso Teorema de Pitágoras estabelece uma relação entre as medidas dos lados do triângulo retângulo. Historicamente, o teorema era utilizado da seguinte forma:





$h^2 = 6^2 + 8^2$

$h^2 = 36 + 64$

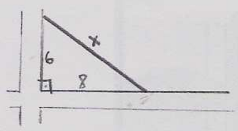
$h = \sqrt{100}$

$h = 10$

Utilize seus conhecimentos sobre o teorema para ajudar um trabalhador a encontrar a medida de uma tábua colocada na diagonal do portão de um depósito para reforçá-lo. O portão tem 6 metros de altura por 8 metros de comprimento. A medida da tábua, em metros, é: 10m

Problema 02

Um terreno triangular tem frentes de 6 metros e 8 metros, em ruas que formam ângulo de 90°. O valor que corresponde à área e ao terceiro lado do triângulo, respectivamente, é:



$x^2 = 6^2 + 8^2$

$x^2 = 36 + 64$

$x = \sqrt{100}$

$\boxed{x = 10\text{ m}}$

$A = \frac{b.h}{2}$

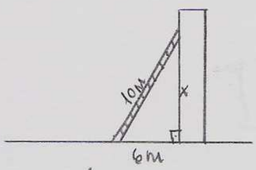
$A = \frac{6.8}{2}$

$A = \frac{48}{2}$

$\boxed{A = 24\text{m}}$

Problema 03

Uma escada com 10 metros de comprimento foi apoiada em uma parede que é perpendicular ao solo. Sabendo que o pé da escada está afastado 6 metros da base da parede, determine a altura, em metros, alcançada pela escada.



$10^2 = x^2 + 6^2$

$100 = x^2 + 36$

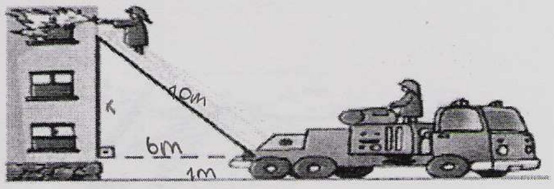
$100 - 36 = x^2$

$x = \sqrt{64}$

$\boxed{x = 8\text{m}}$

Problema 04

Durante um incêndio em um edifício de apartamentos, os bombeiros utilizaram uma escada Magirus de 10 m para atingir a janela do apartamento sinistrado. A escada estava colocada a 1 m do chão, sobre um caminhão que se encontrava afastado 6 m do edifício. Qual é a altura do apartamento sinistrado em relação ao chão?



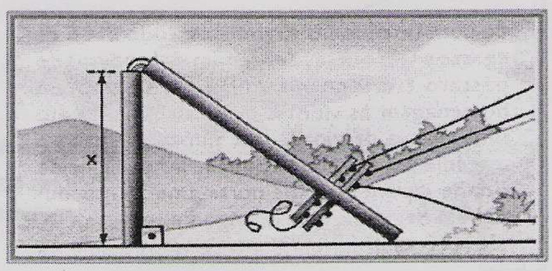
$10^2 = x^2 + 6^2$

$x = 8\,m$

$8 + 1 = \boxed{9m}$

Problema 05

Em um recente vendaval um poste de luz de 9 m de altura quebrou-se em um ponto a uma distância x do solo. A parte do poste acima da fratura inclinou-se e sua extremidade superior encostou-se ao solo a uma distância de 3 m da base do mesmo. A que altura x do poste quebrou?



