

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia da Produção

**O APRENDIZADO DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO –
ORIGENS DE DIFICULDADES E PROPOSTAS ALTERNATIVAS**

Dissertação de Mestrado

DURVAL MARTINS TEIXEIRA FILHO

Florianópolis
2002

Universidade Federal de Santa Catarina
Programa de Pós-Graduação em
Engenharia da Produção

**O APRENDIZADO DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO –
ORIGENS DE DIFICULDADES E PROPOSTAS ALTERNATIVAS**

DURVAL MARTINS TEIXEIRA FILHO

Dissertação apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção da Universidade Federal de Santa Catarina, como requisito parcial à obtenção do título de Mestre em Engenharia de Produção.

Orientadora: Prof^a. Dr. Silvana
Bernardes Rosa

Florianópolis
2002

DURVAL MARTINS TEIXEIRA FILHO

**O APRENDIZADO DA GEOMETRIA NO ENSINO MÉDIO –
ORIGENS DE DIFICULDADES E PROPOSTAS ALTERNATIVAS**

Esta dissertação foi julgada adequada e aprovada para obtenção
do título de **Mestre em Engenharia de Produção** no
Programa de Pós-Graduação em Engenharia de Produção
da **Universidade Federal de Santa Catarina**

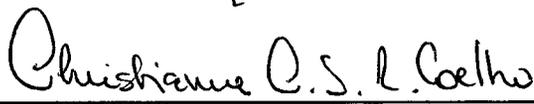
Florianópolis, 13 de dezembro de 2002.

Prof. Edson Pacheco Paladini, Dr.
Coordenador do Curso

BANCA EXAMINADORA:



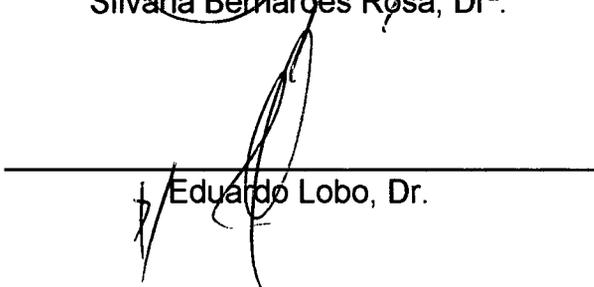
Prof.ª Dr.ª Silvana Bernardes Rosa
Orientadora



Christianne Coelho de S. Reinisch
Coelho, Dr.ª



Silvana Bernardes Rosa, Dr.ª



Eduardo Lobo, Dr.

A educação se divide em duas partes: educação das habilidades e educação da sensibilidade. Sem a educação da sensibilidade todas as habilidades são tolas e sem sentido.

Rubens Alves

A Matemática não é como um filme que deva ser passado para as crianças assistirem. Ela deve ser uma proposta para um programa ao vivo, com todas as suas aventuras e imprevistos.

Lellis Jakubovic

SUMÁRIO

LISTA DE FIGURAS	viii
LISTA DE GRÁFICOS	ix
LISTA DE QUADROS	x
RESUMO	xi
ABSTRACT	xii
1 INTRODUÇÃO	13
1.1 Problema – A Importância da Geometria	16
1.1.1 O Estudo das Formas – Geometria e Natureza	17
1.1.2 A Dominação da Forma	19
1.1.3 Desafio – A Prática Pedagógica	21
1.2 Justificativa – A Qualidade	24
1.2.1 O Estudo da Geometria	25
1.3 Objetivos	27
1.3.1 Objetivo Geral – Razões de um Estigma	27
1.3.2 Objetivos Específicos	28
1.4 Percorso Metodológico	28
1.5 Premissas da Pesquisa	29
1.6 Estrutura do Trabalho	32
2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA	34
2.1 Introdução	34
2.2 Importância da Geometria	35

2.3 Receita das Competências e Habilidades	37
2.3.1 Aprender a Conhecer.....	38
2.3.2 Aprender a Fazer.....	40
2.3.3 Aprender a Viver Juntos.....	41
2.3.4 Aprender a Ser.....	42
2.4 Aprendizagem Significativa e Aprendizagem Mecânica	43
2.4.1 A teoria de Ausubel.....	43
2.5 A Teoria das Inteligências Múltiplas	54
2.5.1 Inteligência Lógico-Matemática.....	55
2.5.2 Inteligência Víscuo-Espacial.....	58
2.6 Questões da Prática Pedagógica	61
2.7 A Programação Neurolingüística	65
2.8 Geometria Experimental – John Dewey	69
2.9 Significado e Sentido – Vygotsky	70
2.10 Emoção e Inteligência – Henri Wallon	75
2.11 Conclusão	80
3 A INVESTIGAÇÃO – DESCRIÇÃO – LEVANTAMENTO E ANÁLISE	82
3.1 Introdução	82
3.2 Descrição, Levantamento e Análise das Situações Propostas no Colégio DB	83
3.2.1 Importância e Interesse do Aluno pelo Estudo da Matemática.....	83
3.2.2 A Representação Simbólica.....	93
3.2.3 As Representações da Geometria.....	97
3.2.4 Conceito e Significado - Razão e Realidade.....	101
3.3 Uma Experiência Pedagógica com os Alunos do CEFET	107
3.3.1 Descrição da Atividade – Geometria Espacial – Construindo Poliedros.....	108

3.4 Conclusão	113
4 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS	115
4.1 Considerações Finais	115
4.2 Recomendações para Futuros Trabalhos	118
ANEXOS	121
Anexo 1 – Modelo de Questionário Aplicado nas Turmas de Segundos Anos do Colégio DB	122
Anexo 2– Modelo do Teste Aplicado nas Turmas de Segundas Séries do Colégio DB	128
Anexo 3 – questionário de associação livre. As representações da geometria – conceito e significado	129
Anexo 4 – Lista dos 17 Termos Relacionados com Geometria	130
Anexo 5 – Significado dos 17 Termos Relacionados com Geometria	143
Anexo 6 – Aula de Geometria na Sala Ambiente do CEFET	148
Anexo 7 – Aula de Geometria na Sala Ambiente do CEFET	149
Anexo 8 – Construção dos Poliedros Regulares com Canudos –Modelo Esqueleto	151
Anexo 9 – Planificação dos Poliedros Mais Complexos para Construção Através de Canudos	153
Anexo 10 – Lista de Alguns Softwares Considerados Interessantes para o Ensino e Aprendizagem de Geometria	154
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	156

LISTA DE FIGURAS

Figura 1 – Flor.....	18
Figura 2 – Poliedro convexo.....	18
Figura 3 – Representação geométrica do produto notável $(a + b)^2$	40
Figura 4 – Polígonos e não polígonos.....	45
Figura 5 – Contorno do polígono: uma linha.....	45
Figura 6 – Contorno mais interior do polígono: uma superfície.....	46
Figura 7 – Área de uma superfície.....	57
Figura 8 – Área S_1	57
Figura 9 – Área S_2	58
Figura 10 – Percepção espacial.....	60
Figura 11 – Planta de um apartamento.....	64
Figura 12 – Circunferência.....	71
Figura 13 – Circulo.....	72
Figura 14 – Quadrado.....	72
Figura 15 – Cubo.....	73
Figura 16 – Triângulo.....	74
Figura 17 – Triângulo.....	74
Figura 18 – Projeção de um quadrado –Situação 1.....	102
Figura 19 – Projeção de um quadrado –Situação 2.....	103
Figura 20 – Diagonais das faces de um cubo.....	111

LISTA DE GRÁFICOS

Gráfico 1 – Percepção dos Alunos em Relação a Matemática por Turmas	
Pesquisadas (Geral)	85
Gráfico 2 – Percepção dos alunos em relação a Matemática (Quadro Geral) .	85
Gráfico 3 – Importância da matemática.....	88
Gráfico 4 – Compreensão dos conteúdos – quadro geral.....	89
Gráfico 5 – Percepção da linguagem	95
Gráfico 6 – Gráfico geral das respostas.....	96
Gráfico 7 – Respostas aceitáveis/topológicas e regulares para um total de 237 alunos.....	106
Gráfico 8 – Resultado geral das respostas aos 17 termos.....	106

LISTA DE QUADROS

Quadro 1 – Formas geométricas bi e tridimensionais	20
Quadro 2 – Âncoras para o conceito de polígono	47
Quadro 3 – um mapa conceitual baseado na teoria de Ausubel.....	48
Quadro 4 – Fórmulas dos polígonos regulares mais comuns em geometria ...	50
Quadro 5 – Ligação dos aspectos cognitivos e afetivos com a razão e a emoção	77
Quadro 6 – percepção dos alunos em relação à matemática - justificativas....	87
Quadro 7 – Depoimentos relativos a questão 5 da pesquisa	90
Quadro 8 – Algumas respostas da pergunta 6.....	91
Quadro 9 – Exemplo de linguagem simbólica.....	94
Quadro 10 – Lista das palavras mais importantes relacionadas ao termo Geometria	98
Quadro 11 – Resultados obtidos para definição de certos termos relacionados a Geometria	105
Quadro 12 – Tabela P dos poliedros regulares.....	109
Quadro 13 – Análise da aula por parte dos alunos	112

RESUMO

TEIXEIRA FILHO, Durval Martins. **O aprendizado da geometria no ensino médio – Origens de dificuldades e propostas alternativas**. Florianópolis, 2002. 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2002.

Neste trabalho procura-se investigar as dificuldades apresentadas pelos alunos do Ensino Médio com respeito a aprendizagem de Geometria. Como a Geometria faz parte da Matemática, procurou-se inicialmente descobrir as concepções que os alunos adolescentes formaram em relação a esta última, durante seu percurso escolar e os fatores principais que permearam este processo. Em conseqüência, tem-se uma visão de como metodologias aplicadas na construção do conhecimento, interferem no desenvolvimento dos conteúdos da Matemática e de modo especial da Geometria. A primeira parte do trabalho desenvolveu-se com algumas turmas de segundas séries do ensino médio, que foram moldadas dentro de um ensino tradicional, com ênfase ao vestibular. Investigou-se as imagens que os alunos estabelecem de alguns conceitos em Geometria e como essa estrutura mental influi e da suporte a novos elementos mais elaborados. Na segunda parte do trabalho, analisa-se uma abordagem metodológica diferenciada para o ensino da Geometria. Realizada com os alunos do CEFET-PR, elabora-se uma atividade que inclui estratégias de motivação em função do contexto, organizando o espaço e os elementos de sala de aula, de maneira que favoreçam uma interação maior do aprendiz, no processo de construção do conhecimento e na vivência de situações significativas.

Palavras-chave: Geometria, Aprendizagem, Metodologias.

ABSTRACT

TEIXEIRA FILHO, Durval Martins. **O aprendizado da geometria no ensino médio – Origens de dificuldades e propostas alternativas**. Florianópolis, 2002. 159 f. Dissertação (Mestrado em Engenharia de Produção) – Programa de Pós-graduação em Engenharia de Produção, UFSC, 2002.

In this work, we have investigated the difficulties shown by high school students towards the Geometry learning. As Geometry is part of Mathematics, we tried, initially, to find out the conceptions that adolescent students have about the latter, during their path through school and the main factors that have built up this process. As a consequence, we are able to view how methodologies applied to the construction of knowledge, interfere in the developing of the Mathematics contents and in a special way, Geometry. The first part of this work was developed in some classes of the second year of high school, which have been molded according to the traditional teaching, having as emphasis “Vestibular”, our college entrance exam, in Brazil. It is also important to explain that Brazilian high school system is made up of three years. We have investigated some images pictured by students regarding some concepts of Geometry and how this mental structure influences and supports the more elaborated new elements. The second part of this work we analyze a different method to teach Geometry. This new method was carried out with the students of “CEFET-PR”, and was basically made up of motivational activities according to a context and also organizing the space and elements in the classroom, in order to nurture higher interaction of the student in the construction process of knowledge as well as experiencing the meaningful situations.

Key words: Geometry, Learning, Methodology.

1 INTRODUÇÃO

A Matemática reveste-se de significado quando utiliza conceitos aplicáveis na vida diária e ainda como suporte para as várias ciências: mesmo a alfabetização não se efetua sem o domínio de conceitos matemáticos elementares.

As profundas mudanças sociais e tecnológicas como as que deram origem a uma grande variedade de funções no mercado de trabalho, colocam a necessidade de repensarmos as atitudes e estratégias ao aprendizado da Matemática.

“Dessa forma é urgente recorrer a um ensino de Matemática, onde teoria e prática, conteúdo e forma integram-se para desenvolver o raciocínio lógico, a criatividade e o espírito crítico, a partir do resgate da questão cultural, já que a Matemática é um bem cultural, constituído a partir das relações do homem com a natureza: ela é dinâmica e viva, fazendo parte da cultura dos povos.” (Silva, 1992, p. 5)

A sociedade necessita de indivíduos que sejam capazes de dominar as tecnologias inovadoras e produzir outras, que estejam sempre preparados para as contínuas mudanças, tendo como meta uma sociedade mais igualitária e o bem-estar de seus membros.

“(…) compreender a cidadania como participação social e política, assim como o exercício de direitos e deveres políticos, civis e sociais, adotando, no dia a dia, atitudes de solidariedade, cooperação e repúdio as injustiças, respeitando o outro e exigindo para si mesmo respeito.” (PCN Matemática, 1999, p, 11).

“Quando falamos de cidadania estamos nos referindo a uma qualificação da condição de existência dos homens. (...) O homem só é plenamente cidadão se compartilha efetivamente dos bens que constituem os resultados de sua tríplice prática histórica, isto é, das efetivas mediações de sua existência. Ele é cidadão se pode efetivamente usufruir dos bens materiais necessários para a sustentação de sua existência social.” (Severino, 1994, p. 98).

Assim como em uma expressão algébrica, onde os valores combinam-se entre si por meio de operações matemáticas para se chegar a um total, uma série de variáveis influi no ensino da Matemática em sala de aula. Os maiores desafios no entanto são: o embasamento teórico, o interesse, a compreensão da linguagem formal e as metodologias aplicadas. Alia-se a isso o binômio indissociável em didática: “o que ensinar ?” e “para que ensinar?”.

Cientes dessas dificuldades, educadores não medem esforços no sentido de explorar a interdisciplinaridade e a possibilidade de contextualização próprias da Matemática.

Revela-se uma Matemática de raciocínio encadeados, estruturas abstratas e resultados incontestáveis, provocando atitudes de admiração em algumas pessoas, mas assustando e afastando tantas outras.

Para Galileu Galilei, a Matemática era o alfabeto pelo qual Deus escreveu o universo mas, para muita gente, ela continua sendo um grande problema, no que diz respeito ao seu aprendizado (essa incapacidade de lidar confortavelmente com as noções fundamentais de número relacionadas ao estudo das formas e do espaço, de suas medidas e de suas propriedades).

Hoje vive-se num mundo matematizado na expressão de Davis e Hersh (1998), em “O Sonho de Descartes”. Destarte, num mundo matematizado, é necessário que as pessoas façam a sua experiência matemática e consigam

incorporar este instrumento na vivência cotidiana, percebendo a Matemática como uma linguagem de comunicação de idéias que permite modelar a realidade e interpretá-la. O grande problema é que, como inúmeros indicadores apontam, as pessoas (os aprendizes) não estão conseguindo fazer uma experiência minimamente satisfatória. Assim, as atenções se voltam para a solução desta problemática. Mas, se por um lado a problemática e as intenções são claras, uma questão muito delicada são os caminhos a seguir para conduzir de forma equilibrada esse processo, que apresenta aspectos conflitivos entre muitos elementos contrastantes, como: o concreto e o abstrato, o particular e o geral, o formal e o informal, o útil e o inútil, o prazer e o medo, o teórico e o prático, a mudança e a resistência, etc.

A cada dia fica mais clara a percepção de que a educação é um dos componentes essenciais das estratégias de desenvolvimento das nações. A economia moderna não pode prescindir de indivíduos capazes de selecionar e processar Informações, isto é, indivíduos críticos e dotados de um saber ágil. Mais do que nunca, as competências cognitivas e sociais são fatores fundamentais do progresso social. Os novos equipamentos, as novas tecnologias, a rápida superação dos conhecimentos e os vertiginosos avanços do mundo moderno já não são mais compatíveis com os moldes educacionais vigentes.

“Educar é a principal função da escola mas as variações no modo de ensinar determinam diferenças nos resultados obtidos. Até há pouco tempo, ensinar era sinônimo de transmitir informações, mas as idéias pedagógicas mudaram.” (Micotti, 1999, p.154).

“A educação para a cidadania, que é um dos grandes objetivos da educação de hoje, exige uma apreciação do conhecimento moderno, impregnado de ciência e tecnologia. Assim, o papel do professor de

Matemática é particularmente importante para ajudar o aluno nessa apreciação, assim como para destacar alguns dos importantes princípios éticos a ela associados” (D’Ambrósio, 1996, p. 87).

1.1 Problema – A Importância da Geometria

Considera-se que não haja dúvidas quanto à importância da Geometria em seu papel básico, não só na Matemática mas também em diversas áreas tais como: Engenharia, Arquitetura, Física, Astronomia, etc. Além disso, mesmo no ensino dos números são empregados modelos geométricos que devem ser dominados. Por outro lado, esquemas que poderiam auxiliar a visualização de certas propriedades e facilitar a resolução de certos problemas deixam de ser empregados por inaptidão em trabalhar dentro do quadro geométrico.

A linguagem geométrica está de tal modo inserida no cotidiano que a consciência desse fato não é explicitamente percebida. É dever da escola explicitar tal fato a fim de mostrar que a Geometria faz parte da vida, pois vivemos num mundo de formas e imagens.

A Geometria existe por toda parte.

“Deus é o grande geômetra. Deus geometriza sem cessar”. (Platão)

Para descrever o mundo, é necessário medir espaços e formas e encontrar regras que os expliquem. O trabalho com o espaço e a forma está intimamente relacionado à percepção espacial. E ela que nos ajuda a imaginar um trecho que precisamos ladrilhar ou acarpetar, a julgar se o carro cabe ou não numa certa vaga, ou a saber o caminho de casa a partir do colégio.

Além disso, inventaram-se muitas formas desde que os egípcios construíram suas pirâmides. Os artefatos simples e complexos, planejados

conscientemente pela humanidade têm sido baseados em sistemas de geometria.

A Geometria é uma teoria matemática que visa a criar uma abstração de um mundo que faz parte de nossa realidade. Os Parâmetros Curriculares Nacionais sinalizam a importância de se trabalhar com a Matemática, em sala de aula, sob dois aspectos: 1) as aplicações no cotidiano; 2) as aplicações e avanços na própria ciência Matemática. A Geometria ajuda, como já descrito anteriormente, a falar da inserção do homem no espaço Terra, da utilização deste espaço, da sua divisão e da construção de estratégias para resolver problemas relacionados à forma e ao espaço.

Que tipos de mudanças pedagógicas podem contribuir para, de um lado aumentar o interesse e o desempenho e de outro diminuir o “*status*” cultural da matemática, no aluno adolescente, facilitando a apreensão de conteúdos pertinentes e relevantes, particularmente no processo ensino-aprendizagem de geometria?

1.1.1 O Estudo das Formas – Geometria e Natureza

O homem difere e destaca-se dentre todos os outros animais pela inteligência que possui. Num determinado estágio de seu desenvolvimento ele passou a observar a natureza, especialmente o céu, e inspirado nele registrou, aquilo que examinava, dependendo do seu grau cultural.

A natureza exhibe uma criação de formas e relações matemáticas sob os mais variados aspectos: triângulos, quadrados, círculos, hexágonos, espirais, polígonos estrelados, cubos, paralelepípedos, cilindros, helicóides, cones, esferas, etc.

A simples observação das formas regulares e perfeitas que muitos corpos apresentam, como as flores e as folhas e incontáveis animais, revelam simetrias admiráveis que deslumbram o espírito. Há infinita variedade de formas geométricas espalhadas pela natureza. No disco do Sol, no arco-íris, na borboleta, no diamante, na estrela-do-mar e até em plantas microscópicas (diatomáceas).

As figuras criadas pela natureza revelam desde motivos geométricos simples até formas mais arrojadas e complexas, (figuras 1 e 2).

Figura 1 – Flor

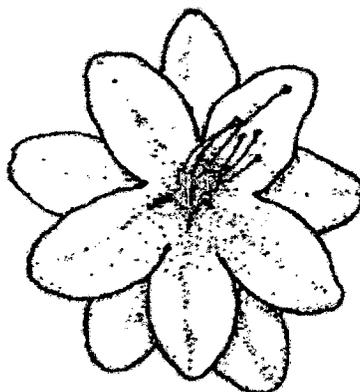
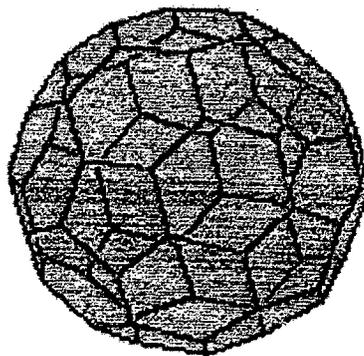


Figura 2 – Poliedro convexo



“Um corvo a voar lentamente pelo céu descreve, com a mancha negra de seu corpo figuras admiráveis; o sangue que circula pelas veias do camelo não foge aos rigorosos princípios geométricos; a pedra que se atira no chagal inoportuno desenha no ar, uma curva perfeita. A abelha constrói seus alvéolos com a forma de prismas hexagonais, para obter a sua casa com a maior economia possível de material.” (Taham, 2001, p. 53).

O homem transformou elementos da natureza para a sua sobrevivência e nessa caminhada, levado pela curiosidade, compreendeu muitas coisas, criando suas ferramentas e técnicas, construindo objetos e deslocando-os, modificando o espaço. Portanto, necessidade e curiosidade aliam-se à percepção das semelhanças, procurando relacionar geometria (forma) com a aritmética (número).

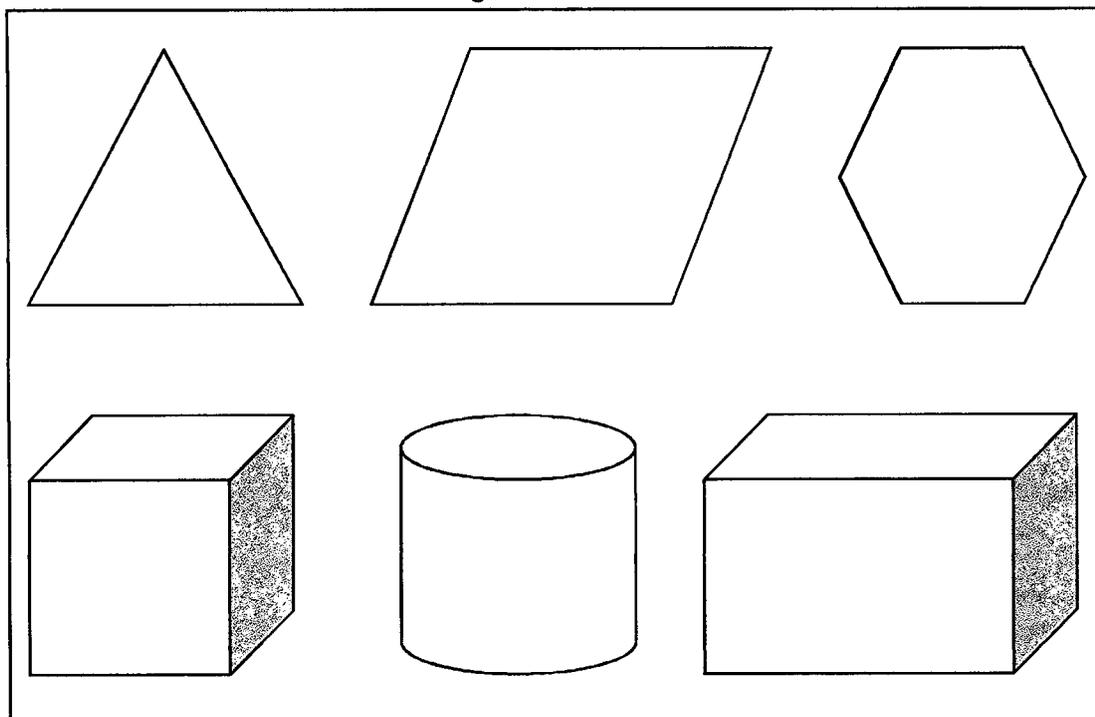
1.1.2 A Dominação da Forma

A princípio, as noções primitivas de número, grandeza e forma podiam estar relacionadas com contrastes mais do que com semelhanças. Gradualmente deve ter surgido, da massa de experiências caóticas, a realização de que há analogias. Essa percepção de uma propriedade abstrata que certos grupos têm em comum levou à idéia de número.

O número foi criado para que o homem pudesse dominar o movimento das quantidades da natureza. Entretanto, as formas também estão ao nosso redor, fazendo parte do nosso mundo e estão em permanente mudança. Aprender a manejar as formas é o âmago da Geometria. A compreensão do espaço, sua ocupação e medida, as superfícies, suas formas, regularidades e

medidas; as linhas, suas propriedades e medidas; e as relações entre todas essas formas geométricas (quadro 1).