$(9-x)^2 = x^2 + 3^2$

$81 - 18x + \cancel{x^2} = \cancel{x^2} + 9$

$18x = 81 - 9$

$x = \frac{72}{18}$

$\boxed{x = 4m}$

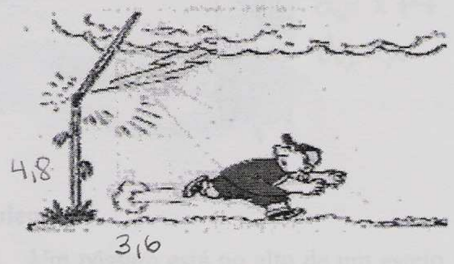
Fonte: Material Aluno 6

ANEXO VI

Aula 04 - Resolução de problemas matemáticos aplicando Teorema de Pitágoras

Problema 01

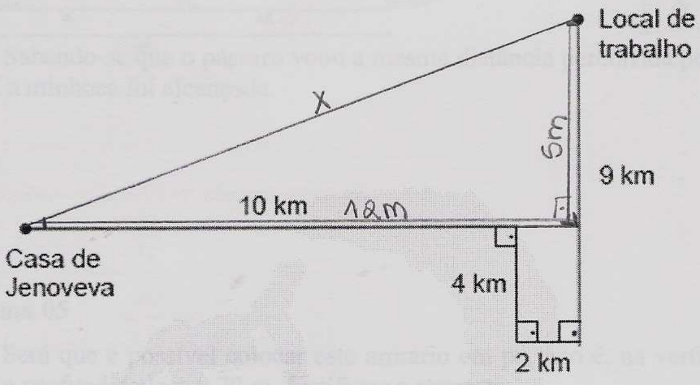
Levindo estava no exato momento em que um raio quebrou um bambu, a 4,8m de altura, o bambu tomba de modo que sua ponta toca o solo a 3,6m de sua base. Então se pode afirmar que altura do bambu era:



$$x^2 = 4{,}8^2 + 3{,}6^2$$
$$x^2 = 23{,}04 + 12{,}96$$
$$x = \sqrt{36}$$
$$\boxed{x = 6\text{ m}}$$

Problema 02

Genoveva costuma seguir todos os dias um trajeto, que vai de sua casa até a loja que trabalha. Este trajeto é representado pelo esquema abaixo:

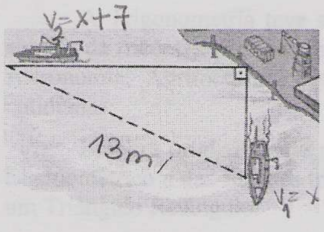


$$x^2 = 5^2 + 12^2$$
$$x^2 = 25 + 144$$
$$x = \sqrt{169}$$
$$\boxed{x = 13\text{ km}}$$

Determine a menor distância da casa dela até o local de trabalho.

Problema 03

Dois barcos partem do porto Manacapuru, no mesmo instante, e viajam com velocidade constante em direções que formam um ângulo reto. Depois de uma hora de viagem, a distância entre os dois barcos é 13 milhas. Se um deles é 7 milhas por hora mais rápido que o outro. Determine a velocidade de cada barco.



$d = v \cdot t$

$d = x+7 \cdot 1$

$d_1 = x+7$

$d_2 = x$

$(x+7)^2 + x^2 = 13^2$

$x^2 + 14x + 49 + x^2 = 169$

$2x^2 + 14x - 120 = 0$

$x^2 + 7x - 60$

$\Delta = 49 + 240 = 289$

$x = \frac{-7 \pm 17}{2}$

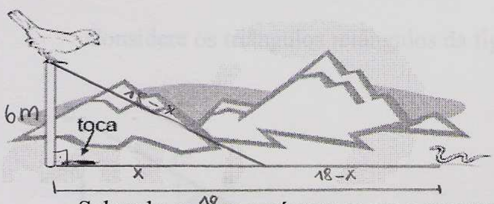
$\cancel{x' = -12}$

$\rightarrow x'' = 5$

$\boxed{V_1 = 5 \text{ milhas} \quad V_2 = 12 \text{ milhas}}$

Problema 04

Um pássaro está no alto de um esteio vertical de 6 m de altura, ao pé do qual fica uma minhoca. De repente o pássaro vê a minhoca, que se encontra a 18 m da toca. O pássaro faz um vôo em linha reta e alcança a minhoca antes que ela atinja a toca. Pobre minhoca!



$(18-x)^2 = 6^2 + x^2$

$324 - 36x + \cancel{x^2} = 36 + \cancel{x^2}$

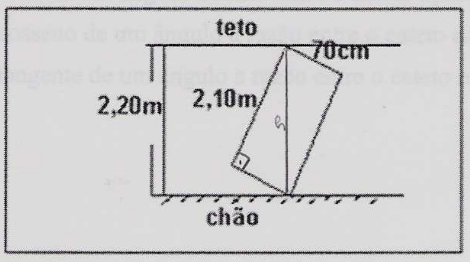
$288 = 36x$

$\boxed{x = 8 \text{ m}}$

Sabendo-se que o pássaro voou a mesma distância percorrida pela minhoca, diga a quantos metros da toca a minhoca foi alcançada.

Problema 05

Será que é possível colocar este armário em pé, isto é, na vertical? Suas dimensões são: altura = 2,10 m e profundidade = 0,70 m. Justifique a resposta.



$h^2 = 2{,}1^2 + 0{,}7^2$

$h^2 = 4{,}41 + 0{,}49$

$h = \sqrt{4{,}9}$

$h = 2{,}21 \text{ m}$

A vertical do armário é maior que a altura do cômodo, portanto, não será possível colocá-lo em pé.

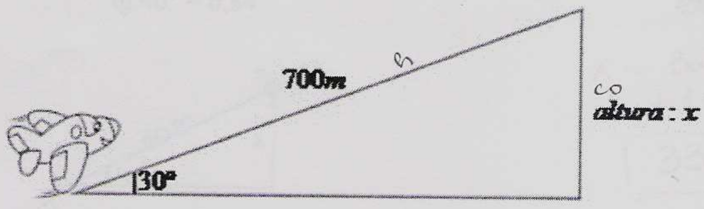
Fonte: Material Aluno 6

ANEXO VII

Aula 06 - Resolução de problemas matemáticos aplicando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Problema 01

Um avião, ao decolar, sobe formando com a pista um ângulo de 30º. Após percorrer 700 metros, qual a altura em que ele se encontra do solo? Observe o desenho do esquema:



$sen 30° = \frac{x}{700}$

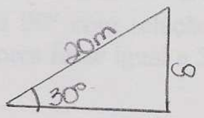
$\frac{1}{2} = \frac{x}{700}$

$\boxed{x = 350\ m}$

Explique que será usada a relação do seno em razão da altura corresponder ao cateto oposto em relação ao ângulo de 30º e a hipotenusa corresponder ao espaço percorrido pelo avião.

Problema 02

Uma rampa lisa de 20 m de comprimento faz ângulo de 30° com o plano horizontal. Uma pessoa que sobe nessa rampa eleva-se verticalmente:



$\frac{1}{2} = \frac{x}{20}$

$\boxed{x = 10m}$

Problema 03

Para firmar no solo uma torre de 25 m de altura, devemos fixar alguns cabos de aço do topo da torre até o solo. Cada cabo forma um ângulo de 60°, conforme a figura. O comprimento de cada cabo será de aproximadamente

Dados:

sen 60° = 0,85

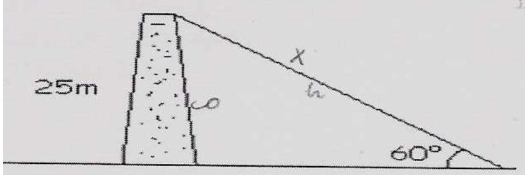
cos 60° = 0,50

tg 60° = 1,70

$sen 60° = \frac{co}{h}$

$0{,}85 = \frac{25}{x}$

$\boxed{x = 29{,}41m}$



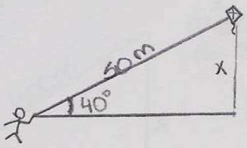
Problema 04

Para soltar uma pipa, Gustavo utilizou 50 metros de fio. Em um certo momento, ele segura o carretal a uma distância de 1,6 m do solo. O fio determina um ângulo de 40° com a horizontal. Calcule a que altura do solo está a pipa:

Considere: sen 40° = 0,64

cos 40° = 0,77

tg 40° = 0,84



$$\text{sen}40^\circ = \frac{x}{50}$$

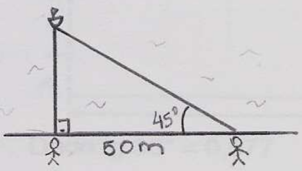
$$0{,}64 = \frac{x}{50}$$

$$x = 32$$
$$+1{,}6$$

$$\boxed{33{,}6\ m}$$

Problema 05

Desde os tempos da Antiga Grécia, a geometria sempre foi uma ciência aplicada, ou seja empregada para resolver problemas práticos. Dos problemas que os gregos conseguiram resolver, dois merecem referência: o cálculo da distância de um objeto a um observador e o cálculo da altura de uma construção. No primeiro caso, para calcular, por exemplo, a distância de um barco até a costa, recorria-se a um artifício. Dois observadores se postavam de maneira que um deles pudesse ver o barco sob um ângulo de 90° com relação á linha da costa e o outro sob um ângulo de 45°. Se a distância entre os observadores fosse igual a 50 metros, a distância entre o barco e a costa seria de:



$$\text{sen}45^\circ = \frac{CO}{h}$$

$$\frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{x}{50}$$

$$2x = 50\sqrt{2}$$

$$\boxed{x = 25\sqrt{2}\ m}$$

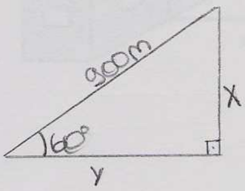
Fonte: Material Aluno 6

ANEXO VIII

Aula 07 – Resolução de problemas matemáticos aplicando as Relações Trigonométricas no Triângulo Retângulo

Problema 01

Um foguete é lançado com velocidade igual a 180 m/s, e com um ângulo de inclinação de 60° em relação ao solo. Suponha que sua trajetória seja retilínea e sua velocidade se mantenha constante ao longo de todo o percurso. Após cinco segundos. O foguete se encontra a uma altura de x metros, exatamente acima de um ponto no solo, a y metros do ponto de lançamento. Os valores de x e y são, respectivamente:



$d = 180 \cdot 5$

$d = 900$

$sen\,60° = \frac{x}{900}$

$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{x}{900}$

$2x = 900\sqrt{3}$

$\boxed{x = 450\sqrt{3}}$

$h^2 = c^2 + c^2$

$900^2 = (450\sqrt{3})^2 + y^2$

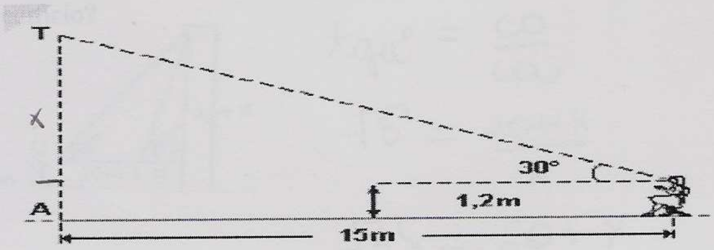
$810000 - 607500 = y^2$

$y = \sqrt{202500}$

$\boxed{y = 450}$

Problema 02

A seguir está representado um esquema de uma sala de cinema, com o piso horizontal. De quanto deve ser a medida aproximada de AT para que um espectador sentado a 15 metros da tela, com os olhos 1,2 metros acima do piso, veja o ponto mais alto da tela, que é T, a 30° da horizontal?