Quadro 1 – Formas geométricas bi e tridimensionais



Destaca-se que há muitas áreas da Matemática em que a introdução de um procedimento e uma terminologia geométricos simplifica muito, tanto a compreensão como a apresentação de um determinado conceito ou desenvolvimento. A linguagem da Geometria é muito mais simples e elegante do que a da álgebra e da análise. Às vezes é possível levar a cabo linhas de raciocínio rigorosas em termos geométricos sem traduzi-las para a álgebra e a análise. As imagens geométricas sugerida freqüentemente levam a resultados e estudos adicionais. Como consequência, ganha-se, instrumento poderoso de raciocínio indutivo e criativo.

De acordo com Barbosa (2002, p. 10), nas investigações das últimas décadas, cujo tema central foi a construção e o estudo de entidades

geométricas, surgem as FRACTAIS. A Geometria dos Fractais está relacionada a uma ciência chamada CAOS.

Na constituição do mundo, da natureza em geral, tem-se componentes com suas formas nas quais dominam a irregularidade e o caos; tentar simplifica-las empregando formas usuais da clássica geometria euclidiana, seria inadequado. A Geometria das Fractais pode fornecer aproximações para essas formas.

1.1.3 Desafio – A Prática Pedagógica

Na maioria das escolas brasileiras (públicas e particulares), a prática pedagógica fundamenta-se na transmissão de conteúdos curriculares fragmentados, memorizáveis e mensuráveis, correspondendo aos padrões reconhecidos e aplicáveis no modelo de uma sociedade ultrapassada. É mister porém que as mesmas procurem adotar uma prática pedagógica centrada na construção do conhecimento, baseada em teorias cognitivas de aprendizagem, tentando, desta forma, incorporar tendências e comportamentos originários da moderna sociedade da informação.

Uma condição fundamental para o ensino e aprendizagem da matemática é desenvolver a capacidade de aprender, oferecendo um conjunto mais rico de materiais, técnicas e sistemas que visem a contribuir significativamente para a incorporação dessa habilidade.

A preocupação presente neste trabalho é discutir e analisar as dificuldades encontradas pelos alunos no estudo da Geometria, com a intenção de buscar alternativas adequadas para a minimização ou superação dos problemas de aprendizagem nessa parte da Matemática.

Segundo Rojas (1996), a sociedade atual, através de seus meios de comunicação, molda os jovens para uma era do vazio, pois os meios de comunicação insistem em não dizer nada. O resultado disso são jovens que têm muita iniciativa e pouca “acabativa” (esforço e dedicação), ou seja, eles apresentam dificuldades em manter o entusiasmo e a persistência quando os resultados não são imediatos.

“A ociosidade está na moda; está na moda a vida arrebatada, descosturada, como os personagens sem mensagem interior.” (Rojas, 1996,p.40).

Outrossim, cientistas descobriram que o circuito nervoso não está completamente instalado na maior parte dos jovens até 20 anos, o que pode explicar as peculiaridades de comportamento - indisciplina, preguiça, apatia. (Brownlee, 1999).

Os gregos acreditavam que o desenvolvimento de todas as potencialidades humanas, capacita melhor o indivíduo. O conceito foi perdido na Idade Média quando o Ocidente começou a caminhar em direção à especialização, em detrimento do desenvolvimento integrado e, hoje, presencia-se o custo que esta associação trouxe.

“Conhecimento não se reduz a informação. Este é um primeiro estágio daquele, conhecer implica em um segundo estágio, o de trabalhar as informações classificando-as, analisando-as e contextualizando-as. O terceiro estágio tem a ver com a inteligência, a consciência ou sabedoria. Inteligência tem a ver com a arte de vincular o conhecimento de maneira útil e pertinente, isto é, de produzir novas formas de progresso e desenvolvimento; consciência e sabedoria envolvem reflexão, isto é, capacidade de produzir novas formas de existência de humanização. E é nessa trama que se pode entender as

relações entre conhecimento e poder. (...) Um enorme poder flui do conhecimento, mas não daqueles que o produzem. Portanto não basta produzir conhecimento, mas é preciso produzir as condições de produção do conhecimento”. (Pimenta, 1996, p. 4-5).

Melhorar a qualidade de ensino é uma questão defendida, hoje, por governantes, educadores, técnicos e especialistas em educação. Uma das exigências para se alcançar um elevado nível de qualidade na educação é aprimorar o conhecimento sobre os processos de ensino-aprendizagem, de forma a torná-los mais capazes de responder às imposições deste novo tempo.

Numa sociedade cada vez mais complexa e dinâmica e que depende tão completamente da Matemática e da Ciência, acredita-se que o professor é uma figura central. Logo, ele precisa refletir sobre a concepção de escola, como instituição que transmite o conhecimento e como local que ajuda o aluno a desenvolver seu potencial, ensinando-o a pensar e a descobrir caminhos para transformar o mundo em que vive.

Faz-se necessário, portanto, que o professor represente seu papel frente às novas possibilidades que compõe o mundo do conhecimento e da cultura, enfrentando o desafio da formação continuada (a atualização, para postar-se diante dos tempos) em cursos de pós-graduação (mestrado, doutorado). Sustenta-se que esses procedimentos concorram para que o educador vivencie sua autonomia intelectual na escolha de metodologias, procedimentos didáticos e paradigmas científicos objetivando melhorar a qualidade do ensino.

“A arte de fazer e ensinar matemática não é (nunca foi) criação livre e isolada da mente humana, totalmente descompromissada com a realidade do homem e ao seu momento histórico. Pelo contrário, criar e lecionar essa disciplina é antes de mais nada uma busca contagiante

do nosso passado epistemológico. O ensino desta disciplina baseado em experiências educacionais do passado, tem produzido em nossos estudantes um verdadeiro sentimento de repúdio e apatia. Adianta pouco ou quase nada, levarmos aos aprendizes do século XX um jargão matemático axiomático, no qual as principais idéias são catapultadas através de teoremas, corolários, regras e fórmulas soltas. Este modo de abordar a matemática funciona, em parte, nos séculos anteriores, quando não conhecíamos o cinema, o automóvel, o raio laser, a televisão, enfim não existia o mundo moderno e agitado dos computadores.” (Comentário do professor Aguinaldo Prandini Ricieri¹, durante o curso “Matemática aplicada à vida”, por ele ministrado no dia 15/09/1 991 em São Paulo).

1.2 Justificativa – A Qualidade

Estratégias para facilitar a aprendizagem remontam às origens educacionais. Apesar de que ainda há muitas coisas que se desconhecem sobre a aprendizagem, considera-se sabido que o conhecimento adquirido pelo indivíduo e que o conhecimento previamente aprendido influencia a aquisição de um novo conhecimento e, também, que a aprendizagem pode ser desde essencialmente memorística, com pouca interação com o conhecimento prévio (e geralmente com muito pouca retenção) até altamente significativa, na qual o aprendiz integra novos conceitos, proposições e imagens à estruturas do conhecimento previamente adquirido. Parte da tarefa do professor é ajudar o

¹ Prof. Aguinaldo Prandini Ricieri, bacharelou-se em Física pela USP e pós-graduou-se em Eng. Espacial pelo ITA. É consultor, autor de vários livros e professor do ITA, onde leciona desde 1982. (www.prandiano.com.br).

aluno na busca da sua autonomia, no gerenciamento das informações para a aprendizagem relevante (significativa).

1.2.1 O Estudo da Geometria

De um modo geral o estudo da Geometria, enfatiza a compreensão da relação com o espaço e as atividades geométricas percebidas favorecem:

- a) **o desenvolvimento da noção de espaço.** Percepção espacial diz respeito à habilidade de orientar-se no espaço, coordenar diferentes ângulos de observação e de objetos no espaço. Essas habilidades contribuem para o melhor desempenho do indivíduo em suas ocupações cotidianas. São exigidas em maior grau em atividades como cristalografia, bioquímica, cirurgia, aviação, escultura, arquitetura, coreografia, decoração, etc.;
- b) **o desenvolvimento da habilidade de observação do espaço tridimensional e da elaboração de meios de se comunicar a respeito desse espaço.** Isso é importante num mundo onde as fontes de informação utilizam predominantemente a imagem (cinema, televisão, cartazes, ...). Modos de representação tais como perspectiva, planificações, cortes, projeções e outros são fundamentais para a interpretação das mensagens;
- c) **o desenvolvimento de uma atitude positiva em relação ao estudo da Matemática.** A escrita dos números envolve a noção de posição. Para efetuar medições, devemos comparar figuras. Assim, dificuldades de percepção espacial poderão tornar os alunos tensos diante de suas tarefas. Atividades de Geometria poderão prevenir

essas dificuldades. Atividades com material manipulativo estimulam a participação e ajudam o desenvolvimento de atitudes positivas em relação à Geometria e por extensão à Matemática.

- d) **a integração com outras áreas.** Informações relativas a várias áreas do conhecimento são dadas por medidas que utilizam gráficos, tabelas, desenho em escala, mapas. O estudo da órbita dos planetas, cortes em caules, disposição de flores e folhas nas plantas, projetar a geometria de uma cúpula auto-sustentada, decodificar formas da natureza, projetar sólidos de revolução de menor área e maior volume, proporcionam momentos de integração da Geometria com as outras áreas. O estudo da Geometria enriquece o referencial de observação com o qual apreciamos e analisamos um quadro, azulejos, tapeçarias, edifícios.

O estudo da Geometria é, portanto, um forte instrumento para o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Logo, a escolha da Geometria é justificada por ser a mesma considerada uma ferramenta para a compreensão, descrição e inter-relação com o espaço em que vivemos. É, também, a parte da Matemática mais intuitiva, concreta e ligada com a realidade. Como disciplina escolar, apóia-se no extensivo processo de formatização realizado durante esses últimos 2000 anos, em níveis cada vez de maior rigor, abstração e generalização e sem fazer conexão entre a Geometria intuitiva e a formatização.

1.3 Objetivos

1.3.1 Objetivo Geral – Razões de um Estigma

O fato do conhecimento ter passado a ser recurso fundamental na sociedade pós-industrial cria novas dinâmicas sociais, econômicas, políticas e traz também novos desafios educacionais.

No campo específico da psicologia da educação, há regiões ainda inexploradas; há, sobretudo, questões exigindo pesquisas, questões que anseiam por soluções, mormente ligadas à qualidade do ensino. Este é um motivo freqüentemente citado para justificar o mau desempenho dos alunos em Matemática.

Apesar das metodologias existentes, o desinteresse e o baixo rendimento dos alunos em relação ao estudo da Matemática continuam e constituem uma preocupação latente. Tradicionalmente a Matemática situa-se entre as disciplinas que mais reprovam ou provocam evasão escolar, o que costuma acontecer nos três níveis de ensino.

A matemática carrega o estigma de ser considerada uma disciplina chata, difícil e abstrata.

“Muitas pessoas têm orgulho em manifestar ignorância em matemática. Poucos adultos admitem que foram fracos estudantes de história mas muitos pais de alunos enunciam o fato de que nunca entenderam matemática.” (Johnson e Rising, 1972, p.260).

Portanto, o objetivo geral será de: verificar os motivos das dificuldades em Geometria e testar uma metodologia de trabalho com características diferenciadas para tornar o aprendizado significativo.

1.3.2 Objetivos Específicos

O presente trabalho terá seu fundamento nos seguintes objetivos específicos:

- a) Investigar e analisar as causas que refletem desinteresse e desmotivação em Geometria. A lacuna criada pela dificuldade de abstração do aprendiz das Matemáticas, nas séries iniciais, permanece no Ensino Médio?;
- b) Propor metodologias diferenciadas para o ensino de Geometria no Ensino Médio e, como conseqüência, o desenvolvimento de recursos didáticos;
- c) Verificar através de testes diagnósticos e questionários se os alunos detêm conhecimento prévio, básico e significativo para respaldar uma conseqüente evolução no plano da Geometria;
- d) Estudar a influência do ambiente no processo ensino/aprendizado da Geometria. A sala de aula comum x sala ambiente, o número de alunos em sala.

1.4 Percurso Metodológico

O tratamento do problema proposto teve início na ânsia de fazer da Matemática uma ciência para que todos possam se apropriar dela. Esta preocupação leva a pensar e tentar construir práticas pedagógicas inovadoras, para que o saber fazer de cada professor passe a ser o saber fazer dos alunos.

O projeto de pesquisa, como um todo, adota uma perspectiva metodológica multidimensional: questionário de associação livre, questionário escrito, de caráter qualitativo e testes específicos.

Os procedimentos de pesquisa foram divididos em duas partes para que pudessem ser devidamente explorados e analisados.

A primeira parte trata do ensino da Matemática na percepção do aluno do Ensino Médio e, como procedimento básico de pesquisa, utiliza um questionário escrito e um teste sobre linguagem simbólica.

Na segunda parte, o adquirir conhecimento das representações do aluno sobre a Geometria associado à análise do ensino da mesma dentro de um espectro cognitivo-emocional utiliza um questionário de associação livre e um de compreensão dos termos geométricos. Efetivam-se práticas pedagógicas diferenciadas e descreve-se um estudo de caso.

Levando-se em conta que os objetivos deste estudo visam a contribuir para melhorar o ensino da Matemática (particularizada no ensino da Geometria), destacando sua importância dentro do contexto social, o exame da teoria das inteligências múltiplas, a programação neurolingüística e as teorias de Henri Wallon (1993), Ausubel (1980), John Dewey (1959) e Vygotsky (1987) vão servir de suporte para esta pesquisa e serão explicitadas adiante.

1.5 Premissas da Pesquisa

Aprender uma disciplina é, segundo Develay (1996, p.10), encontrar seu sentido. É chegar a entender quais as questões que ela propõe a respeito do mundo; os seus métodos e como esta disciplina ajuda o ser humano a compreender-se mais e a compreender melhor o meio em que vive.

Logo, considerando-se os objetivos deste trabalho, ressaltam-se as seguintes premissas:

Os processos de construção de significados, vinculados a uma Geometria elementar, e colocados nas séries iniciais, foram internalizados e se servem de âncora para a aquisição de novos significados, o que pode acarretar um melhor ou pior desempenho por parte do aluno aprendiz. Esses processos são complexos e demorados, o que coloca a necessidade de um trabalho didático organizado.

O aprendiz adolescente não apresenta, em Matemática, uma metodologia de estudo compatível e voltada para uma aprendizagem contínua, salvo raras exceções. Não se ensina o aluno a estudar, nem aumentar seu grau de concentração.

O ensino elementar da Matemática é deficiente. A falta da compreensão da linguagem formal, indica um nível de instrução que fica aquém do desejado.

O espaço para se fazer e estudar Matemática contribui de forma significativa para o seu aprendizado. Como espaço entende-se o lugar onde se ministram as aulas, os recursos didáticos utilizados e o número de alunos em classe.

O interesse está diretamente relacionado a fatores psicológicos oriundos das séries iniciais do ensino Fundamental, o que vai, a longo prazo, contribuir para a indisciplina no Ensino Médio. Se o aluno está “sintonizado”, então aprende depressa e o assunto é fascinante.

O aluno tem na mente que o aprender é para passar de ano ou saber, para *upgrade* pessoal, o que não gera motivação. O começo da aprendizagem deve ser a conscientização no aluno adolescente da crescente complexidade

da rede de informações disponíveis para o ser humano e da necessidade de utilizar determinados conhecimentos para a sua vida profissional.

Os professores sabem que muitos alunos do Ensino Médio quase não têm projeto e que é difícil propor-lhes um. A nostalgia das classes homogêneas e prontas para trabalhar não desapareceu. Porém é preciso trabalhar com a realidade da escolarização em massa. Qualidade e quantidade são pratos opostos na balança da educação, quando se pretende suscitar nos alunos o desejo de saber e a decisão de aprender.

O uso de práticas que favoreçam o aprendizado passam pela motivação – um aluno motivado memoriza mais os conteúdos – e a motivação por sua vez está ligada à emoção. A emoção produz alterações hormonais e o disparo de estruturas biológicas, que aumenta os processos neurológicos da memória, reforçando o acontecimento central. Sem chegar aos efeitos de uma motivação intensa que alcança a emoção, o aumento do nível de atividade pela motivação, isto é, o esforço, será observado igualmente no nível de persistência do comportamento. Como alternativa, o uso da PNL (Programação Neurolingüística) permitiria ao professor motivar o aluno adolescente, diminuindo o estigma da Matemática (que induz bloqueios mentais, gerados, plantados e cultivados nas séries iniciais, por razões que aqui não serão examinadas) e aumentando o nível de desempenho desse aluno.

O encontro de novas atitudes, mais informativas do que avaliativas, tanto para os alunos como para os professores, a fim de que os resultados negativos sejam utilizados como informações para melhorar a aprendizagem e não como sanção e ataque à competência percebida. É preciso favorecer a aprendizagem. O que foi colocado ao longo da pesquisa pode ser um caminho.

“A elaboração de um projeto educacional, ou, mais ainda, de um projeto político-pedagógico não é uma tarefa fácil. É um trabalho de

longo prazo que requer a concorrência favorável de um conjunto de fatores que vão desde o engajamento de pessoas comprometidas e empenhadas na concepção e construção do projeto até a demanda de recursos materiais e espaços físicos, passando por um conjunto de ações concatenadas em todos os momentos do processo. (...) Principalmente uma tomada de consciência sobre os princípios que norteiam os caminhos a serem adotados, a construção de ideais comuns e a elaboração de um plano de trabalho cuja realização plena ou parcial vai depender do grau de intensidade com que as partes interessadas se envolvam na realização da proposta, bem como da capacidade de concretização que cada uma das partes integrantes é capaz de realizar sua tarefa durante o processo.” (Santos, 2000, p. 163 e 164).

1.6 Estrutura do Trabalho

O texto desta dissertação está estruturado em 4 capítulos.

O Capítulo 2 focaliza a importância da Geometria no que se denomina, uma sociedade da informação e, especialmente, o processo ensino aprendizagem da Geometria com seus reflexos no contexto geral da Matemática. A fundamentação teórica que embasou este estudo se apóia na teoria das inteligências múltiplas proposta por Gardner (1983), na programação neurolingüística de Bandler e Grinder (1982), nas teorias de Wallon (1993) (afetividade), Ausubel (1980) (aprendizagem significativa), Dewey (1959) (experimentação) e Vygotsky (1987) (significado e sentido).

O Capítulo 3 descreve os experimentos realizados com os alunos das 2^{as} séries do Ensino Médio de 2 colégios. Apresenta e analisa os resultados obtidos. As diferentes representações do conhecimento geométrico dos alunos.

O Capítulo 4 apresenta as considerações finais da pesquisa, culminando com reflexões quanto às perspectivas futuras e possibilidades de novos estudos.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA

2.1 Introdução

Através das diferentes estratégias utilizadas no processo ensino aprendizagem da Geometria, o aprendiz tem a possibilidade de desenvolver a capacidade de ativar suas estruturas mentais, facilitando a passagem do estágio das operações concretas para o das operações formais. A Geometria é, portanto, um campo fértil para o exercício de aprender a fazer e aprender a pensar, porque a intuição, o formalismo, a abstração e a dedução constituem a sua essência. (Herschkovitz, 1987; Fainguelernt, 1990).

Neste capítulo destaca-se a importância da Geometria, dentro de um contexto histórico, social contemporâneo, pois obtêm-se muitas coisas em Matemática, de modo especial em Geometria, que fazem parte do cotidiano e que o aluno adolescente não percebe. Como consequência deve-se buscar práticas pedagógicas que funcionem na apreensão das idéias geométricas e que gerem a consciência de que a Geometria é fundamental para o mundo moderno. Investigar por que os alunos apresentam tantas dificuldades na aprendizagem de Geometria deve levar em conta não só a atuação didática do professor, mas também, e, principalmente, a participação do aluno na construção do conhecimento. Para respaldar essa busca, o presente trabalho baseia-se na teoria das inteligências múltiplas, na programação neurolingüística e nos aspectos relacionados com: aprendizagem significativa, afetividade, experimentação, significado e sentido.

Acredita-se que os elementos citados, fornecem as armas necessárias para combater as dificuldades encontradas pelos alunos em Geometria, bem como podem subsidiar metodologias alternativas para o seu aprendizado.

2.2 Importância da Geometria

As origens da Geometria remontam à necessidade de “medir a terra” (*geo* = terra, *metria* = medir). Heródoto e Aristóteles não quiseram se arriscar a propor origens mais antigas do que a civilização egípcia.

O homem neolítico pode ter tido pouco lazer e pouca necessidade de medir terras, porém seus desenhos e figuras sugerem uma preocupação com relações espaciais, o que abriu caminho para a Geometria. Conceitos de verticalidade, horizontalidade e paralelismo, entre outros, estão presentes quando o homem sai das cavernas e enfrenta a necessidade de construir a sua morada. O desenvolvimento de habilidade em engenharia com a utilização de uma Geometria prática corresponde às antigas civilizações de beira-rio (Nilo, Tigre, Eufrates, Indo).

A utilização de formas geométricas com grande riqueza e variedade aparecem nas cerâmicas, cestarias (objetos de decoração e utensílios) e pinturas (criação de desenhos) de diversas culturas.

Os gregos destacam-se em Geometria pelo estabelecimento de um sistema de regras organizado não apenas por procedimentos empíricos. Convém destacar aqui, Tales de Mileto, Euclides e Pitágoras.

Percorrendo a história da Humanidade, tem-se contato com diferentes culturas. De certa maneira, a agricultura, a pecuária e o artesanato caracterizam esta diversidade cultural. A forma encontra-se presente nas

criações do homem para aproveitar ou conviver com as peculiaridades de cada região, e manifesta-se na maneira de trabalhar com a terra, de produzir utensílios e ornamentos. Se a Geometria é entendida como estudo da forma, cada região tem um vasto campo a ser estudado. Este estudo resgataria as raízes étnicas e culturais. O aprendiz envolvido neste processo sente-se enraizado e aumenta a sua auto-estima.

Esta metodologia, chamada por uns de Modelagem Matemática e por outros de Etnomatemática, permite uma livre interpretação, uma aprendizagem através do erro, uma observação de padrões e posterior generalização e, ainda, um resgate da cultura na qual o aprendiz encontra-se inserido.

“Explorar a diversidade cultural do nosso país influi no fazer Geometria. Clubes, igrejas, escolas, museus, teatros, shoppings, bancos, empresas, ruas, casas comerciais e tantas outras fazem parte de uma extensa listagem de obras arquitetônicas que marcam no espaço o tempo que foram construídas, convidando pessoas a conhecerem sua história e geometria, de ontem e de agora, projetando um luminoso porvir.” (Lições Curitibanas, 1994, p. 752).

A habilidade cartográfica acompanha a evolução do pensamento humano em Matemática, particularmente em Geometria. O mapa, hoje, como em qualquer cultura, tem por objetivo representar pontos e acidentes da terra e a relação que se estabelece entre esses pontos e acidentes e os homens. São muitas vezes confeccionados por computadores, que captam imagens de satélites. A Geometria colabora na elaboração de mapas. Conceitos como latitude, longitude, fusos horários são maneiras de representar o espaço tridimensional.

A confecção de plantas ou mapas é uma atividade geométrica que envolve contextos matemáticos, como semelhança, números múltiplos, razão e proporção, divisão, escalas, relações de área e perímetro, etc.

A Arquitetura é a arte de construir, de criar espaços organizados para abrigar diferentes atividades humanas. Nas obras de Arquitetura pode-se observar muita Geometria.

As manifestações artísticas tendo a Geometria como tema motivante também fazem parte do cotidiano. O exame e o estudo das obras e dos seus autores constituem um excelente recurso para o despertar do pensamento geométrico.

2.3 Receita das Competências e Habilidades

“A educação deve transmitir, efetivamente, de forma maciça e eficaz, cada vez mais saberes e saber-fazer evolutivos, adaptados à civilização cognitiva, pois são as bases das competências do futuro. Simultaneamente, compete à educação encontrar e indicar as referências que impeçam as pessoas de ficarem submersas nas ondas de informações, mais ou menos efêmeras, que invadem os espaços públicos e privados, e deve conduzir as pessoas em direção a projetos de desenvolvimento tanto individuais quanto coletivos. A educação deve fornecer de algum modo, a cartografia de um mundo complexo e em constante mudança, bem como uma bússola que permita navegar através deste.

De modo a responder ao conjunto de suas finalidades, a educação deve organizar-se ao redor de 4 aprendizagens fundamentais que

durante toda a vida serão de algum modo, para cada indivíduo, os pilares do conhecimento: aprender a conhecer, isto é adquirir os instrumentos da compreensão; aprender a fazer, para poder atuar no contexto em que se encontra; aprender a viver junto, a fim de participar e cooperar com os outros em todas as atividades humanas; e finalmente, aprender a ser, via essencial que integra as aprendizagens precedentes. É claro que estas 4 vias do saber constituem apenas uma, sendo que existem entre elas múltiplos pontos de contato, de relacionamento e troca.

Mas, regra geral, o ensino formal orienta-se, essencialmente, se não exclusivamente, para o aprender a conhecer e, em menor escala, para o aprender a fazer. As duas outras aprendizagens dependem, na maior parte das vezes, de circunstâncias aleatórias quando não são consideradas como prolongamento, de algum modo natural das duas primeiras. Entretanto, cada um dos '4 pilares do conhecimento' deve ser objeto de atenção por parte do ensino estruturado, a fim de que a educação se apresente como uma experiência global a ser empreendida durante toda a vida, no plano cognitivo e prático, para o indivíduo enquanto pessoa membro da sociedade." (Comissão Internacional Sobre o Desenvolvimento da Educação - UNESCO)

2.3.1 Aprender a Conhecer

Formar um "corpo" de saberes, necessários para que o indivíduo aprenda a entender o mundo que o rodeia, é função de todas as disciplinas que permeiam o quadro escolar. Esse aumento dos saberes sob seus diversos

aspectos leva a compreender melhor o ambiente, favorece o despertar da curiosidade intelectual, estimula o senso crítico e permite compreender o real, mediante a aquisição da autonomia na capacidade de discernir.

A formação desse “corpo” não pode ser um conjunto de sub-corpos miscíveis de disciplinas, caracterizando o conhecimento fragmentado (em gavetas), onde o professor apresenta modelos prontos de resolução de questões e diz como deve ser feito. A contextualização e a interdisciplinaridade devem estar presentes na construção do conhecimento. Isso implica uma abertura através da qual podem ocorrer fecundas sinergias entre as disciplinas. Muitos professores não estão preparados ou resistem a essa nova proposta pedagógica.

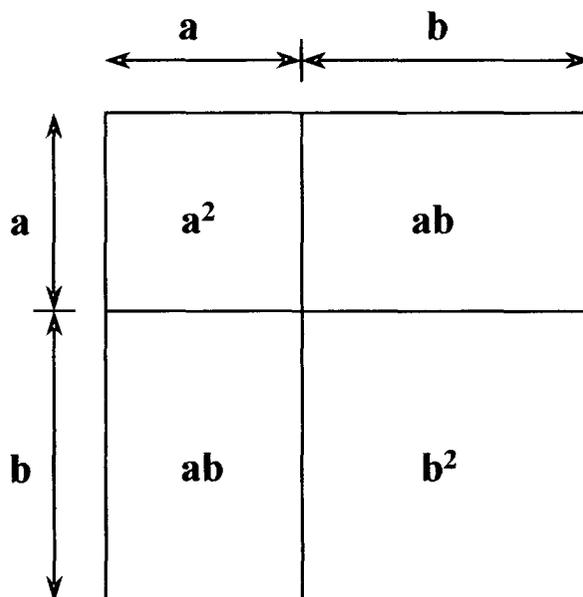
Aprender a conhecer supõe, antes de mais nada, aprender a aprender, exercitando a atenção, a memória e o pensamento. Esta atenção deve se manifestar quando o aluno enfrenta as situações diárias em sala de aula de matemática.

Em Geometria, certas fórmulas, consideradas básicas, devem ser memorizadas e o aluno deve ter clara a escolha dos dados a aprender “de cor”, mas também deve ser incentivada a exercer de modo apropriado uma memorização associativa. Todos os especialistas concordam em que a memória deve ser treinada desde a infância e que é errado suprimir da prática escolar certos exercícios tradicionais considerados enfadonhos. Como exemplo, temos em Álgebra a regra dos “produtos notáveis”:

$$(a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2 \rightarrow \text{o quadrado do primeiro mais duas vezes o primeiro pelo segundo mais o quadrado do segundo.}$$

O produto notável $(a + b)^2$ pode ser apresentado geometricamente, facilitando o entendimento.

Figura 3 – Representação geométrica do produto notável $(a + b)^2$



Nesse caso:

$$A = (a + b) \cdot (a + b) = (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

2.3.2 Aprender a Fazer

Aprender a conhecer e aprender a fazer são, em grande parte, indissociáveis. Mas a segunda aprendizagem está mais ligada à questão da formação profissional: como ensinar o aluno a levar à prática os seus conhecimentos e, também, como adaptar a educação ao trabalho futuro quando não se pode prever qual será a sua evolução?

De acordo com Carraher *et al.* (1998), uma abordagem adequada de situações problema motivada pelas inter-relações da Matemática com outras áreas do conhecimento humano dá ao aluno uma visão utilitária e ferramental, ao mesmo tempo reveladora de certas estruturas peculiares à própria Matemática. Uma prática sempre desejável é a de se fazer uma apresentação geométrica dos números e de se explorar os aspectos numéricos das figuras

geométricas. Aprender a fazer não pode, pois, continuar a ter o significado simples de preparar alguém para determinada tarefa material, a fim de poder participar na produção de algo. As aprendizagens devem evoluir e não podem mais ser consideradas como simples transmissão de práticas mais ou menos rotineiras, embora estas continuem a ter um valor formativo que não pode ser desprezado.

O estudo dos problemas envolvendo as noções espaciais propicia uma ótima oportunidade para o desenvolvimento da criatividade matemática dos alunos. Aprender a fazer é importante, dentro da Geometria, para que os indivíduos construam com significado real seu conhecimento. Outrossim, os alunos devem sentir o desejo de aprender, sendo, desta maneira, responsáveis ativos por este processo. Ocorre aqui uma dificuldade, porque o aluno, enquanto adolescente, não apresenta este perfil.

Práticas pedagógicas diferenciadas podem, de algum modo, motivar e aumentar o interesse desse aluno por determinada disciplina?

2.3.3 Aprender a Viver Juntos

Sem dúvida, esta aprendizagem representa, hoje em dia, um dos maiores desafios à educação. A educação tem por missão, de um lado, transmitir conhecimentos sobre a diversidade da espécie humana e, por outro, levar as pessoas a tomar consciência das semelhanças e da interdependência entre todos os seres humanos do planeta. Passando a descoberta do outro, necessariamente, pela descoberta de si mesmo, e por dar à criança e ao adolescente uma visão ajustada do mundo, a educação, seja ela dada pela família, pela comunidade ou pela escola, deve antes de mais nada ajudá-los a

descobrir a si mesmos. Os métodos de ensino não devem ir contra este reconhecimento do outro.

Na aprendizagem da Geometria e não apenas dela, deve-se trabalhar com atividades em grupos para explorar o confronto de idéias através dos diálogos e da troca de razões, objetivando intensificar o trinômio: conteúdo – alunos – professor.

2.3.4 Aprender a Ser

Todo o ser humano deve ser preparado, especialmente através da educação que recebe, para elaborar pensamentos autônomos críticos e para formular os seus próprios juízos de valor, de modo a poder decidir, por si mesmo, como agir nas diferentes circunstâncias. Mais do que preparar os jovens para uma dada sociedade, o problema é fornecer-lhes constantemente forças e referências intelectuais que lhes permitam conhecer o mundo que os rodeia e comportar-se nele como atores responsáveis e justos. Importância especial deve ser dada à imaginação e à criatividade. Sendo claras manifestações da liberdade humana, elas podem vir a ser ameaçadas por uma certa padronização dos comportamentos individuais. Portanto, ao se ensinar Geometria, devemos dispor de todas as ocasiões possíveis para trabalhar a descoberta e a experimentação, para que estas venham contemplar a apresentação atraente daquilo que objetivamos e colaborar indiretamente para o desenvolvimento da imaginação e da criatividade.

“Afim de contas, o que é Matemática senão a solução de quebra-cabeças? E o que é Ciência senão um esforço sistemático para obter

respostas cada vez melhores para os quebra-cabeças impostos pela natureza?” (Gardner, 1967, p.13).

É desnecessário relatar que os 4 pilares da educação não se apóiam, exclusivamente, em uma fase da vida ou em um único lugar. Os tempos e os espaços da educação devem ser repensados, completar-se e interpenetrar-se de modo a que cada indivíduo, durante toda a sua vida, possa tirar o melhor proveito de um ambiente educativo em constante ampliação. A aprendizagem é contínua.

2.4 Aprendizagem Significativa e Aprendizagem Mecânica

2.4.1 A teoria de Ausubel

A teoria de David Ausubel (1980) é uma teoria cognitiva e, como tal, busca explicar teoricamente o processo de aprendizagem segundo a ótica do cognitivismo. A psicologia da cognição (cognitivismo) procura descrever, em linhas gerais, o que sucede quando o ser humano se situa e organiza seu mundo. Preocupa-se com o processo da compreensão, transformação, armazenamento e uso da informação envolvida na cognição.

A estrutura cognitiva de um indivíduo é o complexo organizado resultante dos processos cognitivos através dos quais adquire e utiliza o conhecimento. Para Ausubel (1980), novas idéias e informações podem ser aprendidas e retidas na medida em que conceitos relevantes e inclusivos estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo aprendiz e sirvam, dessa forma, de ancoradouro a novas idéias e conceitos.

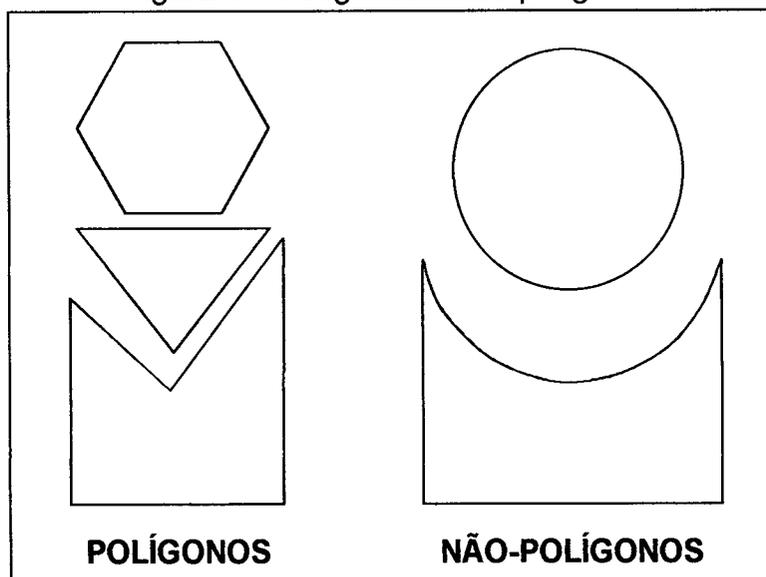
A aprendizagem significativa é um processo através do qual uma nova informação se relaciona de maneira não arbitrária e substantiva (não literal) a um aspecto relevante da estrutura do indivíduo. Isto é, nesse processo a nova informação interage com a estrutura de conhecimento específica (conceito relevante), existente na estrutura cognitiva de quem aprende. Este conceito relevante serve de ancoradouro a uma nova informação de modo que ela adquira, assim, significado para o indivíduo (que ele tenha condições de atribuir significados a essa informação).

Pode-se então dizer que a aprendizagem significativa ocorre quando a nova informação ancora-se em conceitos relevantes preexistentes na estrutura cognitiva. Ou seja, novas idéias, conceitos, proposições podem ser aprendidos significativamente (e retidos) na medida em que outras idéias, conceitos, proposições relevantes e inclusivas estejam adequadamente claros e disponíveis na estrutura cognitiva do indivíduo e funcionem, desta forma, como ponto de ancoragem às primeiras.

Uma das situações que serve para ilustrar o que foi mencionado acima trata da compreensão, por parte do aluno da idéia ou conceito de POLÍGONO. termo polígono tem sua origem no idioma grego: *póly* (vários) + *gonia* (ângulos). *Polýgonon* refere-se à figura geométrica de vários ângulos. O microdicionário de Matemática de Imenes e Lellis (editora Scipione, p.239) define:

Polígono – palavra formada por *poli* (muitos) e *gono* (ângulo). O significado da palavra dá idéia de se tratar de uma figura geométrica com muitos ângulos. Para ter uma idéia mais precisa, observe a figura 4.

Figura 4 – Polígonos e não polígonos



Um polígono é uma figura geométrica plana cujo contorno é fechado e formado por segmentos de reta, que são seus lados. Em outras palavras, o contorno de um polígono é uma linha poligonal fechada.

Freqüentemente, a palavra polígono refere-se apenas ao contorno (figura 5). Entretanto, às vezes, refere-se ao seu contorno mais a região plana, que é seu interior (figura 6).

Figura 5 – Contorno do polígono: uma linha

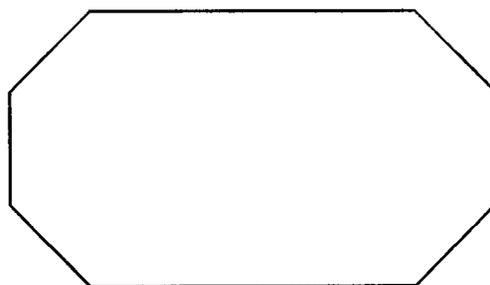
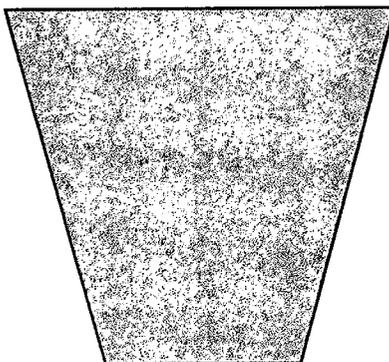


Figura 6 – Contorno mais interior do polígono: uma superfície



Quando se calcula a área de um quadrado, esse polígono é considerado uma superfície. Contudo, quando se calcula o perímetro desse quadrado, é indiferente se esse polígono é uma linha ou uma superfície. Em geral, o fato dos polígonos poderem ser considerados ora uma linha, ora uma superfície não traz nenhum problema grave.

Outra definição é apresentada por Putnoki (1989, p. 40):

Definição:

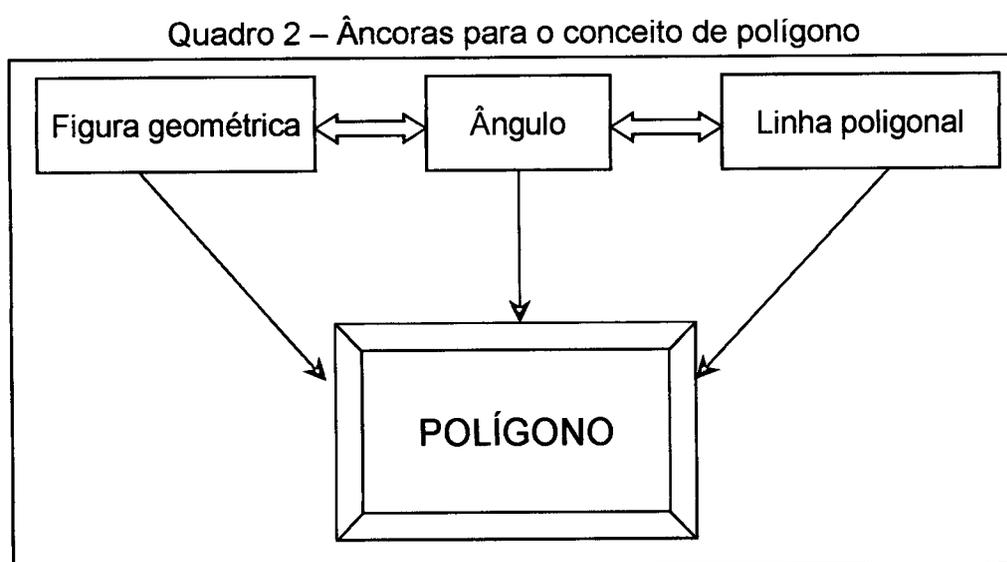
“Chama-se polígono a reunião de uma poligonal fechada simples com o seu interior.”

No Dicionário de Matemática para o 1º grau de Baratojo (1997, p. 95) resgata-se mais uma:

“Polígono, (*poli* diversos; *gono*, ângulo). Figura geométrica plana limitada por uma linha poligonal fechada.

Como se percebe, o conceito de POLÍGONO, no primeiro caso, fica atado a pelo menos dois outros conceitos, o de ângulo e o de figura geométrica. Na segunda definição temos uma poligonal fechada simples, o que infere três situações. E na última definição tem-se a figura geométrica plana (duas) e a linha poligonal fechada (mais duas).

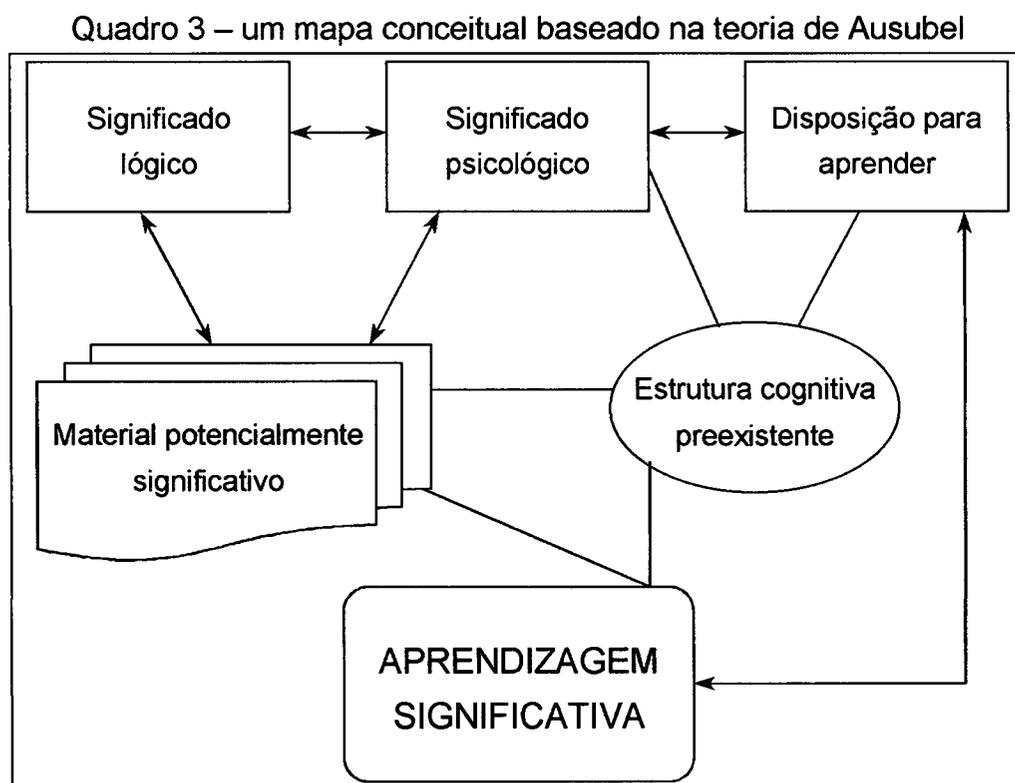
Conclui-se que o aprendiz em Geometria, para incorporar a idéia de POLÍGONO deve ter, bem claro, em sua bagagem intelectual, o que é: figura geométrica, ângulo, linha poligonal. Esses conceitos, no entanto, não são primários, isto é, necessitam de outros mais elementares ainda para o seu suporte. Portanto para a fixação e entendimento do conceito de POLÍGONO devemos ter pelo menos, três elementos, que vão servir de âncoras para a evolução do aprendizado, conforme mostra o quadro 2.



A experiência cognitiva não se restringe à influência direta dos conceitos já aprendidos significativamente sobre os componentes da nova aprendizagem, mas abrange também modificações significativas em atributos relevantes da estrutura cognitiva pela influência do novo material. Há, pois, um processo de interação através do qual conceitos mais relevantes interagem com o novo material servindo de ancoradouro, incorporando-o e assimilando-o, porém, ao mesmo tempo, se necessário, modificando-o em função dessa ancoragem.

É preciso levar em conta ainda que uma aprendizagem significativa não se relaciona apenas a aspectos cognitivos dos sujeitos envolvidos no

processo, mas também está intimamente relacionada com suas referências pessoais, sociais e afetivas. Nesse sentido, afeto e cognição, razão e emoção se compõe em uma perfeita interação para atualizar e reforçar, romper e ajustar, desejar ou repelir novas relações, novos significados na rede de conceitos de quem aprende (observe o quadro 3).



FONTE: Adaptado de Moreira (1983)

Por este motivo, a aprendizagem não ocorre da mesma forma e no mesmo momento para todos: interferem neste processo as diferenças individuais, o perfil de cada um, as diversas maneiras que as pessoas têm para aprender, o que remete para muitas outras variáveis de interferência na aprendizagem significativa, dentre as quais deseja-se destacar a concepção de inteligência que permeia o processo.

Em contraposição com a aprendizagem significativa, tem-se a aprendizagem mecânica (ou automática) como sendo aquela em que novas informações são aprendidas praticamente sem interagir com conceitos relevantes existentes na estrutura cognitiva, sem ligar-se a conceitos específicos. A nova informação é armazenada de maneira arbitrária e literal, não interagindo com aquela já existente na estrutura cognitiva e pouco ou nada contribuindo para sua elaboração e diferenciação.

Em Matemática, bem como em outras disciplinas, a simples memorização das fórmulas, propriedades e conceitos podem ser tomados como exemplo típico de aprendizagem mecânica. Talvez, aquela aprendizagem de última hora, de véspera de prova e que serve somente para a prova, pois é esquecida logo após, caracteriza também a aprendizagem mecânica. Ou ainda, aquela típica argumentação do aluno que afirma ter estudado tudo, e até mesmo “saber tudo”, mas que, na hora da prova, não consegue resolver problemas ou questões que impliquem usar e transferir esse conhecimento. Daí a importância de se elaborar uma prova que cobre aspectos significativos e relevantes dentro do mundo do nosso aluno, objetivando também fazê-lo pensar.

Obviamente a aprendizagem mecânica não se processa em um “vácuo cognitivo”, pois algum tipo de associação pode existir, porém não no sentido de interação como na aprendizagem significativa. Além disso, embora a aprendizagem significativa deve ser preferida à mecânica por facilitar a aquisição de significados, a retenção e a transferência de aprendizagem, pode ocorrer que em certas situações a aprendizagem mecânica seja, talvez, desejável ou necessária. Por exemplo, em uma fase inicial da aquisição de um novo corpo de conhecimento. Isto implica que, não se deve estabelecer distinções entre a aprendizagem significativa e mecânica como sendo uma

dicotomia e sim como um *continuum*. Por exemplo, a simples memorização de fórmulas situar-se-ia em um dos extremos desse *continuum* (o da aprendizagem mecânica), enquanto que a aprendizagem de relações entre conceitos poderia estar no outro extremo (o da aprendizagem significativa).

No estudo da Geometria Espacial, no Ensino Médio, a parte referente aos polígonos regulares (triângulo eqüilátero, quadrado, hexágono regular) e as relações dos seus elementos (lado, raio, apótema, altura) caracteriza um exemplo onde a memorização ajuda uma subseqüente evolução, no sentido de agilizar a resolução de determinados problemas. O quadro 4, a seguir mostra os elementos dos polígonos regulares a que refere-se o texto.

Quadro 4 – Fórmulas dos polígonos regulares mais comuns em geometria

POLÍGONOS REGULARES				
Triângulo eqüilátero	$l_3 = R\sqrt{3}$	$a_3 = \frac{R}{2}$	$h = \frac{l_3\sqrt{3}}{2}$	$S = \frac{l_3^2\sqrt{3}}{4}$
Quadrado	$l_4 = R\sqrt{2}$	$a_4 = \frac{l_4}{2}$	$d = l_4\sqrt{2}$	$S = l_4^2$
Hexágono regular	$l_6 = R$	$a_6 = \frac{l_6\sqrt{3}}{2}$	/	$S = \frac{3l_6^2\sqrt{3}}{2}$

Evidentemente que todas as fórmulas acima devem ser demonstradas, mas a resolução de problemas, em Geometria Espacial, envolvendo poliedro formado por estes polígonos, fica mais fácil quando o aluno as aceita como básicas (âncoras) e as memoriza.

Uma aprendizagem significativa para o aluno deve partir de suas respostas corretas ou incorretas, de suas suposições e dos procedimentos de resolução de que dispõe. Deve ainda apoiar-se sobre processos que favoreçam a apropriação do conhecimento pelo aluno.

“No caso ideal em que a aprendizagem acontece com sucesso, os conhecimentos anteriores são adicionados uns aos outros e incorporados á nova situação. Assim, ocorre uma parte do processo cognitivo que consiste no conjunto de procedimentos do raciocínio desenvolvidos pelo sujeito para coordenar as adaptações necessárias para que as informações precedentes sejam incorporadas em uma situação de aprendizagem, sintetizando o novo conhecimento.” (Pais, 2001, p. 53)

Uma aprendizagem significativa está relacionada à possibilidade dos alunos aprenderem por múltiplos caminhos e formas de inteligência, permitindo aos estudantes usar diversos meios e modos de expressão. De fato, se analisarmos os princípios da aprendizagem significativa, já não parece ter lugar a concepção de inteligência única, que possa ser quantificada e que sirva como padrão de comparação entre pessoas diferentes, para apontar suas desigualdades.

“O desenvolvimento das competências inatas anda a par do desenvolvimento das aptidões para adquirir, memorizar e tratar do conhecimento. É, pois, esse movimento espiral que nos permite compreender a possibilidade de aprender. Aprender não é apenas reconhecer o que, de maneira virtual, já era conhecido. Não é apenas transformar o desconhecido em conhecimento. E a conjunção do reconhecimento e da descoberta. Aprender comporta a união do conhecido e do desconhecido.” (Morin *apud* Petraglia, 199, p. 71).

Conforme Ausubel (1980), numa perspectiva de aprendizagem significativa, a inteligência está, acima de tudo, associada à aptidão de organizar comportamentos, descobrir valores, inventar projetos, mantê-los, ser capaz de libertar-se do determinismo da situação, analisar problemas e

solucioná-los. Conceber a inteligência desse modo implica pensá-la não como uma combinação de competências lingüísticas e lógico-matemáticas, que têm sido a base da escola tradicional, mas de várias competências, chamadas de inteligências que podem ser melhor entendidas quando se associa a ela a imagem de espectro de competências. Portanto, o armazenamento de informações na mente humana altamente organizado, formando uma espécie de hierarquia conceitual na qual elementos mais específicos de conhecimento são ligados a conceitos, idéias, proposições mais gerais e inclusivas. Esta organização decorre, em parte, da interação que caracteriza a aprendizagem significativa.