Dado: tg 30° = 0,577

$tg\,30° = \frac{co}{ca}$

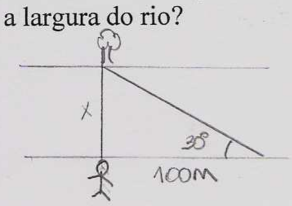
$0{,}577 = \frac{x}{15}$

$x = 8{,}65$

$\boxed{AT = 9{,}85\ m}$

Problema 03

Um agrimensor quer determinar a largura de um rio num determinado lugar. Para isso, localiza um ponto fixo do outro lado do rio (uma árvore), perpendicular ao ponto em que está. Neste ponto, fixa um marco e caminha, pela margem, em ângulo reto com a linha imaginária traçada da árvore ao marco colocado. Pára depois de 100 m, olha a árvore e vê que formou com o seu trajeto um ângulo de 30 °. Qual a largura do rio?



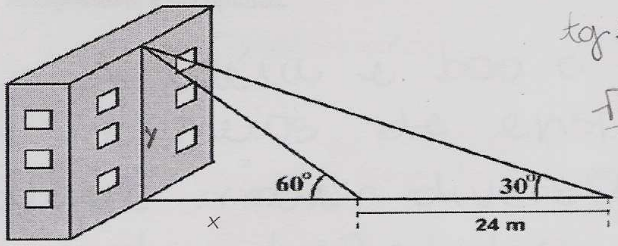
$tg\,30° = \frac{co}{ca}$

$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{x}{100}$

$\boxed{x = \frac{100\sqrt{3}}{3}}$

Problema 04

A partir de um ponto, observa-se o topo de um prédio sob um ângulo de 30º. Caminhando 24 m em direção ao prédio, atingimos outro ponto, de onde se vê o topo do prédio segundo um ângulo de 60º. Desprezando a altura do observador, calcule, em metros, a altura do prédio?



$$tg\,30° = \frac{co}{ca}$$

$$\frac{\sqrt{3}}{3} = \frac{y}{x+24}$$

$$\sqrt{3}(x+24) = 3y$$

$$y = \frac{\sqrt{3}(x+24)}{3}$$

$$tg\,60° = \frac{co}{ca}$$

$$\sqrt{3} = \frac{y}{12}$$

$$\boxed{y = 12\sqrt{3}}$$

$$tg\,60° = \frac{co}{ca}$$

$$\sqrt{3} = \frac{\frac{\sqrt{3}(x+24)}{3}}{x}$$

$$\sqrt{3}x = \frac{\sqrt{3}x + 24\sqrt{3}}{3}$$

$$3\sqrt{3}x - \sqrt{3}x = 24\sqrt{3}$$

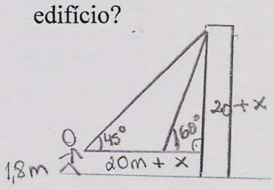
$$2\sqrt{3}x = 24\sqrt{3}$$

$$x = \frac{24\cancel{\sqrt{3}}}{2\cancel{\sqrt{3}}}$$

$$x = 12$$

Problema 05

Um homem de 1,80 m de altura avista o topo de um edifício sob um ângulo de 45° em relação à horizontal. Quando ele se aproxima 20 m do edifício, esse ângulo aumenta para 60°. Qual a altura do edifício?



$$tg\,60° = \frac{co}{ca}$$

$$\sqrt{3} = \frac{20+x}{x}$$

$$\sqrt{3}x = 20 + x$$

$$\sqrt{3}x - x = 20$$

$$x(\sqrt{3}-1) = 20$$

$$x = \frac{20}{\sqrt{3}-1} \cdot \frac{\sqrt{3}+1}{\sqrt{3}+1}$$

$$x = \frac{20(\sqrt{3}+1)}{(\sqrt{3})^2 + \sqrt{3} - \sqrt{3} - 1}$$

$$x = \frac{\cancel{20}^{1}(\sqrt{3}+1)}{\cancel{2}}$$

$$x = 10\sqrt{3} + 10$$
$$+20$$
$$+1,8$$

$$\boxed{H = 10\sqrt{3} + 31,8m}$$

Fonte: Material Aluno 6