Na aprendizagem mecânica ou automática, a informação não interage com aquela já existente na estrutura cognitiva do aprendiz.

O laboratório de Matemática tem, no ensino de Geometria, um papel fundamental, porém, se o objetivo for simplesmente o de fazer com que o aluno aprenda um determinado conteúdo, isso pode ser feito através da aprendizagem receptiva significativa.

Ausubel (1980, p.39) destaca três tipos de aprendizagem significativa: a aprendizagem representacional, a aprendizagem de conceitos e a aprendizagem preposicional.

A aprendizagem representacional é o tipo mais básico de aprendizagem significativa, do qual os demais dependem. Envolve a atribuição de significados a determinados símbolos (tipicamente palavras), isto é, a identificação, em significado, de símbolos com seus referentes (objetos, eventos, conceitos). Os símbolos passam a significar para o indivíduo aquilo que seus referentes significam.

A aprendizagem de conceitos é, de certa forma, uma aprendizagem representacional, pois conceitos são também representados por símbolos

particulares, porém, são genéricos ou categóricos, representam abstrações dos atributos essenciais dos referentes.

A formação de conceitos por assimilação predomina em adolescentes. Na formação dos conceitos, os atributos criteriais dos conceitos são adquiridos através de experiência direta, através de sucessivas etapas de formulação e testagem de hipóteses e generalização. A aprendizagem de conceitos é um tipo complexo de aprendizagem representacional.

Na aprendizagem preposicional, contrariamente à aprendizagem representacional, a tarefa não é aprender significativamente o que palavras isoladas ou combinadas representam, e sim aprender o significado de idéias em forma de proposição. De um modo geral, as palavras combinadas em uma sentença para constituir uma proposição representam conceitos. A tarefa, no entanto, também não é aprender o significado dos conceitos (embora seja pré-requisito) e sim o significado das idéias expressas verbalmente através desses conceitos sob forma de uma proposição.

Uma visão pluralista da mente reconhece muitas facetas diversas da cognição, reconhece também que as pessoas têm forças cognitivas diferenciadas e estilos de aprendizagem contrastantes. Uma vez assumido que crianças e jovens de diferentes idades ou fases de escolaridade têm necessidades diferentes, percebem as informações culturais de modo diverso e assimilam noções e conceitos a partir de diferentes estruturas motivacionais e cognitivas, a função da escola passa a ser a de propiciar o desenvolvimento harmônico dessas inteligências e usar os diferentes potenciais de inteligência dos alunos para fazer com que eles aprendam.

“Dentre todos os personagens que integram uma instituição educacional, o professor fica com o papel principal. Cabe-lhe a tarefa crucial de se apresentar várias horas por dia perante uma ou mais

platéias heterogêneas e nada fácil de cativar. Os estudantes são crianças, adolescentes ou adultos jovens e nem sempre estão espontaneamente interessados nos temas que são objetos das aulas que têm que assistir. São naturalmente inquietos devido à imaturidade e não raramente sobressaltados por doses maciças de hormônios sexuais. Não é fácil querer saber sobre os rios do Brasil aos 14-15 anos; aliás, nessa idade é difícil a concentração em qualquer assunto que não seja erotismo e amor. Não podemos interromper por vários anos o trabalho de formá-los e informá-los, mas nos esmeramos na árdua tarefa de conquistar a sua atenção, ainda que por alguns minutos.” (Gikovate, 2001, p. 49).

2.5 A Teoria das Inteligências Múltiplas

Trata-se de uma teoria desenvolvida por pesquisadores da Universidade de Harvard, liderados pelo doutor Gardner (1983), que prega a existência de um grupo de inteligências distintas. Seus estudos, que inicialmente não visavam a uma nova corrente ou filosofia educacional, tomaram, pelo interesse do governo norte-americano, o rumo da educação.

Segundo Gardner (1994), não existe uma inteligência única, como aquela medida pelos antigos testes de Q.I., mas sim um espectro de inteligências que aparecem em indivíduos diferentes, combinadas de formas diferentes. Sendo assim, não há a possibilidade a não ser em indivíduos anormais, de que, na idade adulta, as inteligências operem isoladamente. Na realidade, elas funcionam combinadas e qualquer atividade adulta sofisticada será desenvolvida pela fusão de várias dessas inteligências.

Machado (1995), discorrendo a respeito de Gardner, resgata reflexões relativas a uma visão mais ampla de inteligência, através de suas múltiplas manifestações. A expressão inteligente assume significados distintos dependendo da concepção à luz da qual é interpretada. Uma possível concepção assume que ser inteligente é possuir grande capacidade e condição numa área extremamente específica. Desenvolvendo certa direcionalidade, uma pessoa em tal situação poderá comprometer sua capacidade de estabelecer analogias, tendendo a lidar com espectros estreitos. Por exemplo pode-se desenvolver uma habilidade técnica fantástica na organização de muitos tipos de problemas de matemática, mas ser incapaz de organizar uma casa, talvez por realizar ambas atividades sem um princípio comum subjacente propiciador de analogias. Por isso, determinados estudantes acumulam saberes, passam nos exames, mas não conseguem mobilizar o que aprenderam em situações reais.

Dentre as diferentes inteligências listadas por Gardner (1994) e acrescidas por Machado (1996) será feita uma análise mais detalhada das inteligências Lógico-matemática e Visuo-espacial.

2.5.1 Inteligência Lógico-Matemática

É a habilidade para explorar relações, categorias e padrões, através da manipulação de objetos ou símbolos e para experimentar de forma controlada: é a habilidade para lidar com séries de raciocínios, para reconhecer problemas e resolvê-los. O componente central desta inteligência é uma sensibilidade para padrões, ordem e sistematização.

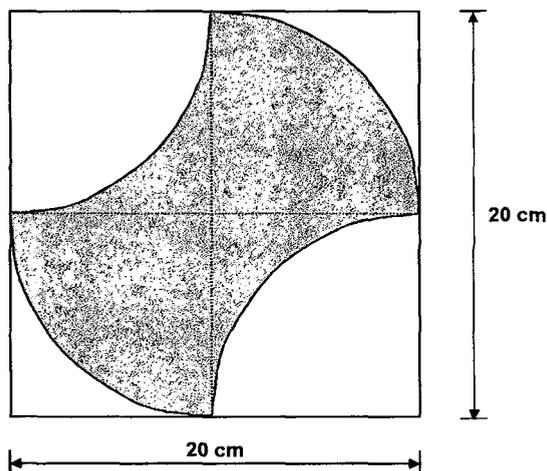
“É evidente que, em alguns casos, a inteligência lógico-matemática aparece muito elevada e o indivíduo, mesmo sem estímulos adequados, pode fazê-la ‘brilhar’, mas, mais evidente ainda é que os pais ou a escola que saibam como estimulá-la obterão resultados bem mais significativos do que impor a matemática como um perverso desafio.” (Antunes, 1998, p.31).

A competência lógico-matemática é a responsável pela construção mental de cadeias causais (modelos de raciocínio). O simples exercício de buscar lógica das coisas ou de descobrir que determinados enunciados “não apresentam qualquer lógica” constituem operações mentais estimuladoras dessa competência como também constituem um exercício pedagógico de trabalhar as habilidades de classificação e dedução. O estímulo a essa inteligência provém de interações abstratas, problemas matemáticos, análises algébricas, jogos como gamão e xadrez (igualmente estimulador da inteligência espacial), games específicos e que explorem a dedução e o raciocínio analítico, os desafios ligados à engenharia e à arquitetura, mesmo para os que não buscam essa alternativa lúdica ou profissional.

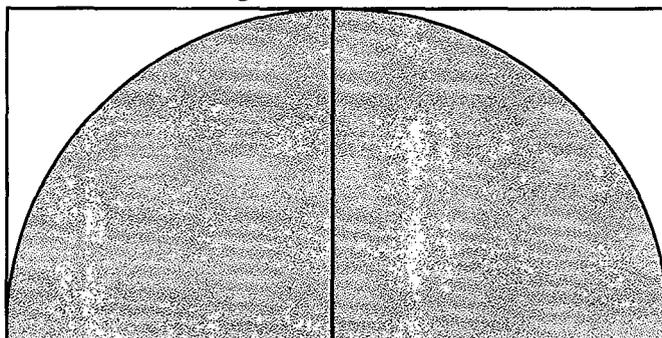
A Geometria Plana, do Ensino Médio, tem como um dos seus objetivos, o cálculo de áreas, sendo este pré-requisito importante para a Geometria Espacial. No exemplo a seguir, fica evidente a utilização da inteligência lógico-matemática para a resolução de problemas envolvendo áreas.

Exemplo 1: Calcule a área da superfície hachurada da figura 7.

Figura 7 – Área de uma superfície



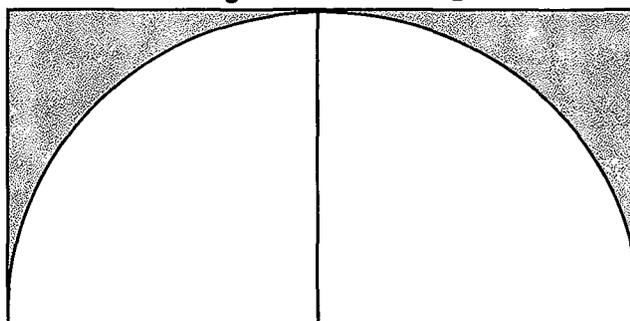
A maioria dos problemas em Geometria, envolve a figura no processo da busca de informações para a resolução. Embora o enunciado tenha solicitado o cálculo da área, puro e simples comando, é na figura que o aluno percebe se tratar de um quadrado de 20 x 20 cm puxando o encadeamento do raciocínio, verificando que existem quadrados menores e, dentro destes, setores circulares. A percepção destes elementos é dentro do pictórico. A seguir procura o desenvolvimento da parte analítica, relacionando as medidas com as figuras percebidas e as fórmulas.

Figura 8 – Área S_1 

Os dois setores formam um semi-círculo de raio 10 cm e cuja área vale:

$$S_1 = \frac{\pi.R^2}{2} = \frac{\pi.10^2}{2} = 50\pi cm^2$$

Figura 9 – Área S_2



Calcula-se a área do retângulo de dimensões 20 x 10 cm e retira-se a área dos dois setores, obtendo-se a área S_2

$$S_2 = 20 \times 10 - 50\pi = (200 - 50\pi) cm^2$$

Finalmente, a área desejada é dada por: $S = S_1 + S_2 = 200 cm^2$

A inteligência lógico-matemática contribui para o desenvolvimento das formas abstratas de pensamento. É o aprender sintetizando.

2.5.2 Inteligência Víscuo-Espacial

Conforme Gardner (1994) é a inteligência que depende do senso de ver e ser capaz de visualizar um objeto, incluindo a habilidade de criar imagens

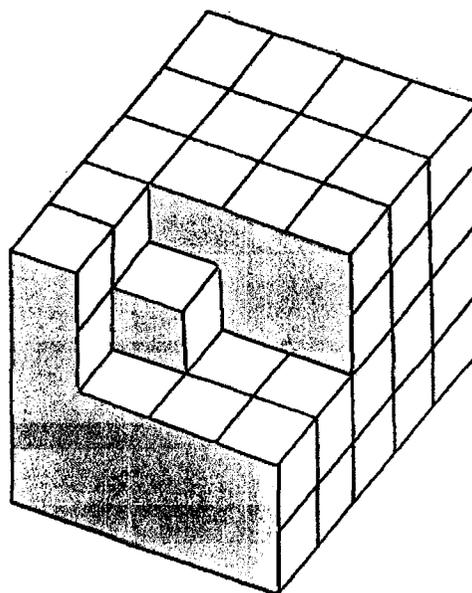
mentais. É a responsável pela capacidade de orientação no mundo físico. As pessoas conseguem construir mentalmente um mundo e operar nele. As habilidades de percepção espacial, decorrentes deste tipo de inteligência, são importantes para o sucesso escolar e têm grande influência na estabilidade do aluno. O mundo visual é o resultado de um processo lento que cria um mundo de objetos semelhantes ou diferentes, interdependentes e significativos.

Segundo Kaleff (1998) na Geometria Espacial, a melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais. Construindo poliedros os alunos têm oportunidade de observar e usar muitas relações espaciais. Recursos visuais interessantes também estimulam o pensamento criativo. A leitura do espaço pelo aluno representa uma descoberta tão relevante quanto sua alfabetização nos signos das letras.

Considerando a espacialidade como manifestação de qualidade para exercícios profissionais, parece evidente que essa forma de inteligência é muito importante para profissionais da construção civil, bem como decoradores, artistas, mecânicos, engenheiros, planejadores urbanos, arquitetos, *webdesigners* que usam essa inteligência mais aguçadamente. Os educandos com talento neste tipo de inteligência pensam em imagens e quadros e preferencialmente estão rabiscando, desenhando ou construindo coisas. Manipulam formas e objetos mentalmente.

Um exemplo característico da nossa capacidade de percepção espacial é dado pela figura a seguir:

Figura 10 – Percepção espacial



Observando a figura de vários ângulos, pode-se ter percepções distintas da mesma imagem. Um dos objetivos da Geometria trabalhada no Ensino Médio é o aumento da percepção para diferentes situações em um problema. É o aprender vendo ou aprender a ver.

No decorrer da vida, os indivíduos desenvolvem o espectro das inteligências. Algumas são desenvolvidas mais do que as outras, assim tem-se mais facilidade em algumas coisas e menos facilidade em executar outras coisas. Estas “janelas” têm prazo de validade, mas nunca se fecham completamente. As inteligências intrapessoal e interpessoal, que compõem a inteligência emocional, praticamente permanecem abertas quase que durante toda a vida de um indivíduo. Tendo em vista que as inteligências se manifestam de modos diversos, em fases de desenvolvimento diferentes e em níveis variados, cada indivíduo necessita que sua avaliação e estimulação ocorra de forma adequada.

Segundo Gardner (1994) e seus seguidores, nos anos da pré-escola e nos anos iniciais elementares, a instrução deve enfatizar a oportunidade, pois é

nesse período que a criança descobre algo sobre seus interesses pessoais e capacidades particulares. Durante os anos escolares, o domínio de alguns sistemas notacionais é essencial. Nem todos os ambientes educacionais proporcionam, no início da escolaridade, as estruturas necessárias para o desenvolvimento de sistemas notacionais específicos, como a Álgebra (7ª série) por exemplo. Outro problema é orquestrar a conexão entre o conhecimento prático e aquele que toma corpo em sistemas notacionais e simbólicos.

Na fase da adolescência, a maioria dos alunos precisa ser ajudada na escolha de sua futura profissão. Os estágios supervisionados; o contato com diversas profissões e o envolvimento com materiais concretos do papel cultural tornam-se fundamentais nessa etapa do desenvolvimento.

Deve-se observar que as manifestações das inteligências mudam ao longo dos anos, e essas mudanças devem ser incentivadas e observadas, a fim de que se permita ao aluno todas as possibilidades de escolha.

2.6 Questões da Prática Pedagógica

O professor tem um papel decisivo e fundamental na vida de cada indivíduo. É um dos profissionais que chega mais próximo do aluno.

“Querendo atacar radicalmente o fracasso escolar, deve-se levar o corpo docente ao nível de formação do corpo dos engenheiros ou médicos. Não de um corpo de teóricos ou de pesquisadores fundamentais, mas de um corpo de práticos ponderados, que baseiam sua ação na análise de sua ação sobre uma cultura científica e sobre o

conhecimento dos trabalhos de pesquisa e dos saberes profissionais coletivamente capitalizados.” (Perrenoud, 2000, p.1 65).

É através de muito estudo e pesquisa que o educador pode elucidar algumas questões existentes no exercício de sua profissão. É na prática pedagógica que cada professor depara com as primeiras dúvidas, certezas, comparações e influências quando pensa sobre as diferenças de níveis de inteligência de um aluno para outro.

“O aluno deve ser estimulado a realizar um trabalho voltado para uma iniciação à “investigação científica”. Nesse sentido, sua atividade intelectual guarda semelhanças com o trabalho do matemático diante da pesquisa, entretanto, sem se identificar com ele. Assim, aprender a valorizar o raciocínio lógico e argumentativo torna-se um dos objetivos da educação matemática, ou seja, despertar no aluno o hábito de fazer uso do seu raciocínio e de cultivar o gosto pela resolução de problemas.” (Pais, 2001, p. 35).

O educador pode alimentar as expectativas positivas do seu aluno e fazer com que ele renda mais intelectualmente, apaixonando-se pela sua obra que é o próprio aluno. Quando se busca a valoração da inteligência, o desenvolvimento intelectual, na prática pedagógica é preciso se ter claro que o aluno participará inteiramente deste processo, já que vai interagir com o seu professor e com seus companheiros e terá consciência disso, numa perspectiva mais moderna da compreensão da inteligência.

“...Não se trata de problemas que exigem o simples exercício da repetição e do automatismo. É preciso buscar problemas que permitam mais de uma solução, que valorizem a criatividade e admitam estratégias pessoais de pesquisa. Essa valorização do uso pedagógico do problema fundamenta-se no pressuposto de que seja possível o

aluno sentir-se motivado pela busca do conhecimento.” (Pais, 2001, p.35).

O aluno deve conduzir seu próprio trabalho intelectual e executar ele mesmo suas tarefas, devendo dedicar-se à descoberta dos problemas, realizando as próprias experiências, reinventando o saber, fortalecendo assim, as aquisições intelectuais.

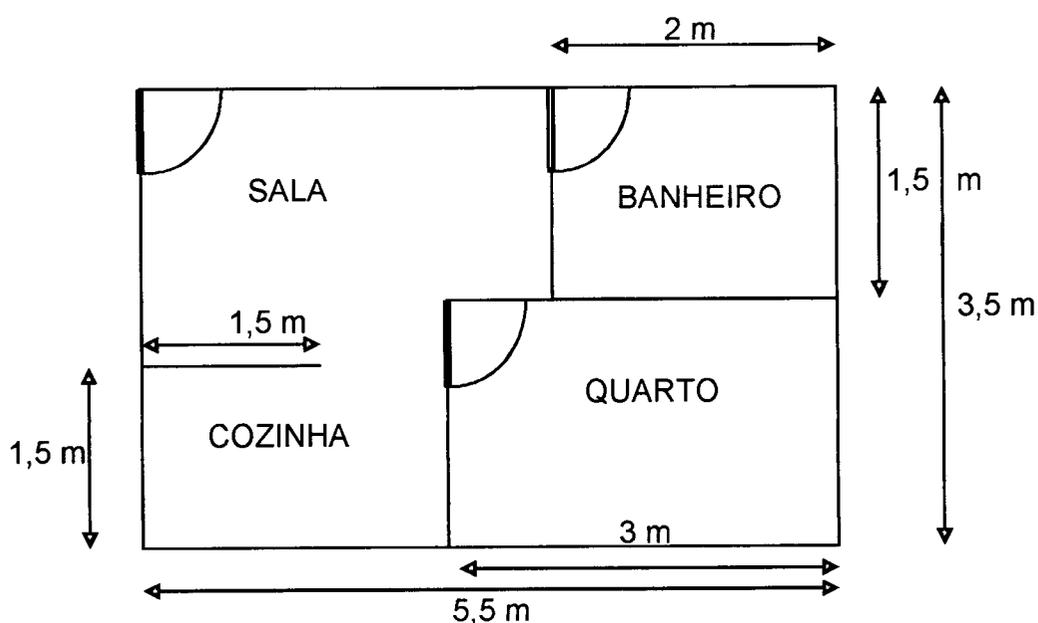
“... que o conteúdo trabalhado com o aluno seja significativo, que ele sinta que é importante saber aquilo para a sua vida em sociedade ou que lhe será útil para entender o mundo em que vive.” (Dante, 1999, p. 16).

As atividades matemáticas devem favorecer a aquisição do conhecimento mediante situações que envolvam problemas do cotidiano. A contextualização tem mais significado na aprendizagem de Geometria.

Exemplifica-se com o modelo de uma atividade para alunos de 5^{as} séries:

Observe a planta de um apartamento de 4 cômodos e resolva as questões propostas. O apartamento tem apenas três portas e cada uma tem 90 cm de largura.

Figura 11 – Planta de um apartamento



- Quais as medidas do quarto?
- Quais as medidas da cozinha?
- Pela planta, observa-se que da sala para a cozinha não há porta. Quanto mede esta passagem da sala para a cozinha?
- Quantos metros de rodapé serão necessários para o quarto? E qual a medida do perímetro do quarto? As duas respostas são iguais ou diferentes? Justifique.
- Se o preço do rodapé é de R\$ 2,87 o metro colocado, calcule o gasto com rodapé para o quarto.
- Para a cozinha será colocado um piso de cerâmica, do tipo lajota. Quantos metros quadrados de lajota serão necessários para o chão da cozinha?
- O metro quadrado para o piso da cozinha está custando R\$12,80. Qual o custo para o piso da cozinha?

“Durante a aprendizagem, ao iniciar o contato com um conceito inovador, pode ocorrer uma revolução interna entre o equilíbrio aparente do velho conhecimento e o saber que se encontra em fase de elaboração. Isso faz com que a noção seja de interesse para a didática, pois, para a aprendizagem escolar, por vezes, é preciso que haja fortes rupturas com o saber cotidiano, caracterizando a ocorrência de uma revolução interna, o que leva o sujeito a vivenciar a passagem do seu mundo particular a um quadro mais vasto de idéias, às vezes, incomensuráveis através do antigo conhecimento.” (Pais, 2001, p.43).

Portanto, o professor para estar instrumentalizado e poder contextualizar, o mais possível, as leituras das representações sociais da inteligência e a forma como as mesmas podem estar presentes na prática pedagógica, necessita de capacitação constante e atualizada.

2.7 A Programação Neurolingüística

Comunicação é a mais básica de todas as necessidades do ser humano, depois da sobrevivência física. Mesmo para se alimentar, desde os tempos pré-históricos, os homens precisaram se entender e cooperar uns com os outros, através da comunicação interpessoal.

Como são trocadas informações em praticamente todas as interações entre seres humanos, havendo comunicação, mesmo melhorias minoritárias têm um efeito multiplicador sobre o resultado de nossa interação. A programação Neurolingüística (PNL) é um modelo de comunicação através do qual os processos do mesmo podem ser conscientemente analisados, planejados e estruturados e, além do mais, a PNL coloca à disposição métodos

de comunicação que permitem ajudar a reconhecer dificuldades e problemas no processo de comunicação em andamento, bem como superá-los, possibilitando, assim, o sucesso da comunicação.

A programação Neurolingüística, surgiu dos estudos do Dr. Richard Bandler e o Dr. John Grinder. Ambos são cientistas do comportamento humano, instrutores e consultores internacionais.

A PNL, sendo um excelente modelo para a comunicação, mudança e crescimento pessoal, oferece àqueles que a aplicam a oportunidade de captar, aprender e modificar modelos de comunicação interpessoais e intrapessoais em pouco tempo e de forma eficaz, o que a habilita para uso em educação (escola, formação profissional, aperfeiçoamento).

Em 1976, Richard Bandler e o professor de lingüística John Grinder escreveram o primeiro de vários livros explicando suas descobertas sobre comunicação, mudanças em pessoas e ensino. Segundo eles, as pessoas criam modelos (mapas) do mundo para si mesmas utilizando os mesmos como ponto de partida para a sua interação com o mundo de fora. A realidade, portanto, não é vivenciada de forma direta, mas representada e trabalhada em mapas internos desse tipo.

“Quando eu lecionava matemática, muitas vezes percebia que alguns alunos ficavam olhando distraídos pela janela. Eu imaginava o que aconteceria em suas mentes que fazia com que eles não gostassem de matemática. Eu queria poder ‘abrir suas cabeças e olhar dentro delas para ver o que estava se passando’. Eu, não podia fazer isto naquela época, mas posso fazer isto agora - metaforicamente. Faço isto com a Programação Neurolingüística.” (Don A. Blackerby, 2001).

De acordo com o conceito de modelo, surgem problemas ao lidar-se com a realidade, não apenas as condições externas do mundo em torno do

indivíduo, mas principalmente conforme as condições do mundo interno, isto é, a partir do modelo de um mundo subjetivo e pessoal e do referencial deste em relação à realidade. Conseqüentemente, a representação subjetiva da realidade e a influência do homem sobre o seu meio ambiente, através do aproveitamento de variados processos neurológicos, são um importante princípio da vivência, do pensar e do comportamento do ser humano.

De acordo com Bandler (1987), o componente lingüístico da PNL é a expressão das experiências vivenciadas nos processos da fala, da imaginação e da lógica. Dentro destes contextos a pessoa utiliza os processos lingüísticos universais que são a generalização, a eliminação e a distorção. Fora disso as pessoas comunicam seu modelo de mundo através da fala, da escrita e do ensino. O sistema nervoso (o psicológico) e a linguagem espelham-se mutuamente de muitas formas e se influenciam através de processos recíprocos (programas), isto é, os processos neurológicos influenciam a linguagem e esta, por sua vez, reflete estes processos.

Por isso, a linguagem desempenha um papel fundamental na formação das pessoas. Como linguagem compreende-se todas as vias de acesso do ser humano. Na PNL, as seis linguagens do cérebro são chamadas de:

- a) Auditiva (ouvindo os sons);
- b) Visual (vendo as imagens);
- c) Cinestésica (sentindo as emoções do corpo);
- d) Olfativa (cheirando fragrâncias);
- e) Gustativa (procurando os gostos);
- f) Auditiva-digital (pensando em palavras ou conceitos).

“Alguns estudantes usam muito pensar em palavras (auditivo-visuais). Eles querem saber a ‘informação’ que você está lhes dando. Mas para outros estudantes, poderem ‘ver a imagem’ do que você está lhes

mostrando (visual) é mais importante. Outros quererão 'sintonizar com os temas principais' contidos na suas palavras (auditivos) ou 'agarrar-se com a lição' e trabalhar 'vivenciando os exemplos' (cinestésicos). Se você ouvir as palavras que os estudantes usam, na realidade elas lhe dirão quais são os sistemas sensoriais favoritos para representar sua aprendizagem (chamado em PNL de Sistema Representacional Preferido). Professores eficazes aprendem 'a falar em cada um dos sistemas representacionais'." (Bolstad *et al.*, 1992. p. 72).

Segundo Blackerby (2001), a PNL oferece inúmeras formas para alcançar os estudantes em sala de aula. Se alguns alunos parecem não aprender, pode-se não estar ensinando no sentido em que eles pensam. Por exemplo para atingirmos os visuais deve-se escrever na parte superior do quadro e usar mais diagramas. Para atingir os auditivos, deve-se escolher mais discussões e usar música. Cinestésicos gostam de se movimentar e eles gostarão de serem aproveitados em atividades como dramatizações. Pode-se ajustar a linguagem para combinar com cada um dos sentidos principais, caso contrário perde-se uma chance importante de sintonizar e até mesmo resgatar alguns alunos mais desafiantes. Quando são usados todos os três sentidos mais importantes em uma sala de aula, os cérebros dos alunos serão mais profundamente ativados, o que contribuirá para uma melhoria na aprendizagem.

A PNL mostra que é possível aprender sempre, superando velhas limitações e transformando as experiências do passado em fontes de ensinamento e recursos para um melhor desenvolvimento intelectual. Usar a PNL no ambiente de aprendizado modifica a visão e o desempenho dos alunos que detém reservas por determinadas disciplinas como a Matemática. Conforme Blackerby (2001) existe uma lacuna no nível lógico de capacidade de

muitos estudantes porque a escola supõe que eles sabem como aprender. Muitos não sabem. Eles foram deixados à própria sorte para descobrir as estratégias de aprendizado e o que conseguiram é ineficiente. Grande parte de um aprendizado eficaz consiste no controle de estado e no acesso a estados de recursos de excelência.

2.8 Geometria Experimental – John Dewey

O fundamento central do pensamento deweyano é que:

“O organismo (...) não permanece passivo e inerte, aguardando que alguma coisa o impressione desde o exterior; pelo contrário, age sobre o meio ambiente, de acordo com sua própria estrutura, simples ou complexa”. O meio ambiente uma vez transformado pelo sujeito, reage sobre ele, de sorte que o ser vivente experimenta e sofre as consequências de seu próprio comportamento.” (Dewey, 1959, p.104).

Dewey considera que as coisas só adquirem real significação quando usadas em uma experiência partilhada ou em uma ação conjunta. O uso da linguagem com o intuito de comunicar e adquirir conhecimentos deve ser visto como uma extensão deste princípio: os signos verbais só ganham significado relevante se e quando utilizados para expressar ações e, mais ainda, ações oriundas de experiências vivenciadas coletivamente. Ao contrário disso as palavras operam apenas como estímulos físicos desacompanhados de referencial consciente.

“o sinal aritmético **mais** pode ser um estímulo para o ato de escrever um número debaixo de outro e de somá-los, mas a pessoa que pratica

este ato procederá como um autômato se não perceber o sentido daquilo que se acha a fazer”. (Dewey, 1959, p.17).

Duas palavras – **área e perímetro** – são muito empregadas em Geometria; no entanto alguns alunos não diferenciam as mesmas para a formação de um referencial consistente no plano mental. Machado (1996), sugere atividades de Geometria que façam o educando ter situações de experiências inovadoras para que, além de estimular o exercício do pensamento, tenham como pano de fundo a fixação desses conceitos.

“Isto não quer dizer que o docente fique de lado, como simples espectador, pois o oposto de fornecer idéias já feitas e matéria já preparada e de ouvir se o aluno reproduz exatamente o ensinado não é a inércia e sim a participação na atividade. Em tal atividade compartilhada, o professor é um aluno e o aluno é, sem saber, um professor”. (*Idem*, p. 176).

2.9 Significado e Sentido – Vygotsky

Significado e sentido foram conceitos introduzidos por Vygotsky (1987) ao tratar das relações entre linguagem e pensamento. Posteriormente Luria (1979d, 1987) trouxe maiores esclarecimentos, apoiado em estudos lingüísticos mais recentes.

O sentido de uma palavra depende da forma com que ela está sendo empregada, isto é, do contexto em que ela surge. O seu significado, no entanto, permanece relativamente estável. É formado por enlaces que foram sendo associados à palavra ao longo do tempo, o que faz com que se considere o significado um sistema estável de generalizações, compartilhado

por diferentes pessoas, embora com níveis de profundidade e amplitude diferentes.

Percebe-se com clareza os diferentes níveis de profundidade e de amplitude que os significados passam a ter para o educando. Como exemplo, cita-se a palavra ROUPA. Essa palavra, poderá ser utilizada em diferentes sentidos. A jovem de classe média-alta quando reclama que “não tem roupa para ir à festa” quer dizer algo muito diferente do pobre que diz que “não tem roupa para vestir”; a lavadeira que diz que “ainda não entregou a roupa da semana” está pensando em algo muito diferente da madame que afirma: “vi logo que era gente fina pela roupa”. Entretanto o significado da palavra ROUPA continua inalterado. Em Geometria, o processo não é diferente, o aluno não apresenta o hábito de pensar no significado de uma palavra, dentro do contexto geométrico. São comuns as situações onde se verificam palavras como CIRCUNFERÊNCIA E CÍRCULO, de significados diferentes, usadas no mesmo sentido.

Figura 12 – Circunferência

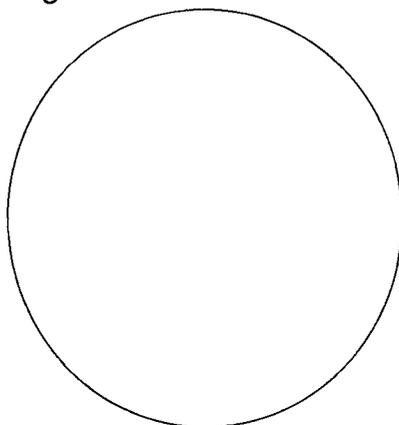
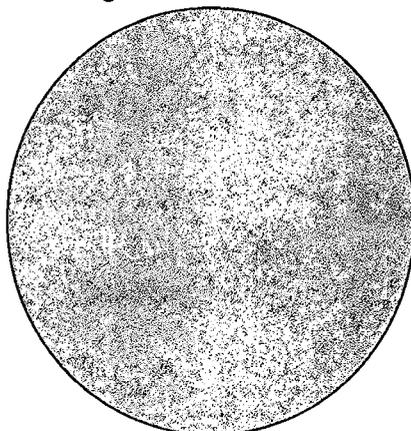


Figura 13 – Circulo



Circunferência – é o lugar geométrico de todos os pontos de um plano que são eqüidistantes de um mesmo ponto denominado centro.

Círculo – figura formada por uma circunferência e por todos os pontos do seu interior. Isto é círculo tem área.

Outro exemplo, não menos interessante, corresponde ao uso, pelo aluno, da palavra “QUADRADO” para designar tanto o QUADRADO propriamente dito como o CUBO. Sendo que as figuras são completamente diferentes.

Figura 14 – Quadrado

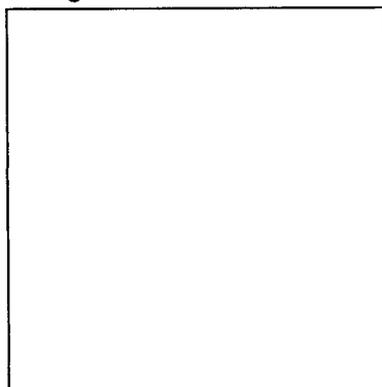
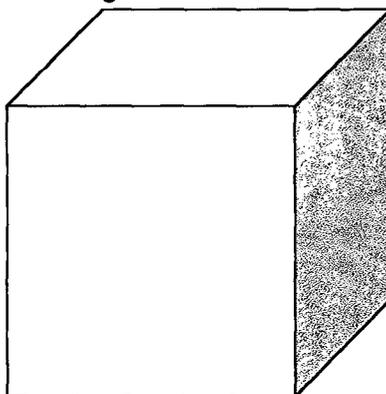


Figura 15 – Cubo



Os alunos que apresentam as dificuldades relacionadas acima certamente nunca vivenciaram uma aula de Geometria experimental.

O fato do aluno não compartilhar do mesmo nível de profundidade e amplitude de um conceito com o interlocutor – seja ele o professor ou o autor do texto que ele esteja lendo – pode gerar desentendimentos. Se o significado que ele atribui a uma palavra é muito mais estreito e superficial do que o que lhe atribui aquele com quem fala, a sua comunicação será, provavelmente, prejudicada. Se além de haver diferentes níveis para o significado, também o sentido que ambos atribuem a essa palavra for diferente, estarão provavelmente, estabelecendo um “diálogo de surdos”. Considere que seja uma palavra chave, cujo significado vai ancorar toda uma estrutura de idéias e conceitos, o que pode gerar no aluno-aprendiz aumento de dificuldades e desinteresse pelo assunto.

É fonte de dificuldade permanente para qualquer professor conhecer o alcance dos significados e sentidos atribuídos aos alunos às suas palavras. Além disso os próprios livros didáticos incumbem-se de promover confusão conceitual.

Branco (1991) relata o caso de professores de ciências que, apesar de ensinar aos alunos a lei da gravidade – sabendo, portanto, defini-la – ao ser

solicitados a fazer um desenho da Terra com uma figura humana andando no Pólo Norte e outra no Pólo Sul, fazem ambas com a cabeça para cima. Em Geometria um aspecto interessante a ser citado passa pela palavra BASE. O que é a BASE de um triângulo? O aluno costuma ter a noção de que a BASE do triângulo é sempre o lado que está na horizontal (figura 16). Pode-se facilmente desmontar essa idéia fazendo-se um triângulo como o da figura 17 e interagindo com os alunos para que eles proponham a noção de BASE.

Figura 16 – Triângulo

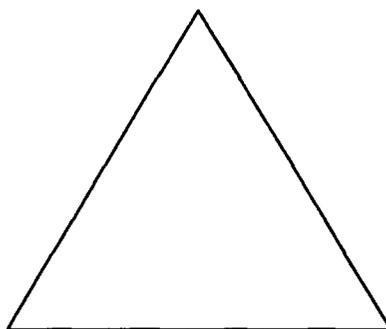
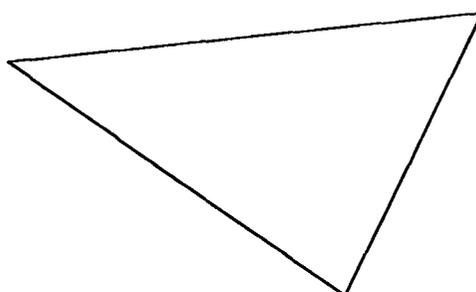


Figura 17 – Triângulo



Pode, também, em determinadas situações, acontecer de o aluno ser capaz de pensar sobre determinado assunto, mas não conseguir expressá-lo corretamente por meio de palavras. Lembra Vygotsky (*Op. cit.*, p. 129) que “exatamente porque um pensamento não tem equivalente imediato em

palavras, a transição do pensamento para a palavra passa pelo significado, (...) a comunicação só pode ocorrer de forma indireta”.

O compartilhar significados é fundamental para que haja compreensão nas relações interpessoais. A possibilidade de haver equívocos, distorções e inúmeros outros problemas ligados a essa questão é algo para o qual o professor que desenvolve a Geometria em particular, e a Matemática, no geral, deve estar preparado. Saber manejar convenientemente (prática pedagógica) para minimizar os efeitos de aprendizagens distorcidas, como pretende-se demonstrar.

“... a aprendizagem é fundamental para o desenvolvimento desde o nascimento da criança. A aprendizagem desperta processos internos de desenvolvimento que só podem ocorrer quando o indivíduo interage com outras pessoas. O processo ensino-aprendizagem que ocorre na escola propicia o acesso dos membros imaturos da cultura letrada ao conhecimento construído e acumulado pela ciência e a procedimentos metacognitivos, centrais ao próprio modo de articulação dos conceitos científicos.” (Oliveira, 1992, p.27).

2.10 Emoção e Inteligência – Henri Wallon

Os estudos de Henri Wallon têm como principal objetivo decifrar o homem, isto é, desvelar como um recém-nascido, com toda a sua imperícia, transforma-se em um adulto. Com essa preocupação, atribui um papel básico à emoção e sobre ela elaborou uma teoria psicogenética que ocupa um lugar fundamental em toda a sua obra.

Wallon (1879-1962) foi um educador incansável, autor de inúmeras obras dedicadas aos problemas específicos da educação. Ele conservou os ideais de homem da ciência quando assumiu o cargo de vice-presidente da Comissão de Estudos no Ministério da Educação Nacional da França. É nessa oportunidade que revela seu grande compromisso com a educação, criando um projeto de ensino que recebe o nome de seus organizadores, Projeto Langevin-Wallon.

Segundo Dantas (1992), entre as preocupações wallonianas figurava a defesa de uma educação integral, ou seja, capaz de possibilitar a formação do caráter e a orientação profissional, uma responsabilidade também da escola. Insistia na necessidade do conhecimento da criança por parte dos mestres, para uma prática educativa eficaz. Na sua trajetória científica revelava uma particular preocupação com a articulação entre a teoria e a prática, defendendo a comunhão entre a psicologia e a pedagogia como condição necessária para a compreensão dos problemas da educação.

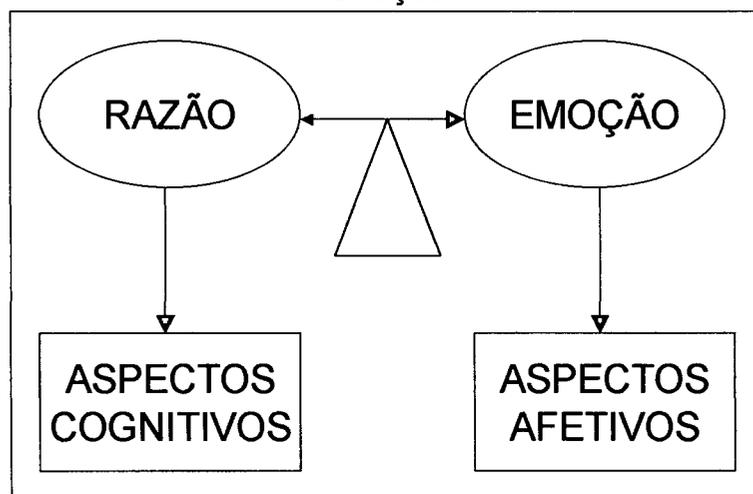
Segundo Wallon (1993), a emoção e a inteligência, em sua gênese, constituem pólos opostos, como norte e sul. Ambas têm propriedades diversas e forças que as opõe. No entanto, uma pressupõe a outra para desenvolver o indivíduo.

É muito comum ignorar a articulação entre o afetivo, o cognitivo e o motor nas atividades escolares. Isto é, a falta de preocupação com a área da afetividade, como elemento ligado ao processo da aprendizagem, por parte dos professores, no caso dos alunos adolescentes.

Nas últimas décadas, os modelos pedagógicos adotados pelas escolas têm procurado dar ênfase aos aspectos cognitivos, abandonando o estudo dos aspectos afetivos, essenciais para a compreensão do comportamento humano em interação social.

No processo do conhecimento, os aspectos afetivos e cognitivos são antagônicos como também complementares, isto é funcionam simultaneamente.

Quadro 5 – Ligação dos aspectos cognitivos e afetivos com a razão e a emoção



Conforme Almeida (1999), a emoção deve ser entendida como uma ponte que liga a vida orgânica à psíquica. A escola deveria levar em conta todos os aspectos relacionados à atividade do conhecimento, uma vez que o indivíduo, enquanto aluno, tem sua vida totalmente administrada em função dos interesses dela. A escola deveria procurar articular a união da vida afetiva com a vida intelectual.

Segundo Wallon (1971) o professor deve conhecer os seus alunos não só no aspecto cognitivo, mas também emocional, uma vez que os progressos da inteligência, de sua responsabilidade dependem, em grande parte, do desenvolvimento da afetividade.

A ausência de uma educação que aborde a emoção na sala de aula, traz prejuízos para a ação pedagógica, portanto considera-se o estudo da afetividade um suporte necessário à atuação do professor.

Ao contrário de duas paralelas que nunca se interseccionam, a emoção e a inteligência são duas linhas do desenvolvimento que percorrem equilibradamente seu percurso, cruzam-se continuamente, superpondo-se uma à outra quando necessário. Nesse sentido, Wallon (1971) destaca que “a emoção só será compatível com os interesses e a segurança do indivíduo se souber se compor com o conhecimento e o raciocínio – seus sucessos – ou seja, se, em parte, deixar-se reduzir”. (1971, p.72).

Emoção e inteligência são duas propriedades inseparáveis da atividade humana; quando não se revelam é porque se encontram em estado virtual, a emoção está sempre presente na vida do indivíduo; mesmo em estados de serenidade ela se encontra como que latente. Portanto, nenhuma situação emocional, por mais intensa que seja, elimina completamente a presença da razão. Convivendo em estado de perfeita comunhão, quando uma sobressai na atividade, é porque a outra encontra-se eclipsada. Desta relação de complementaridade entre emoção e inteligência depende o desenvolvimento do sujeito.

“A inteligência costuma ceder aos caprichos da emoção, pois sempre que esta se exprime, suprime a atividade intelectual e reduz para si todas as disponibilidades do sujeito. Como já foi dito, Wallon, ao tematizar o antagonismo da emoção como atividade de representação, chama a atenção para os efeitos nocivos que a supremacia da emoção sobre a razão traz para a atividade do indivíduo.” (Almeida, 1999, p. 83).

No caso do aluno-adolescente, o grande desafio em sala de aula é conseguir manter o equilíbrio entre a razão e a emoção sob pena de comprometer a realização de qualquer atividade. Neste ponto vale lembrar das técnicas de motivação para manter o interesse da turma. Outrossim, a perda de

interesse no assunto examinado, decorre da falta dos pré-requisitos necessários (âncoras) para desencadear uma reação produtiva em termos de aprendizagem. A serenidade é um estado de grande valia para as elaborações mentais do aluno.

“Um estado emocional impede, geralmente, o indivíduo de exercer determinada atividade cognitiva. Quantas vezes pessoas estudam, durante anos, para realizar um exame escolar e quando chega o momento, tomadas pelo medo, pela ansiedade, vêem-se completamente incapazes de lembrar um tema há muito estudado. O contrário também pode ocorrer.” (Almeida, 1999, p. 84).

Cita-se, nesta parte, o matemático Pólya (1888 - 1985) e o seu livro “A arte de resolver problemas”. Ele acreditava que existe uma arte da descoberta. Ele acreditava que a capacidade de descobrir e a capacidade de inventar podem ser desenvolvidas através de um ensino habilidoso que alerte os estudantes para os princípios da descoberta e que lhes dê uma oportunidade de praticarem estes princípios.

Assim, a emoção instiga a inteligência toda vez que a ameaça com sua insubordinada presença na atividade do conhecimento. A inteligência, por sua vez, necessita das tormentas da emoção para ser estimulada a se desenvolver. É importante considerar a relação entre emoção e a atividade intelectual na sala de aula, observando o fato de que tanto o professor quanto o aluno estão vulneráveis às circunstâncias emocionais que decorrem do processo ensino-aprendizagem.

“O desenvolvimento da inteligência implica necessariamente uma evolução da afetividade. Essa parceria na evolução é conseguida mediante a reciprocidade que existe entre ambas no início da vida. Assim, sobre movimentos pendulares as evoluções afetivas e

intelectuais são fielmente comungadas. Desse modo, podemos perceber que, assim como a inteligência a afetividade também evolui.” (Almeida, 1999, p. 108).

2.11 Conclusão

É razoável esperar que um professor, na sua práxis pedagógica, reconheça a importância de manusear, a seu favor e a dos seus alunos, todos os instrumentos que lhe forneçam os melhores resultados. Isto o impele a um constante aprimoramento de métodos e processos para a ocorrência de uma aprendizagem significativa. No desenvolvimento do capítulo 2 deste trabalho, destacou-se a importância da Geometria no contexto vigente e alguns elementos (teorias) para a construção de um processo de ensino mais eficaz do ponto de vista das características de sucesso/fracasso dos alunos do Ensino Médio.

A teoria das inteligências múltiplas para a compreensão de que existem inteligências diferentes e os alunos que se saem melhor são sempre os que sabem usar sua capacidade de aprendizagem e suas diversidades intelectivas melhor do que os outros. As novas propostas pedagógicas consideram a elaboração do conhecimento um processo dependente do ritmo do aprendiz.

A programação neurolingüística, usada pelo professor, para minimizar uma aparente aversão à disciplina de Matemática, por extensão à Geometria, originada nas situações de não compreensão da mesma no passado e que continuam formando os bloqueios mentais no presente. Usar a PNL para uma mudança no estado mental dos alunos que têm predisposição às dificuldades,

visto que as técnicas da PNL são recursos poderosos para suplantar obstáculos, resistências e interferências.

Encontram-se ligações em todas as teorias relacionadas neste trabalho. Destacam-se os pontos mais importantes, que ajudaram a compor esta pesquisa. De Ausubel (1980), as “âncoras”, conceitos básicos que vão justificar outros conceitos e assim sucessivamente. De Vygotsky (1989) – as informações para serem assimiladas têm de fazer sentido. De John Dewey (1991) – a assimilação ocorre a partir da experimentação, o sujeito deve vivenciar a situação. Henri Wallon (1971) – a emoção faz parte do processo de aprendizagem.

Na experiência de ensinar, todas as situações que contribuam para uma melhoria na aprendizagem (eficácia, rendimento, eficiência), devem estar no horizonte pedagógico do professor. Na seqüência, arrolam-se os procedimentos (questionários e testes) que permitiram traçar um perfil, embora específico, dos alunos das segundas séries do Ensino Médio do Colégio DB (particular, considerado de classe média-alta), em relação ao aprendizado da Matemática e de modo especial, da Geometria.

Descreve-se também, uma experiência pedagógica diferenciada com os alunos de uma turma, de segunda série do CEFET (Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná).

3 A INVESTIGAÇÃO – DESCRIÇÃO – LEVANTAMENTO E ANÁLISE

3.1 Introdução

A pesquisa de campo foi realizada nos anos de 2000, 2001 e 2002, com os alunos das segundas séries do Ensino Médio do Colégio DB e do Centro Federal de Educação Tecnológica do Paraná – CEFET. Elegeu-se para objeto particular de investigação, o ensino de Geometria, em busca de práticas pedagógicas diferenciadas e inovadoras. As situações da pesquisa aconteceram durante o horário normal de aula, através de questionários, testes e trabalhos. Basicamente, buscou-se informações sobre: a percepção atual dos alunos em relação à Matemática; os conhecimentos básicos – conceitos, requeridos para um progresso na Geometria (Plana e Espacial) no Ensino Médio.

Foram pesquisadas, descritas e analisadas 5 situações envolvendo o aprendizado da Matemática e por extensão da Geometria. São as seguintes:

- a) Importância e interesse do aluno pela Matemática;
- b) A representação simbólica – Percepção dos alunos em relação à linguagem matemática;
- c) As representações em Geometria;
- d) Conceitos e significados em Geometria;
- e) Uma experiência pedagógica com os alunos do CEFET. Atividades com varetas e canudos.

As quatro primeiras situações foram realizadas com os alunos do Colégio DB e a última, mais peculiar, envolveu os alunos do CEFET.

3.2 Descrição, Levantamento e Análise das Situações Propostas no Colégio DB

3.2.1 Importância e Interesse do Aluno pelo Estudo da Matemática

A presente investigação se inicia na elaboração de um questionário de natureza qualitativa, para compor um quadro perceptivo dos alunos, em relação, primeiramente à Matemática. (Ver anexo 1).

O questionário foi construído objetivando-se colher informações das visões do aluno adolescente, para os seguintes elementos, presentes em seu universo: 1) A relação aluno-matemática (importância e aplicação); 2) Entendimento dos conteúdos ministrados; 3) A disciplina (consciência do eu e do real); 4) O método de estudo.

Que tipo de percepção tem o aluno adolescente, com sua bagagem mental, da Matemática como um todo, inferindo na estrutura de mundo onde ele vive?

A Matemática, ao lado da linguagem natural, constitui uma disciplina básica nos currículos escolares desde os primeiros anos de formação, em todos os lugares do mundo, independentemente da raça, credo ou sistema político. A utilidade da Matemática, todavia, não é clara. Esta falta de clareza pode ser a principal responsável pelas dificuldades de que padece seu ensino.

Outra questão que mereceu ser investigada foi a relação aluno-professor, visto que muitos culpam o professor pelo seu fracasso em

Matemática. Para melhorar tal situação é imperioso que o professor, seguindo o paradigma da atual sociedade do conhecimento, administre sua própria formação contínua.

Os alunos de um modo geral não têm consciência do papel do estudo em suas vidas ou pelo menos neste estágio de suas vidas. Como basicamente a maioria não teve indicações de como estudar, desenvolveu e amoldou seu próprio “jeito” de estudar. O questionário, nesse sentido visa a determinar se os jovens continuam estudando apenas para as provas ou se detêm uma visão mais aberta para o estudo.

Portanto, para se chegar até a Geometria, investigou-se primeiramente a concepção do aluno adolescente no tocante à Matemática.

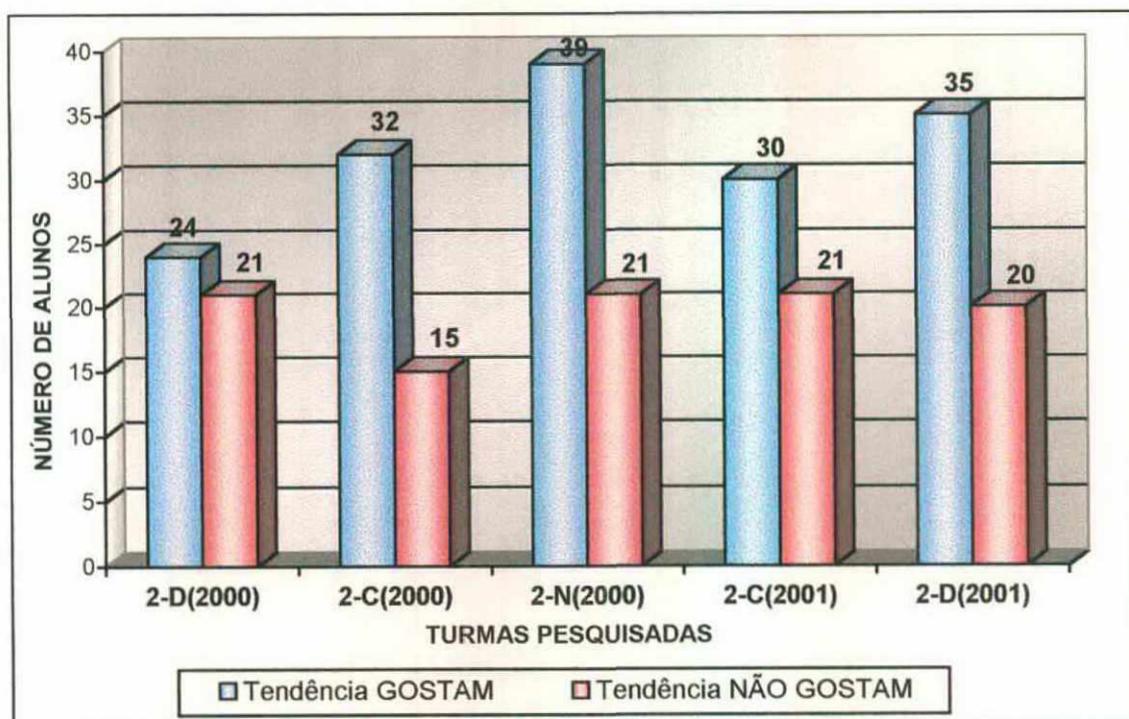
O questionário foi aplicado nos anos de 2000 e 2001 para observar se, neste intervalo, havia alguma mudança nas respostas. (Ver anexos)

O universo pesquisado é formado por 5 turmas de segundas séries do Colégio DB, num total de 258 alunos.

A seguir mostram-se os resultados obtidos para as turmas 2-C (ano 2000), 2-D (ano 2000), 2-N (ano 2000), 2-C (ano 2001) e 2-D (ano 2001). (Gráfico 1).

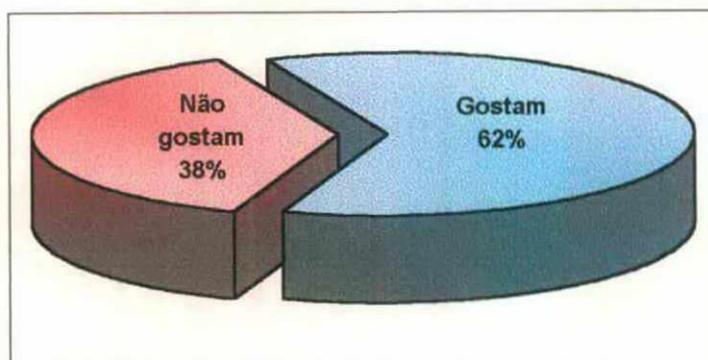
As turmas C e D estudam na sede do Colégio no bairro Ahú e a turma N na sede do Colégio no bairro Mercês, sendo que esta diferença em relação ao local de estudo não foi significativa para a pesquisa.

Gráfico 1 – Percepção dos Alunos em Relação a Matemática por Turmas Pesquisadas (Geral)



Outro dado importante é que o questionário foi aplicado no início das atividades escolares, mais precisamente no primeiro bimestre (Março e Abril). Os alunos traziam, em suas “bagagens mentais”, toda a proposta pedagógica dos anos anteriores.

Gráfico 2 – Percepção dos alunos em relação a Matemática (Quadro Geral)



NOTA: 258 alunos pesquisados

Analisando-se os resultados obtidos por turma (gráfico 1) e geral (gráfico 2) observou-se que em média 38% dos alunos examinados não gostam de estudar Matemática. Os três fatores que apresentaram maior percentual, decorrentes deste posicionamento se referem basicamente à condição do aluno. - As respostas dadas pelos alunos:

- a) "É difícil e complicada, determinados assuntos não vou precisar";
- b) "Tenho dificuldade para aprender";
- c) -"Não gosto de cálculos".

Foram identificados, nestas respostas, problemas envolvendo a prática pedagógica tradicional e ultrapassada. Nesse sentido, não se pode culpar só o professor, porque seu aperfeiçoamento demanda tempo e dinheiro, de que ele não dispõe.

A argumentação dos alunos sobre sua aversão à Matemática, como se percebe, é devida a um conjunto de efeitos pedagógicos e condições da escola.

No que se refere ao aspecto pedagógico, indaga-se: será que o aluno recebeu (durante a sua vida escolar, até o momento) um conteúdo significativo com uma metodologia adequada, de modo a ter sua mente aberta para a Matemática e conseqüentemente para a Geometria?

Com relação aos alunos que gostam de Matemática foram identificadas, com maior freqüência, as seguintes justificativas:

- a) "Gosto da matéria quando há entendimento";
- b) "Desenvolve o raciocínio";
- c) "Usa-se o tempo inteiro, nas atividades diárias";
- d) "Tenho facilidade para lidar com números / cálculos";
- e) "É necessária para a vida".

A principal causa (ver quadro 6) no entanto, ainda passa pela compreensão (23%) e essa compreensão implica uma multiplicidade de fatores que interferem no processo ensino-aprendizagem. Trata-se de trabalhar as informações de forma diferente, dando-lhes significado.

Para Vygotsky (1991) o bom aprendizado é somente aquele que se adianta ao desenvolvimento e que a aquisição de uma linguagem pode ser o paradigma para o problema da relação entre aprendizado e desenvolvimento mental.

Quadro 6 – percepção dos alunos em relação à matemática - justificativas

Justificativas dos alunos que gostam de estudar matemática		Justificativas dos alunos que não gostam de estudar matemática	
1. Gosta da matéria quando há entendimento compreensão	23%	1. É difícil e complicada, determinados assuntos (conteúdos) não vou precisar	26%
2. Desenvolve o raciocínio	16%	2. Tenho dificuldade para aprender (Não entendo)	24%
3. Usa-se o tempo inteiro, nas atividades do dia-a-dia	13%	3. Não gosto de cálculos	13%
4. Tenho facilidade para lidar com números cálculos	13%	4. Não tenho interesse.É muito chata e monótona	8%
5. É necessária para a vida	11%	5. Não vejo utilidade	6%
6. Vai ajudar no futuro-profissional-vestibular	7%	6. Exige muito do aluno	5%
7. Tem que gostar para aprender	4%	7. Nunca me dei bem em matemática	4%
8. É muito importante como base para outras disciplinas	4%	8. Estudo só para o vestibular	3%
9. Gosto de estudar	4%	9. Depende da maneira como é ensinada	1%
10. É lógica e útil	4%	10. É muito teórica	1%
11. Gosto da área de exatas	1%	11. Exige decorar muitas fórmulas	1%
TOTAL DE ALUNOS	159	TOTAL DE ALUNOS	98

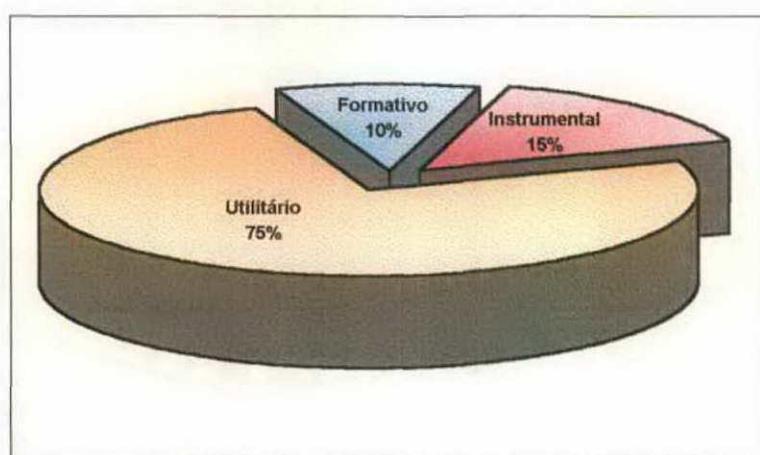
“Não há dúvida quanto à importância do professor no processo educativo. Fala-se e propõe-se tanto educação à distância quanto outras utilizações de tecnologia na educação, mas nada substituirá o professor. Todos esses serão meios auxiliares para o professor. Mas o professor, incapaz de se utilizar desses meios, não terá espaço na educação. O professor que insistir no seu papel de fonte e transmissor

de conhecimento está fadado a ser dispensado pelos alunos, pela escola e pela sociedade em geral. O novo papel do professor será o de gerenciar, de facilitar o processo de aprendizagem e, naturalmente, de interagir com o aluno na produção e crítica de novos conhecimentos, e isso é essencialmente o que justifica a pesquisa.” (D’Ambrósio, 2001, p.79 e 80).

As questões 2 e 3 da pesquisa são complementares e foram tratadas como tal.

No tocante à importância que o aluno atribui à Matemática, fica evidente (gráfico 3) a visão de caráter utilitário que os adolescentes detêm. No interesse pelo estudo desta disciplina, identificou-se uma contradição por parte dos alunos; ao mesmo tempo em que acham importante a Matemática, dizem não gostar de estudá-la. Será que este posicionamento é o produto resultante de uma sociedade consumista?

Gráfico 3 – Importância da matemática



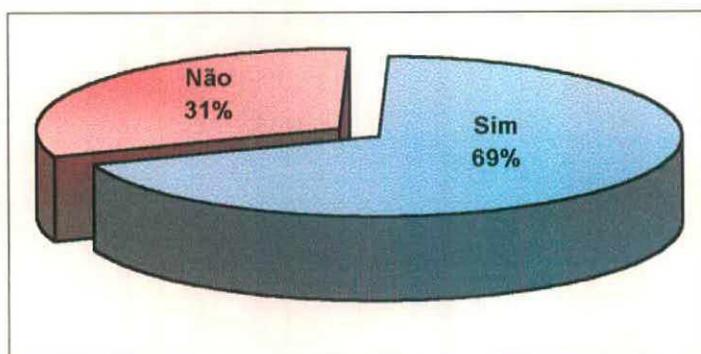
Por outro lado, no ensino da Geometria Plana e Espacial, existem atividades que facilitam a integração com outras áreas e que podem favorecer uma atitude positiva em relação ao estudo da Matemática.

O ensino de Geometria deve fazer uso de uma variedade significativa de problemas geométricos. O problema geométrico no contexto utilitário passa a ter um significado determinante na medida em que não for um problema onde o aluno repete mecanicamente enunciados, teoremas ou definições decoradas anteriormente ou onde copia modelos para cuja aplicação tenha sido “adestrado”.

Está presente, portanto, no contexto do aluno, que a matemática seja utilitária e prática.

Com relação à pergunta 4 do questionário escrito, as respostas dadas para a situação de compreensão dos conteúdos (gráfico 4) retratam praticamente a mesma porcentagem em relação ao item inicial (questão 1) da pesquisa. Isso demonstra que a principal causa dos alunos não gostarem de estudar matemática está no entendimento de seus conteúdos.

Gráfico 4 – Compreensão dos conteúdos – quadro geral



Esse entendimento perpassa pré-requisitos não adquiridos nas séries anteriores (na 7ª série, a Matemática assume um caráter mais abstrato) e que podem estar acumuladas no plano mental do aluno, o que impediria ou dificultaria a aquisição de novos conhecimentos.

Pode também estar associado à competência dos professores no que diz respeito à didática de ensino.

Essa argumentação parece ser suficiente para evidenciar junto aos professores de Matemática o papel que assumem na educação.

Na análise dos resultados obtidos para a pergunta 5, observa-se que o binômio atenção-concentração ainda é o fator preponderante nas aulas de Matemática. Isso denota um comportamento peculiar para o qual determinados adolescentes não estão ou não detêm preparação psicológica suficiente, visto que na adolescência verifica-se um fato importante e de conseqüências decisivas que é o desenvolvimento mental.

Quadro 7 – Depoimentos relativos a questão 5 da pesquisa

Depoimentos
- Presto atenção nas aulas e reviso o conteúdo em casa;
- Usar o máximo a presença do professor em sala de aula, perguntando todo tipo de dúvida;
- Prestar atenção e tirar dúvidas;
- Procuo resolver exercícios em casa;
- Entender e resolver os exercícios junto com o professor;
- Fazendo anotações e exercícios e tirando dúvidas que surgem, na hora em que elas surgem;
- Acompanho o que o professor está realizando;
- Ficar quieto e prestar atenção;
- Deixar para conversar no final da aula;
- Prestando atenção nos primeiros minutos e relaxando no final;
- Prestar atenção nas aulas e anotar o que é importante;
- Penso no vestibular que é muito concorrido;
- Esquecer o mundo e pensar que meu objetivo é aprender. Minha dimensão é o quadro e só escuto o professor;
- Tento acompanhar o raciocínio do professor;
- Presto atenção até a parte que eu entendo. Se eu perder o fio da meada, ai eu desisto;
- Tentar se concentrar nas explicações;
- Fico em silêncio, presto atenção, mas não adianta nada.

A pergunta 6 do questionário apura informações sobre o método de estudo utilizado pelos alunos.

Quadro 8 – Algumas respostas da pergunta 6

Respostas
<ul style="list-style-type: none"> - Repetição dos exercícios; - Dois dias antes da prova; - Somente atenção na aula; - Ler e estudar a matéria sozinho; - 15 minutos do dia anterior, - Resumo da matéria – refazer os exercícios; - 1 dia antes da prova; - Alguns dias antes da prova; - Resolução de exercícios e mais atenção na aula; - Prestar atenção e fazer anotações em sala de aula; - Ler o conteúdo e fazer os exercícios; - Entendo na sala para em casa só revisar; - 1º ler a apostila; 2º faço resumo; 3º resolvo alguns exercícios (1 dia antes da prova); - Ler o teórico e depois resolver os exercícios; - Resumo, leitura dos textos da apostila e caderno e refazer os exercícios; - Reviso a matéria antes da prova; - Quando tem fórmulas procuro decorar; - Elaboro um resumo; - Fazer o máximo de exercícios; - Dedico mais tempo à teoria; - Entender de forma simples a matéria e depois resolver muitos exercícios; - Estudo na maioria das vezes um ou dois dias antes da prova num período de 2 ou 3 horas; - Faço resumos e exercícios da apostila e às vezes chamo um professor particular; - Resolvo os exercícios depois corrijo; - Os que estão errados procuro a maneira certa para resolver; - Tenho um professor particular e tento resolver bastante exercícios; - Estudo 1 semana antes, leio, releio, faço os exercícios; - Quando não entendo vou para as aulas de assistência e ainda faço aula de reforço; - Refaço todos os exercícios feitos em sala e tento fazer desafios a mim mesmo para ver se realmente entendi; - Escrevo tudo o que o professor põe no quadro no caderno e na hora de resolver exercícios e estudar para as provas eu abro o caderno e leio o que escrevi e resolvo o maior número de exercícios possíveis; - Sou de estudar um dia antes da prova; - Dou uma olhada nos exercícios, anoto fórmulas e teoria (se existir), tento decorá-los e faço dois exercícios de cada tipo; - Algumas provas – uma semana antes, outras provas – na véspera; - Quase nem estudo, só antes da prova dou uma lida; - Não tenho método de estudo; - Faço os exercícios novamente, procurando compreendê-los melhor e mais detalhadamente; - Durante a aula e, em casa, um dia antes da prova; - Preciso estar no quarto, sem o mínimo barulho; - Antes da prova estudo mais ou menos uma hora e meia, normalmente a noite pois consigo me concentrar mais; - Procuro esquecer de tudo, me concentrar somente na matéria a qual me interessa no momento; - Eu não estudo; - Todos os dias repasso a matéria do dia; - Estudo todos os dias um pouco, resolvendo vários exercícios.

Nas turmas examinadas, a grande maioria das respostas se concentrou em: prestar atenção e fazer exercícios, que ainda é o meio de que o aluno dispõe para moldar seus conhecimentos em Matemática.

Como a pergunta é de caráter qualitativo, eximiu-se fazer uma análise numérica das respostas, optando por listar algumas mais interessantes.

Pelos resultados constatados nesta parte do trabalho, observa-se que o aluno ainda carrega consigo a metodologia antiga, de estudar um pouco antes da prova. Essa falta de um método de estudo mais eficiente ou de uma sistematização de tarefas, acarreta em Matemática resultados desastrosos.

Poucas são as escolas que se preocupam com a tarefa de ensinar “a arte de estudar”.

Segundo Matos (1994, p. 9) “Aprender é um dever do estudante, é sua responsabilidade. Mas é um direito dele ser orientado e ajudado nesta tarefa. O estudo está a serviço da maturação integral da pessoa, atendendo particularmente ao seu desenvolvimento como ser pensante”.

Estudar corresponde a trabalhar. Exige empenho responsável e dedicação generosa. Pressupõe sacrifícios e escolhas conscientes. Um estudo é eficaz quando se torna significativo, isto é, quando os novos conhecimentos e informações são assimilados pessoalmente e confrontados e integrados no complexo de conhecimentos já existente, podendo ser utilizados em outras situações. Pela análise das respostas, a maioria dos estudantes pesquisados não detêm esse hábito.

3.2.2 A Representação Simbólica

Na maioria das situações-problema, os alunos apresentam muitas dificuldades quando têm que se expressar através da linguagem algébrica. O teste (ver anexo 2) descrito a seguir foi realizado em quatro turmas de segundas séries do Ensino Médio do Colégio DB, com o objetivo de analisar o perfil, em relação ao trabalho com a linguagem simbólica, dando seqüência às investigações que se iniciaram em 2000.

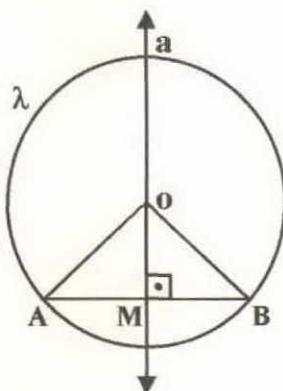
O teste consistia em expressar na linguagem algébrica (considerando a letra x para representar um número inteiro), as seguintes sentenças:

- a) o produto de dois números consecutivos $x \cdot (x + 1)$
- b) o triplo do sucessor de um número $3 \cdot (x + 1)$
- c) um número par $2x$
- d) um número ímpar $2x + 1$
- e) o produto do sucessor de um número pelo antecessor deste número $(x + 1) \cdot (x - 1)$
- f) o antecessor do sucessor de um número x

Várias são as linguagens utilizadas pelo homem, para a comunicação, na forma de códigos, símbolos e outras convenções. É importante o aluno perceber que a linguagem da Matemática é uma entre outras e que seus símbolos são convenções dotadas de uma certa universalidade. A habilidade de transformar uma sentença matemática, colocada em forma de linguagem comum para uma linguagem simbólica, é extremamente importante não só em Álgebra como também em Geometria.

Quadro 9 – Exemplo de linguagem simbólica

Exemplo: Dados: λ (O, r), $O \in a$, $a \perp \overline{AB}$, $O \notin \overline{AB}$ e $a \cap \overline{AB} = \{M\}$



Provar que M é ponto médio de \overline{AB}

Na resolução de problemas em Matemática, é necessário interpretá-los à luz de sua linguagem. Muitas das dificuldades que os alunos apresentam quando têm de se expressar através da linguagem algébrica estão relacionadas aos diferentes significados atribuídos às letras e a outros símbolos utilizados.

Procura-se verificar, desta maneira, para compor um perfil do aprendiz adolescente, se os alunos conservam um quadro satisfatório na exploração da linguagem matemática.

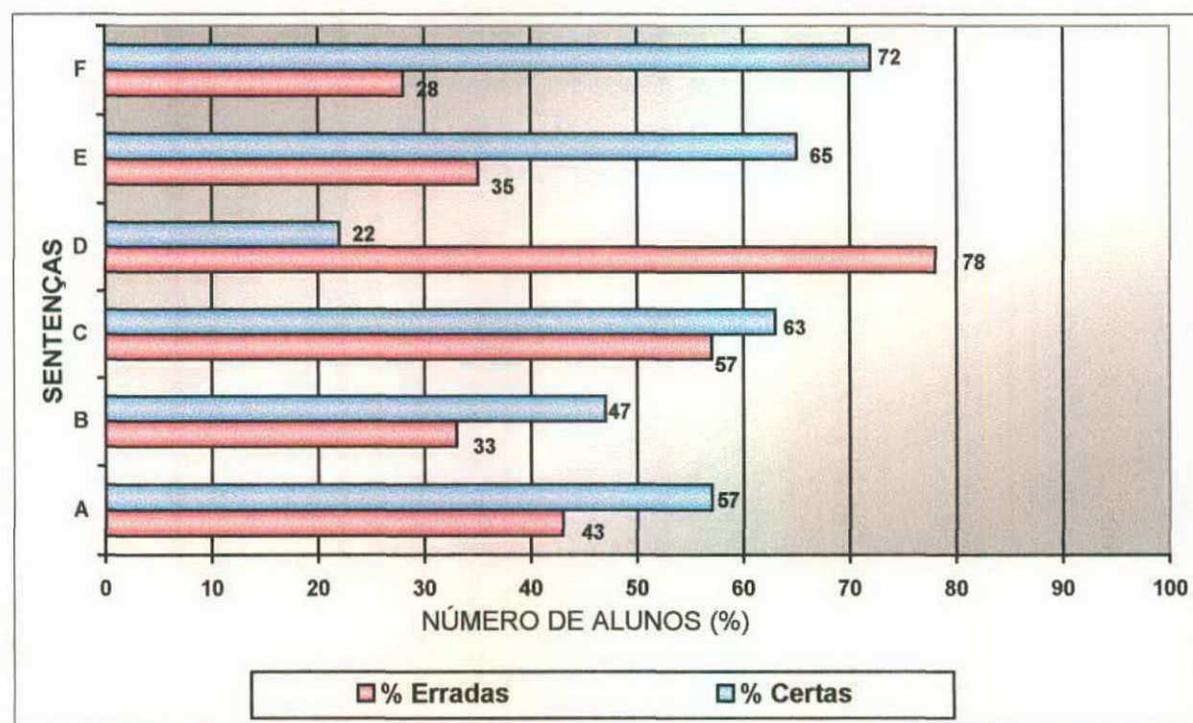
Na construção do conhecimento matemático, é necessário uma estruturação mínima, compatível, por parte do aluno de conteúdos, considerados básicos, para respaldar e ajudar na compreensão dos mais complexos.

Portanto, estando o aluno no nível da segunda série do Ensino Médio, caberia a este demonstrar que o conhecimento acumulado dos anos anteriores ainda estava presente ou que ele detinha a habilidade de utilizar as diferentes linguagens.

A linguagem algébrica ganha grande impulso tanto na história como na escola quando aplicada à Geometria, utilizada para expressar perímetros e áreas de figuras planas.

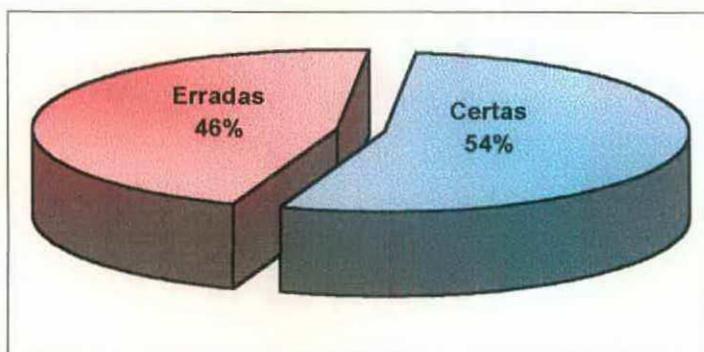
Os resultados obtidos foram ilustrados no gráfico 5. Analisando o mesmo, pode-se comprovar que grande parte dos alunos não conseguem transferir uma simples sentença matemática em linguagem simbólica. De modo especial, destaca-se a sentença D (um número ímpar) onde 78% dos alunos não souberam a resposta.

Gráfico 5 – Percepção da linguagem



O gráfico 6 mostra o quadro geral das respostas para esta investigação.

Gráfico 6 – Gráfico geral das respostas



De acordo com Antunes (1998, p. 39)

“Aprender a ler é absolutamente essencial para construir conhecimentos, incorporando novos conceitos aos que o meio social propiciou. O aluno é sempre o agente de sua aprendizagem, é alguém que aprende basicamente por suas próprias ações sobre os objetos do mundo; se não descobrir o significado dos símbolos que caracterizam a linguagem escrita, não poderá reelaborar os conteúdos que caracterizam sua aprendizagem”.

A Matemática, em particular, depende muito de sua linguagem e simbolismo específicos. Mas também a linguagem e o simbolismo próprios da Matemática que a fazem tão inacessível, principalmente ao leigo. Por causa mesmo dessas dificuldades inerentes à linguagem e ao simbolismo é que se torna tão necessário o devido cuidado na boa utilização desses instrumentos, para que eles exerçam seu desejado papel no aprendizado, e não o prejudiquem.

Linguagem e simbolismo são muito úteis e indispensáveis enquanto ajudam na transmissão e agilização das idéias. O que acontece no ensino é que a linguagem e o simbolismo não são convenientemente filtrados,

trabalhados para que o aluno absorva e incorpore o significado e sua idéia. Será que algum aluno adolescente detém corretamente o significado de “número” e “numeral”?

É importante observar que a linguagem não motiva ninguém, idéias sim. Nenhum aluno pode se interessar por qualquer coisa onde não veja algum elemento que lhe satisfaça ou estimule a sua curiosidade. A linguagem e o simbolismo foram introduzidos por necessidade prática.

3.2.3 As Representações da Geometria

Acredita-se que um estudo das representações do aluno sobre a Geometria, pode contribuir à compreensão de alguns aspectos subjacentes ao ensino que venham ajudar na formulação de uma intervenção didática, no sentido indicado pelo objetivo geral deste trabalho.

O instrumento a seguir é um questionário de associação livre (ver anexo 3). A partir de uma palavra estímulo (Geometria, no caso) o aluno deve produzir palavras, relacionadas a ela, que lhe venham à mente. Este instrumento será utilizado com a finalidade de apreender, de forma mais direta, os elementos constitutivos da representação ou seja, o caminho do aluno na organização do seu conhecimento matemático, relacionado especificamente à Geometria.

O teste descrito foi aplicado em duas turmas de segundas séries do Colégio DB em 2001, num total de 90 alunos.

O quadro 10, a seguir, mostra os resultados obtidos para as palavras mais freqüentes.

Quadro 10 – Lista das palavras mais importantes relacionadas ao termo

Geometria

PALAVRAS	FREQÜÊNCIA
Fórmulas	22
Ângulos	16
Cálculos	14
Medidas	13
Desenhos/figuras	13
Área	11

Cada uma delas é uma expressão de um aspecto diverso das atividades em Geometria e que, de certa maneira, definem a visão do aluno.

Todas estas palavras, além de mais freqüentes, são também consideradas “mais importantes”. Isso permite considerá-las elementos centrais de representação. Pode-se situar tais palavras, no que se refere às duas concepções pedagógicas de Geometria: a atividade geométrica enquanto constatação empírica e a atividade geométrica enquanto experiência racional de dedução, visando à resolução de problemas.

Medida, cálculos e fórmulas se enquadrariam na primeira perspectiva, trazendo a dimensão da aplicação dessa área de conhecimento à vida real.

A palavra **desenho** relaciona a especificidade da Geometria, ou seja, ramo da Matemática que estuda as formas do espaço.

Desenho e figura são elementos centrais das representações dos alunos.

“A figura geométrica é um objeto ideal, do qual os desenhos concretos, que se possa fazer, são apenas representações imperfeitas”. (Platão).

A figura é, assim, o objeto abstrato que serve de substrato para o raciocínio, para o pensamento enquanto tal. O desenho por sua vez, é a

materialização sobre uma folha de papel, uma tela do computador, etc. O desenho é um modelo da figura.

A noção platônica de um mundo de objetos ideais está intimamente relacionada com o processo de idealização da matemática. Os objetos geométricos são todos abstratos e é no mundo platônico que existem o verdadeiro círculo e o verdadeiro quadrado. É aí que existem as verdadeiras formas, as verdadeiras perfeições, e é o mundo que se diz ser perfeitamente descrito pela linguagem matemática.

O aluno por sua vez não faz distinção entre os dois termos, usando-os indistintamente.

Finalmente, as palavras ângulo e área, privilegiam um conteúdo de ensino como representante da Geometria. É importante lembrar que a Geometria, enquanto modelização do espaço, reflete sobretudo a primeira das duas concepções apresentadas.

Na seqüência notam-se os resultados gerais obtidos.

Lista de freqüência das duas palavras relacionadas com o termo Geometria e consideradas mais importantes pelos alunos:

FREQÜÊNCIA	PALAVRAS
22	Fórmulas
16	Ângulos
14	Cálculos
13	Medidas, desenhos
11	Área
9	Espaço
7	Formas, reta
6	Plano
4	Tecnologia
3	Raciocínio, quadrado, Pitágoras, triângulo, metro, dimensões, poliedros, pirâmides
2	Matemática, lados, régua, cubo, ponto, hipotenusa
1	Sinais, mediatriz, análise, resultado, exatidão, circunferência, seno, cosseno, terra, grau, caos, cateto, polígono, paralela, raio, esfera, altura, apótema, construção, vértice, aresta, posição

Lista de frequência das seis palavras relacionadas com o termo Geometria.

FREQÜÊNCIA	PALAVRAS
40	Desenhos/figuras
33	Fórmulas
29	Ângulos, triângulo
24	Área, cálculos
22	Medidas
20	Quadrado
16	Retas
14	Plano
13	Pirâmide
12	Matemática, espaço
8	Números
7	Formas, sólidos, grau, prismas
6	Círculo, Pitágoras, régua, altura, polígono, arestas, cilindro
5	Raciocínio, dificuldade, cubo, metro, sen/cos/tan, ponto, esfera
4	Volume, construção, bissetriz, apótema, tecnologia, vértice, hipotenusa
3	Arquitetura, lados, circunferências, base, dimensões, comprimento, trigonometria
2	Precisão, mediatriz, gráficos, perímetro, lógica, círculo, arco, catetos, problemas, face, hexágono
1	Estudo, sinais, paralelepípedo, diâmetro, símbolos, análise, atenção, utilidade, resultado, interpretação, montagem, Tales, simetria, terra, cone, raio, compasso, horizontal, caos, regras, exatidão, linha, tamanho, diedro, regular, memória, aplicação, octaedro, definições, posição

NOTA: Seis alunos não completaram totalmente a tarefa.

Existem palavras que correspondem a conteúdos de ensino, que podem ser localizados nas séries do Ensino Fundamental. A lista das palavras expressa um ensino da Geometria mais voltado para conteúdos, propriamente geométricos. A Geometria, enquanto experiência sensível, está pouco presente. Não se pode, deixar de considerar que conteúdos como triângulo, quadrado, pirâmide, prisma, círculo, polígono, cilindro, cubo, esfera, hexágono, círculo, paralelepípedo, octaedro, cone, embora sejam considerados como objetos geométricos, não reflitam a preocupação em situar o ensino da

geometria ao estudo das formas, elemento presente de maneira importante nas representações identificadas.

Os resultados obtidos reforçam o interesse da metodologia adotada para a compreensão do que se passa em sala de aula. Embora a Geometria possa ser considerada como um conteúdo que tem uma forte relação com a realidade, na prática, ela é, sobretudo, trabalhada na sua versão mais abstrata.

Na realização dessa tarefa, cabe ainda registrar que foi observado um grande número de alunos com dúvidas e incertezas. Isso demonstra uma fragilidade do conhecimento que serve de base para os conteúdos mais elaborados do Ensino Médio. Por extensão, também colabora para aumentar a insegurança e a crença de que a Matemática é difícil.

3.2.4 Conceito e Significado - Razão e Realidade

Este teste teve como objetivo, examinar a “bagagem” geométrica do aluno, referente a conhecimentos de conceitos básicos, adquiridos, teoricamente, no Ensino Fundamental e que servem de pré-requisitos para a Geometria do nível Médio.

O instrumento consistiu na listagem de 17 palavras, relacionadas com a Geometria e que o aluno deveria escrever o significado das mesmas, sem a preocupação com o rigor matemático de uma definição; apenas escrever o que ele tinha idéia formada do termo.

Podem-se identificar, desta maneira as representações mentais do aluno e justificar as dificuldades encontradas por este para a compreensão da Geometria do ciclo Médio, no tocante às interpretações. A compreensão do conceito que determinados termos envolvem é fundamental para a visualização

mental das situações colocadas por um problema e conseqüentemente o estabelecimento de estratégias para a sua resolução. Ou seja o aluno vai mapear suas estratégias, no momento em que sua interpretação do problema for efetivada, embasada nos conhecimentos presentes no seu mapa mental. Estes conhecimentos, no entanto, podem ser falhos ou errados, o que impede o estabelecimento de uma estratégia de resolução ou acarreta estratégias incertas.

A Geometria não pode prescindir do pensamento lógico e este por sua vez passa pela linguagem, pelo significado das palavras. Essas vão desencadear todo um processo mental de acúmulo de informações, que conduzirão o aluno ao “insight” da solução de um problema.

Para exemplificar, tem-se a seguinte proposição:

“A projeção ortogonal de um quadrado é sempre um quadrado”.

O aluno deve ter em mente o significado das palavras: PROJEÇÃO, ORTOGONAL E QUADRADO, reunir tudo e colocar no espaço geométrico, analisando a veracidade ou não da frase. O conteúdo de significações desempenha um papel proeminente no raciocínio do indivíduo, que não vai ficar limitado a uma situação (figura 18) e sim esmiuçar as diversas possibilidades (figura 19).

Figura 18 – Projeção de um quadrado – Situação 1

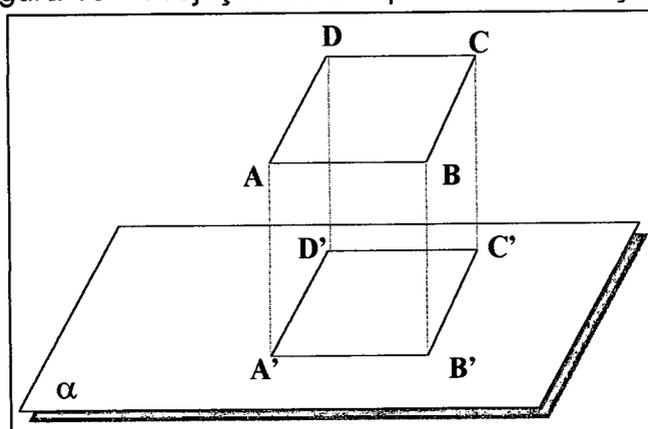
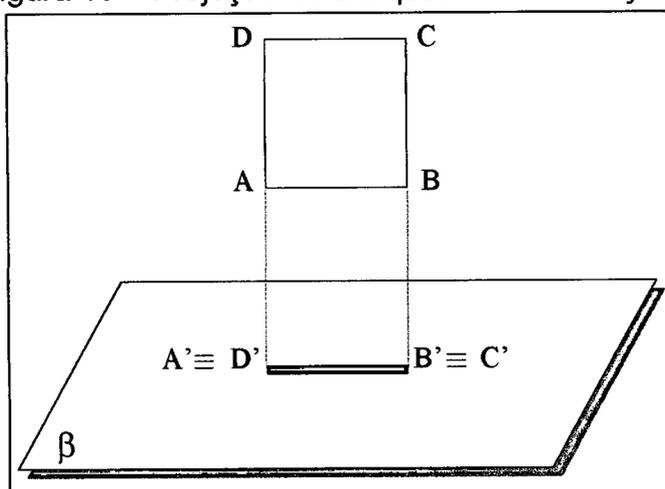


Figura 19 – Projeção de um quadrado –Situação 2



Na formação de um conceito matemático é necessário que se centre ativamente a atenção sobre o assunto, dele subtraindo os aspectos que são fundamentais, e que se chegue a generalizações mais amplas mediante uma síntese (Vygotsky, 1987). Assim sendo, esforços são feitos no sentido de levar o aluno a se libertar do particular, do pontual, e chegar ao geral, bem como no de substituir o conhecimento espontâneo pelo científico.

A formação dos conceitos na mente do aluno requer estratégias significativas e criativas por parte do professor. Alia-se a isto o fato de que em escolas particulares as turmas normalmente são numerosas, o que compromete a qualidade. Portanto, trata-se de encontrar caminhos para a interação produtiva na sala de aula.

Pensando nisto, investigou-se o que se denomina “a representação mental do aluno” em relação a determinados termos em Geometria – ou seja a interação entre a palavra e o seu significado no plano mental do sujeito. Segundo Ausubel (1980) a dificuldade do aluno, reside muitas vezes no fato de que ele não tem, como se prova, um conjunto de “subsunçores” relevantes na sua estrutura cognitiva para ocorrência de uma aprendizagem significativa.

Elaborou-se uma lista com dezessete palavras relacionadas com Geometria e pediu-se aos alunos de 4 turmas das segundas séries do Ensino Médio do colégio DB que escrevessem o significado das mesmas. Foi criada uma classificação conveniente para a análise das respostas. Assim, as mesmas, foram divididas em quatro níveis:

- a) Aceitável ou suficiente (A) – a resposta satisfaz, considerando que não é cobrado o rigor matemático;
- b) Topológico ou gráfico (T) – a resposta do aluno é em forma de um desenho, sua representação mental é mais comodamente externada de modo visual. Ele desenha e faz anotações e comentários;
- c) Regular (R) – o aluno apresenta a idéia formada do termo mas, não sabe expressá-la corretamente em palavras. Usa termos errados, no entanto, percebe-se a pano de fundo que ele detém uma noção correta;
- d) Insuficiente (I) – a resposta está errada. O aluno não sabe o significado do termo. Inclui-se aqui, as respostas erradas e as que foram deixadas em branco.

Para cada turma foram feitas duas tabelas e dois gráficos (de setores tridimensional e de barras horizontais - ver anexo 4), mostrando quais dos 17 termos são os mais e os menos conhecidos pelo aluno adolescente, sendo que todos os termos fazem parte da Geometria do ensino Fundamental, portanto já foram trabalhados ou passaram, em algum momento, pelo espaço cognitivo do estudante. O quadro 9 a seguir mostra o resultado geral obtido, tendo em vista que as respostas classificadas como A, T e R foram somadas e consideradas certas ou razoáveis (sem o formalismo da Matemática).

Quadro 11 – Resultados obtidos para definição de certos termos relacionados a

Geometria

TURMAS	RESPOSTAS ACEITÁVEIS	RESPOSTAS INSUFICIENTES
2-C(2001)	48%	52%
2-D(2001)	48%	52%
2-B(2002)	53%	47%
2-C(2002)	42%	58%
MÉDIA	48%	52%

O gráfico 7, a seguir, mostra o resultado geral para as dezessete palavras relacionadas com o termo Geometria. Percebe-se que o conceito de “diagonal” não está claro para a maioria dos alunos. Isso vai desencadear uma série de dificuldades toda vez que o aluno tiver que acessar o termo para usá-lo na configuração de uma situação-problema.

Gráfico 7 – Respostas aceitáveis/topológicas e regulares para um total de 237 alunos

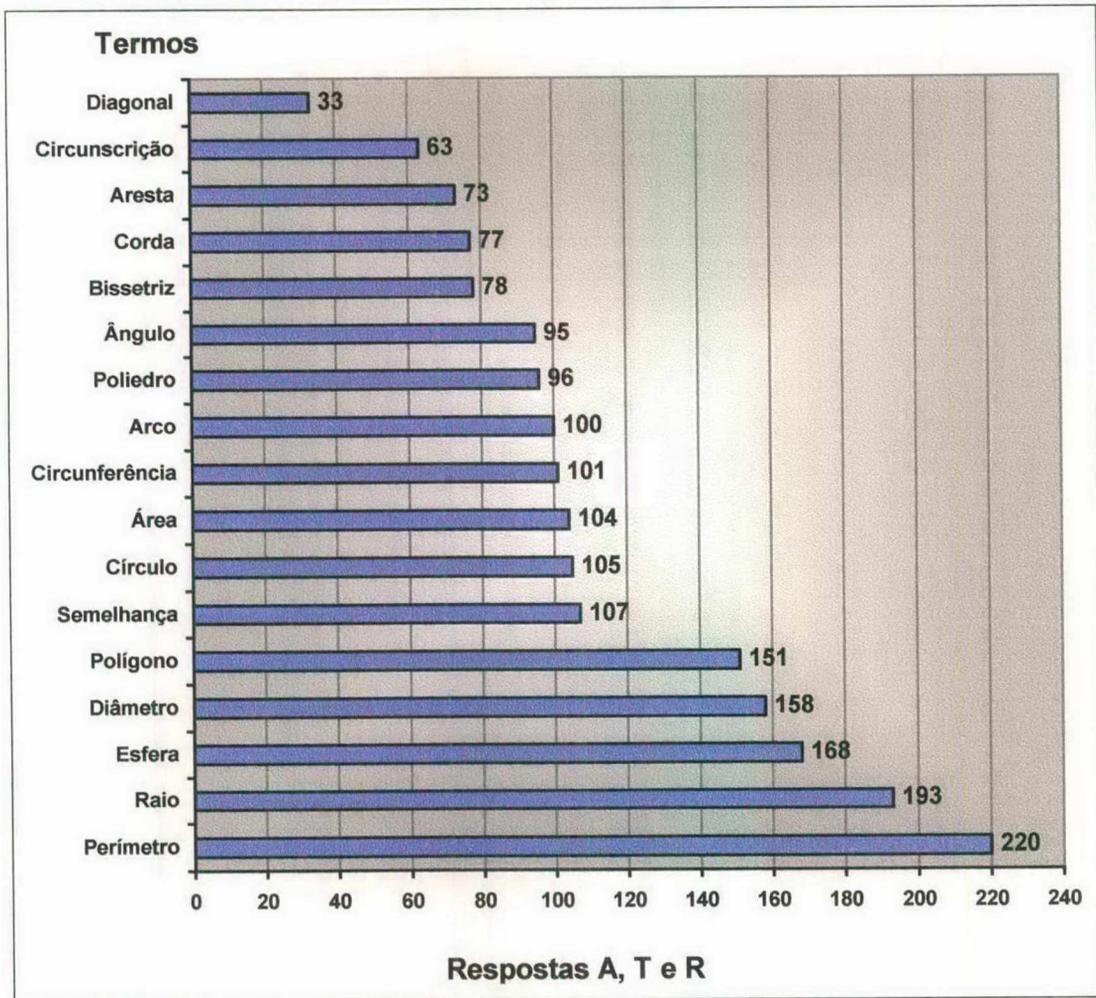
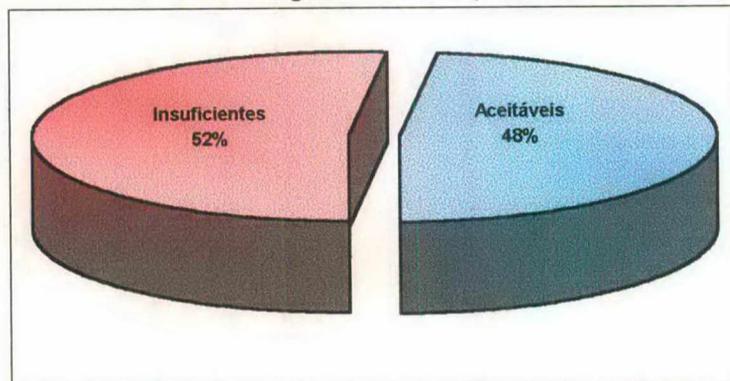


Gráfico 8 – Resultado geral das respostas aos 17 termos



Foram 237 alunos envolvidos na pesquisa e 4029 respostas analisadas. Os resultados levam a reforçar a convicção de que, nas séries iniciais do ensino Fundamental, os conteúdos não foram devidamente apropriados pelos alunos. Dessa forma, por um lado, a identificação das representações sobre alguns termos da geometria, esclarece sobre os aspectos específicos desse conteúdo, que venham direcionar um procedimento didático para diminuir as deficiências encontradas.

3.3 Uma Experiência Pedagógica com os Alunos do CEFET

Para analisar o desempenho dos alunos adolescentes, no tocante à aprendizagem de certos elementos pertinentes à Geometria Plana e Espacial, elaborou-se uma prática de ensino diferenciada, procurando levar em consideração, todos os fatores motivadores e modificadores expostos neste trabalho.

Considerando que para Vygotsky (1989) a atividade criativa se manifesta onde quer que a imaginação humana combine, mude e crie alguma coisa nova, diferente do corriqueiro, a ação praticada com os alunos do CEFET, foi sem dúvida, bastante criativa.

O experimento a seguir foi aplicado aos alunos de uma turma de 2ª série do Ensino Médio do CEFET. As atividades são propostas para um aprendizado significativo da Geometria, com estratégias focadas numa pedagogia do envolvimento e fundamentada no emocional (recurso).

Vale salientar alguns dados importantes: o número de alunos em sala de aula; a disposição das carteiras; o uso da PNL.

Aproveitando estes momentos, pôde-se proporcionar ao aprendiz o acesso ao conhecimento de maneira diferenciada. O desafio de usar a PNL como alternativa metodológica para o ensino da Geometria depende muito da sensibilidade do educador em preparar quadros onde se possa fazer associações e metáforas, aumentando a atenção e o interesse de uma forma inédita. O uso da PNL deixa o aluno num estado mais reflexivo.

O propósito foi provocar uma atitude de mudança didático pedagógica na aula.

3.3.1 Descrição da Atividade – Geometria Espacial – Construindo Poliedros

Tema: Construção de Poliedros Regulares com canudos.

Nesta atividade os alunos foram divididos em equipes, que tinham como objetivo a construção dos três primeiros poliedros regulares (tetraedro regular, hexaedro regular, octaedro regular), através de canudinhos plásticos rígidos e vazados

A exploração de diferentes materiais concretos para o desenvolvimento do significado das noções geométricas elementares, o desenvolvimento de uma educação visual adequada e uma análise das diferentes representações surgidas na solução de uma mesma situação proposta; o desenvolvimento do raciocínio ativado pela visualização foram as principais características que nortearam a ação pedagógica aplicada.

Na prática observa-se que a utilização de dois tipos de representação concreta pode favorecer o aluno a visualizar, reconhecer e analisar as propriedades geométricas. Caracterizam-se estes tipos de representação

como: modelo casca – que representa a superfície do poliedro; modelo esqueleto – que representa a estrutura das arestas do poliedro.

Portanto, cada equipe estava incumbida de construir três poliedros do tipo esqueleto. Antes de começar a tarefa, explicou-se o significado das palavras: POLIEDRO, FACES (F), VÉRTICES (V) E ARESTAS (A). Foi explicado, também, o “teorema de Euler” para os poliedros convexos $\Rightarrow V + F = A + 2$ e distribuiu-se folhas com a tabela P e as figuras dos sólidos. Isso iria ajudar na construção dos mesmos (ver anexo 8). O material disponível para as equipes era: fios de nylon, canudos de plástico, tesouras, pistola para cola quente.

Os alunos deveriam descobrir por eles mesmos quantos canudinhos iriam precisar na construção de cada poliedro. Foi uma preocupação apresentar indagações no decorrer das construções dos modelos. Assim, uma das características mais interessantes das atividades que envolvem a construção de modelos de poliedros é o questionamento que surge ao longo dos processos de construção e que proporciona ao aluno oportunidade para conjecturar sobre diversas situações geométricas. Outrossim, o incentivo e o trabalho em grupo permitem ao aluno, entre outros aspectos, desenvolver a linguagem matemática, pois o educando é levado constantemente a discutir idéias e a confrontá-las com as de seus colegas, enquanto trabalham.

Quadro 12 – Tabela P dos poliedros regulares

POLIEDRO REGULARES	FACES	VÉRTICES	ARESTAS
TETRAEDRO REGULAR			
HEXAEDRO REGULAR			
OCTAEDRO REGULAR			
DODECAEDRO REGULAR			
ICOSAEDRO REGULAR			

Um dos problemas interessantes colocados nesta atividade era: como tornar rígida a estrutura do cubo? (sem usar a cola quente para fixar os seus vértices) Este momento foi didaticamente muito importante, pois o aluno estava motivado a descobrir o porquê das figuras em forma de triângulo não se deformarem.

Acredita-se que a manipulação dos materiais, a observação dos desenhos e das figuras construídas auxiliem o aluno na formação das imagens mentais necessárias para que se familiarize não somente com as partes nas quais os sólidos se constituem, mas com noções espaciais mais elaboradas, como as de cortes e de secções planas, preparando-se de uma forma lúdica para resolver problemas que exijam um raciocínio espacial mais desenvolvido.

Claramente esta experiência é mais uma abordagem metodológica baseada no processo de construção do conhecimento matemático do aluno através de confrontos com situações-problema, colocadas para a compreensão, reconhecimento ou interpretação de relações visualmente.

Para diminuir as dificuldades apresentadas pelos alunos na visualização de sólidos geométricos e a desmotivação que muitos estudantes evidenciam nas aulas de Geometria Espacial, buscaram-se meios para facilitar o ensino das propriedades geométricas dos sólidos tornando esse ensino mais atrativo e motivador.

A construção de sólidos geométricos por meio de materiais concretos leva o aluno a vivenciar os conceitos espaciais através de experiências elementares.

Os alunos, num total de 32, foram divididos em 8 equipes de 4 elementos, cujo objetivo era a construção dos 3 primeiros poliedros regulares, através de canudos de plástico rígido e vazado, o que se denomina de modelo esqueleto, pois os sólidos são construídos por meio de suas arestas. Embora

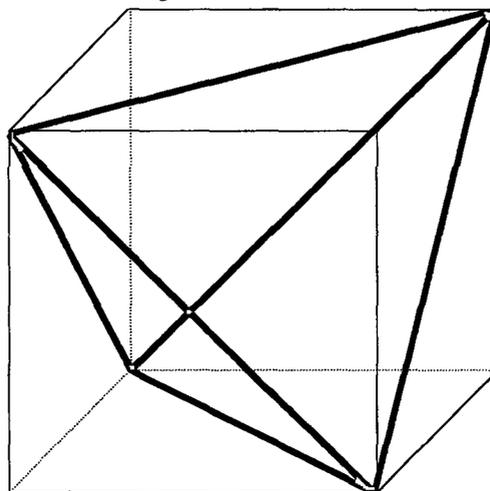
os modelos forneçam uma representação grosseira, seu uso é indicado devido à sua fácil manipulação, o que permite rapidez na construção das estruturas.

A cada aluno eram fornecidas duas folhas de papel que continham as informações necessárias para a realização da tarefa, porém não era mencionado o número de canudos (arestas) que cada poliedro apresenta, mas havia a sua representação plana (desenho). A equipe deveria descobrir quantos canudinhos eram necessários e também como fazer para ligá-los, formando a figura.

Embora a construção dos três primeiros poliedros, tenha se constituído num desafio para a maioria das equipes, surgiram questões importantes durante a realização da tarefa. Por que o triângulo não se deforma? Por que o quadrado se deforma? Como fazer para que a estrutura do cubo se mantenha rígida sem o uso de cola quente para fixar as arestas nos vértices?

Como as equipes observaram que a estrutura construída para o cubo não era rígida, pois seus lados não ficavam por si sós perpendiculares à superfície da mesa, levou-se a conjecturar como tornar essa estrutura rígida. Os alunos observaram que se construíssem triângulos nas faces dessa estrutura ou no seu interior, ela se enrijeceria (figura 20).

Figura 20 – Diagonais das faces de um cubo



Para resolver o problema da rigidez da estrutura a equipe construiu um tetraedro formado por seis diagonais das faces do cubo.

Existem atividades que complementam as construções das estruturas dos sólidos regulares mais simples. Elas são interessantes, pois envolvem as estruturas anteriormente construídas e podem ser utilizadas em diversas situações de ensino.

No final da aula, pediu-se aos alunos que fizessem uma avaliação das atividades propostas. Para tanto distribuíram-se a cada aluno, três cartões: um vermelho, um amarelo e um azul. A finalidade era analisar a receptividade dos estudantes em relação a esse tipo de aula interativa.

O cartão azul designava que a aula foi interessante e prazerosa. O cartão amarelo identificava uma aula regular e o cartão vermelho indicaria uma aula sem novidades e com pouca interação. Os resultados foram os seguintes:

Quadro 13 – Análise da aula por parte dos alunos

CARTÕES	AZUIS	AMARELOS	VERMELHOS
ALUNOS	30	2	0

Conclui-se que a aula com o auxílio de materiais alternativos é uma das soluções para o aprendizado com sucesso de Geometria, afinal 94% da platéia ficou satisfeita.

Outro meio alternativo que não se pode deixar de salientar é o uso do computador, através de softwares educativos, específicos de Geometria. O que restringe seu uso em muitas escolas é a falta de um ambiente de aprendizagem adequado e de uma estrutura para facilitar a exploração deste recurso por parte de alunos e professores.

3.4 Conclusão

Com base nos resultados obtidos na primeira parte dessa pesquisa, onde foi analisada a Matemática e a Geometria que compõe o universo de alunos adolescentes (2ª série - ensino médio) de uma escola particular de Curitiba, concluiu-se que:

- a) A maioria dos alunos pesquisados gostam de estudar Matemática;
- b) A maioria dos alunos detém uma visão mais utilitária da Matemática;
- c) Aproximadamente 70% dos alunos pesquisados, apresenta boa compreensão dos conteúdos - relacione-se a isto o aspecto das múltiplas inteligências;
- d) A maioria dos alunos não segue uma metodologia de estudo adequada - estuda apenas para fazer provas;
- e) A maioria dos alunos não domina uma linguagem simbólica adequada em Matemática para ajudá-los na interpretação e resolução de problemas;
- f) O domínio de conceitos elementares (Ausubel-1980) em Geometria é fundamental para o desencadeamento de estratégias de resolução dos problemas e que a exploração mais detalhada do significado desses conceitos se faz necessária.

Na segunda parte da pesquisa que é referente ao aspecto didático-pedagógico do ensino da Geometria, feito com os alunos do CEFET, concluiu-se que:

- a) Aulas de caráter diferenciado, associadas a informações sobre a mente e o desenvolvimento do adolescente ajudam o professor a conseguir melhores resultados;

- b) O ambiente escolar influi de maneira decisiva no tocante à aprendizagem;
- c) A exploração das pressuposições da PNL pode diminuir a aversão pela Matemática;
- d) O desenvolvimento das inteligências implica necessariamente uma evolução da afetividade;
- e) A melhor maneira de aprender a visualizar o espaço tridimensional é construindo objetos que mostrem os conceitos espaciais.

Por meio das atividades relatadas, procurou-se enfatizar a importância de uma abordagem pedagógica que dê oportunidade ao aluno para desenvolver sua coordenação motora, concentrar-se numa tarefa, exercitar a sua paciência, criar imagens, interpretar desenhos, conjecturar e intuir soluções para problemas, habilidades essas que são úteis para o desenvolvimento de idéias matemáticas mas também para o desenvolvimento completo do estudante. A beleza das formas e estruturas construídas ajudam o aluno a se interessar pelas aulas de Geometria.

Como consequência, a aprendizagem tornou-se mais significativa, pela participação do aluno, na descoberta do conteúdo e pelo crescimento de suas capacidades cognitivas.

A complexidade do contexto em que foi realizado o trabalho, leva a refletir sobre uma rede que deve ser tecida no ambiente, propiciando a construção do conhecimento, em que todos os componentes interagem centralizados na relação professor-aluno, fundamental para o sucesso ou fracasso dos processos de ensino-aprendizagem.

4 CONSIDERAÇÕES FINAIS E RECOMENDAÇÕES PARA FUTUROS TRABALHOS

4.1 Considerações Finais

Neste trabalho buscou-se uma outra abordagem para o ensino de Geometria, primeiro analisando as dificuldades encontradas pelo aluno do ensino médio em relação à Matemática como um todo. Concluímos que o principal entrave está relacionado à falta de compreensão dos seus conteúdos elementares por parte dos estudantes, o que dificulta um aumento de informações baseadas nestes pré-requisitos. O aluno adolescente não percebe o papel que a Matemática desempenha na construção de todo o edifício do conhecimento humano. Outros fatores que influem no aprendizado da Matemática e por extensão da Geometria que foram analisados são: a participação dos alunos na sala de aula, os meios e as técnicas usadas para o estudo da disciplina. Comprovamos que se a aula for expositiva, esta deve assumir um caráter dialógico, ou seja uma técnica de ensino capaz de estimular o pensamento crítico do aluno. Professor e alunos devem estabelecer uma relação de intercâmbio de conhecimentos e experiências, numa busca recíproca do saber.

A fundamentação teórica usada neste trabalho foi baseada nas teorias de Bandler (1987) e Wallon (1971) para a utilização da emoção no ensino da Geometria, como recurso para ajudar a aprendizagem, diminuindo o pavor em relação à Matemática e explorando as pressuposições da PNL, como:

SE ALGO É POSSÍVEL PARA ALGUÉM NO MUNDO, TAMBÉM É POSSÍVEL DE SER APRENDIDO.

- QUALQUER COISA PODE SER APRENDIDA SE FOR ABORDADA DE MANEIRA ADEQUADA.
- NÃO EXISTE FRACASSO, EXISTEM APENAS RESULTADOS.

Buscamos também nas teorias de Ausubel (1980), Vygotsky (1987), Dewey (1959) e na teoria das inteligências múltiplas de Gardner (1994), interações entre o desenvolvimento e o aprendizado. Destacamos que a aprendizagem em Matemática e por conseguinte em Geometria está relacionada à apreensão do significado. Assim, o tratamento dos conteúdos deve se efetuar numa abordagem em que as conexões sejam favorecidas e destacadas.

Para coletarmos os dados necessários, aplicamos questionários de cunho qualitativo, de associação livre, testes e desenvolvemos uma aula experimental.

O propósito foi analisar o que acontece no processo de construção do conhecimento geométrico por parte dos alunos adolescentes, quais as dificuldades e quais as alternativas para um aprendizado de qualidade.

O professor preocupado com a aprendizagem de seus alunos deve estar sempre empenhado em utilizar procedimentos que se mostrem eficientes nesse propósito. Tais procedimentos devem ser facilitadores da integração entre o conteúdo em estudo e as experiências e conhecimentos prévios dos alunos. A educação da emoção deve ser incluída entre os propósitos da ação pedagógica, o que supõe o conhecimento íntimo do seu modo de funcionamento. Necessitamos de profissionais da educação que possam e saibam atuar com competência em sua atividade e que também sejam apaixonados pelo que fazem e verdadeiros no cumprimento de suas missões.

Por outro lado, achamos útil ainda acrescentar que, apesar do incentivo às mudanças em favor da modernidade na atuação pedagógica dos professores, os meios escolares podem ainda se apresentar não motivados à implantação das mesmas e continuar a oferecer resistência a posturas pedagógicas inovadoras.

É fundamental que se reveja toda a estrutura que permeia o processo ensino-aprendizagem de Geometria nos três níveis de ensino para propor metodologias adequadas. Pelo que comprovamos, a falta do Desenho Geométrico nas séries iniciais afeta a faculdade de visualização dos alunos. Os estudantes entram para o Ensino Médio, sem saber o suficiente de Geometria para se saírem bem. Como foi destacado na pesquisa, apenas 48% desses alunos compreendem o significado de termos básicos. Conseqüentemente, as experiências em Geometria são insuficientes. A Geometria é importante no mundo real e na Matemática para ser apenas um adorno na escola ou um território de apenas metade dos alunos do Ensino Médio.

No tocante à aula experimental, realizada com os alunos do CEFET, convém destacar que: os alunos tiveram um bom desempenho para o objetivo proposto; o uso de materiais didáticos manipuláveis aumenta o aprendizado; o sucesso reforça a motivação para aprender Geometria; o número de alunos em classe contribuiu para o sucesso da atividade; o ambiente escolar também influi nas situações de aprendizagem.

Portanto, para atender à diversidade de motivações, de capacidades e conhecimentos prévios, de distintos universos adolescentes, que temos em nossas classes, deve-se levar em consideração algumas sugestões para facilitar o aprendizado de Geometria no Ensino Médio:

- a) diminuição da razão alunos/professor. O número de alunos em aula condiciona a capacidade de adaptação à diversidade pelo professor,

- dificultando o manejo da classe. A maior dificuldade no ensino da Matemática requer grande controle e interação entre o docente e a classe;
- b) exigir de todos os alunos um nível significativo de competência em Geometria;
 - c) tornar clara a terminologia usada nas discussões e nos conteúdos de Geometria;
 - d) montagem de pequenos laboratórios de Geometria, com materiais didáticos produzidos em conjunto com os alunos, mesmo nas turmas das séries iniciais;
 - e) montagem de pequenos projetos de construção de modelos de figuras geométricas, os quais podem servir até mesmo como instrumento de avaliação de aprendizagem do aluno
 - f) identificar o nível de maturidade geométrica dos alunos segundo Van Hiele (1992) e achar os caminhos para ajudá-los a avançar de um nível para o outro;
 - g) organização de feiras de Geometria para toda a escola, na qual todos os alunos tenham oportunidade de manipular e interagir com os materiais concretos;
 - h) organização de trabalhos interdisciplinares envolvendo Geometria;
 - i) usar a informática, como recurso, para o ensino da Geometria.

4.2 Recomendações para Futuros Trabalhos

Nossa investigação partiu da análise das dificuldades encontradas pelos alunos em Matemática, para depois examinar especificamente a parte de

Geometria no que diz respeito ao aprendizado de conceitos elementares e na maneira como esses conceitos são transmitidos por parte do professor. Acreditamos que os fundamentos psicológicos das teorias da educação devem ter a mesma equivalência que os conhecimentos matemáticos na condução do aprendizado. A fusão entre a matemática acadêmica e a educação matemática deve estar presente no plano mental do professor, preocupado com o desenvolvimento dos seus alunos. Portanto na continuidade desse estudo sugerimos as seguintes frentes:

- a) Os professores tem bons conhecimentos de Matemática mas poucos em educação? Em decorrência o aprendizado não é satisfatório, aumentando a aversão pela Matemática?;
- b) O emprego de computadores na educação como um meio que possibilita uma aprendizagem ativa. Qual o percentual de professores de uma escola, município ou estado que utiliza efetivamente essa ferramenta em suas aulas de Geometria? A escola não pode mais funcionar como um meio inibidor do desenvolvimento das noções espaciais do estudante. Pode-se oferecer aos alunos a possibilidade de aprimorar seus conhecimentos usando ambientes computacionais que executem a Geometria Dinâmica?;
- c) Como está o aprendizado da Geometria nas escolas públicas para os alunos do nível médio?;
- d) Quais as implicações das aplicações da computação gráfica ao ensino de Geometria?;
- e) Analisar, de uma perspectiva curricular, o programa de Geometria no nível médio para as escolas;

- f) Analisar a metodologia usada por professores de matemática no ensino da Geometria;
- g) Lidar direta e explicitamente com a organização dos modelos de pensamento dos alunos e sua construção de argumentações lógicas;
- h) Como desenvolver atividades geométricas que favoreçam o aprendizado dos conceitos geométricos e melhorem a habilidade de percepção visual?

Para finalizar, esperamos ter contribuído, de alguma forma para melhorar o quadro para o ensino da Geometria, fornecendo pistas para que outras situações sejam exploradas, estimulando os professores a repensarem sua “práxis” pedagógica.

O ensino/aprendizagem da matemática pode e deve ser encarado de maneira prazerosa, tanto para professores como para alunos. Portanto, dentro das novas realidades do processo cognitivo destacamos que o objetivo final é a união entre ensino, paixão e prazer.

A perspectiva de se educar, com as inúmeras opções que a tecnologia nos possibilita, mas se educar pelo afeto, tornou-se sem dúvida, desafiadora e relevante, mostrando que, se quisermos um novo universo, deveremos fazê-lo através de novas estratégias, que ampliem não apenas nossa área cognitiva mas também nossa área emocional, almejando maior amplidão de formas comunicativas entre os seres humanos.

ANEXOS

Anexo 1 – Modelo de Questionário Aplicado nas Turmas de Segundos Anos do Colégio DB

Pesquisa em Educação Matemática.

Ensinar Matemática de forma interessante e produtiva tem sido um grande desafio para os professores comprometidos com um ensino de melhor qualidade. A Matemática existe, como já disse o filósofo em toda a parte. É preciso, porém olhos para vê-la, inteligência para compreendê-la e alma para admirá-la.

Responda com seriedade as questões abaixo. Elas vão ajudar a propor atividades em Matemática que favoreçam o seu aprendizado.

1) Você gosta de Matemática? Sim () não ()

Por quê? _____

2) É importante para você aprender Matemática? Explique.

3) Na sua vida onde você aplica Matemática?

4) Você entende bem os conteúdos trabalhados pelo seu professor de Matemática? () sim () não

Por quê? _____

5) Indisciplina e falta de atenção não são compatíveis com o aprendizado em Matemática. Que maneira você usa para aproveitar ao máximo suas aulas de Matemática?

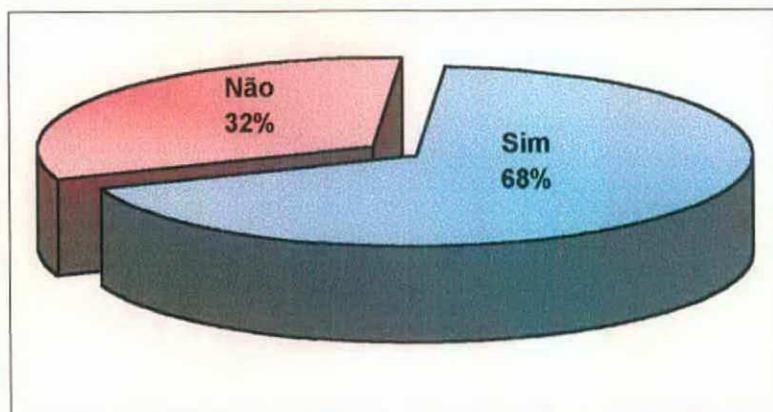
6) Qual é o seu método (estilo) para aprender (estudar)? Você utiliza-o a seu favor ou apenas para realizar uma prova?

Nome: _____

PERCEPÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À DISCIPLINA DE MATEMÁTICA
TURMA 2-C

TENDÊNCIAS GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS	
	1. Tenho facilidade para lidar com números, cálculos	7
	2. Necessária para a vida	5
	3. Gosto da matéria se houver entendimento, compreensão	5
	4. Usa o tempo inteiro	4
	5. Desenvolve o raciocínio	3
	6. Gosto de estudar	3
	7. Tem que gostar para aprender	2
	8. Ajudar no futuro- vestibular- profissional	1
	9. É muito importante	1
	10. É lógica e útil	
	TOTAL	32
NÃO GOSTAM	1. Tenho dificuldade para aprender	5
	2. É muito difícil e complicada	5
	3. É muito chata e monótona	3
	4. Não é útil em minha vida	2
	TOTAL	15

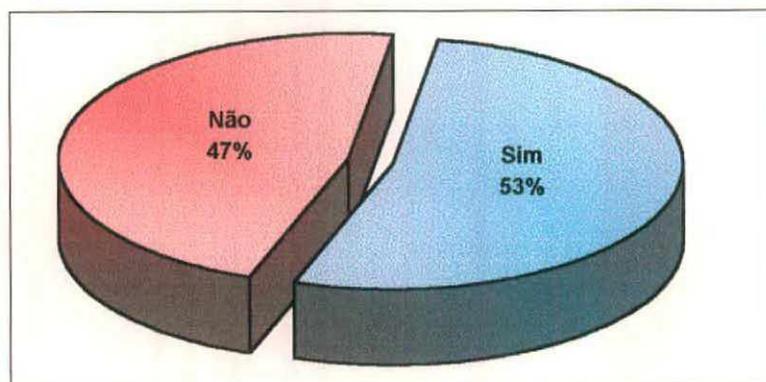
APRECIÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO A MATEMÁTICA



PERCEPÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À DISCIPLINA DE MATEMÁTICA TURMA 2-D

TENDÊNCIAS GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS	
GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	1. Gosta da matéria quando há entendimento	9
	2. Desenvolve o raciocínio	6
	3. Usa o tempo inteiro, nas atividades diárias	4
	4. Ajudar no futuro - vestibular - profissional	2
	5. Necessária para a vida	1
	6. Tem que gostar para aprender	1
	7. É muito importante - base para as outras disciplinas	1
	TOTAL	24
NÃO GOSTAM	1. Difícil e complicada, determinados assuntos (conteúdos) não vou precisar	7
	2. Nunca me dei bem em Matemática. Toda minha vida fui mal em Matemática	3
	3. Exige muito do aluno	2
	4. Não é útil	2
	5. Não tenho interesse	2
	6. Não gosto de cálculos (exatas)	2
	7. É muito chata e monótona	1
	8. Dificuldade para aprender	1
	9. Não entendo	1
TOTAL	21	

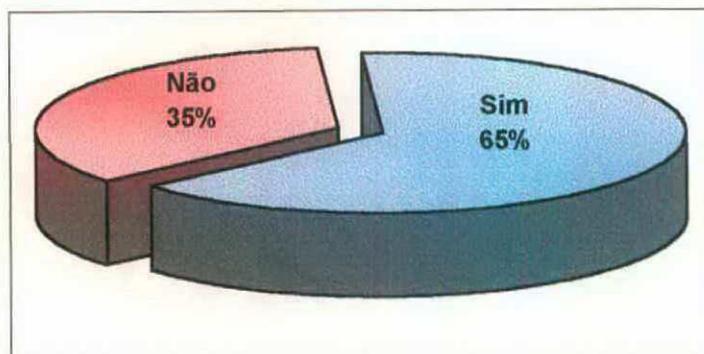
APRECIÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO A MATEMÁTICA



PERCEPÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À DISCIPLINA DE MATEMÁTICA TURMA 2-N

TENDÊNCIAS GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS	
GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	1. Desenvolve o raciocínio	10
	2. Gosta da matéria quando há entendimento compreensão	7
	3. Tenho facilidade para lidar com números cálculos	6
	4. Necessária para a vida	5
	5. É lógico e útil	3
	6. Gosto de estudar	3
	7. Usa o tempo inteiro	2
	8. Tem que gostar para aprender	1
	9. Gosto da área de exatas	1
	10. É muito importante	1
	TOTAL	39
NÃO GOSTAM	1. Tenho dificuldade para aprender	5
	2. Não vejo utilidade. Certos conteúdos são desnecessários	5
	3. Não tenho interesse	3
	4. Não entendo	3
	5. É difícil e complicada	2
	6. É chata e monótona	2
	7. Exige muito do aluno	1
	TOTAL	21

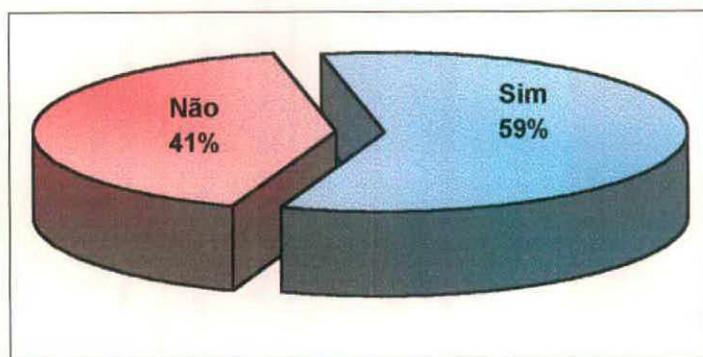
APRECIÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO A MATEMÁTICA



PERCEPÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À DISCIPLINA DE MATEMÁTICA
TURMA 2-C (2001)

TENDÊNCIAS GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS	
	1. Gosta da matéria quando há entendimento, compreensão	6
	2. Desenvolve o raciocínio	5
	3. É muito importante - base para as outras disciplinas	4
	4. Ajudar no futuro - vestibular - profissional	4
	5. Usa o tempo inteiro	4
	6. Necessária para a vida	2
	7. É lógica e útil	2
	8. Tenho facilidade para lidar com números, cálculos	2
	9. Gosta da área de exatas	1
	TOTAL	30
NÃO GOSTAM	1. Não gosto de cálculos, números	6
	2. Difícil e complicada	3
	3. Tenho dificuldade para aprender	3
	4. Não tenho interesse	2
	5. Não vejo utilidade	2
	6. Estudo só para o vestibular	2
	7. Exige muito do aluno	1
	8. É muito chata e monótona	1
	9. Maneira como é ensinada	1
	TOTAL	21

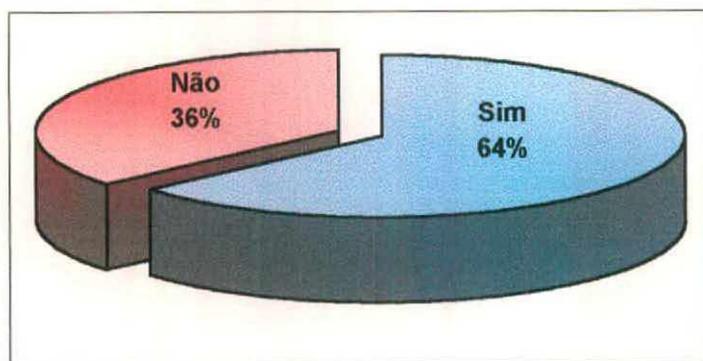
APRECIÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO A MATEMÁTICA



PERCEPÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO À DISCIPLINA DE MATEMÁTICA
TURMA 2-D (2001)

TENDÊNCIAS GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	JUSTIFICATIVAS DOS ALUNOS	
GOSTAM OU TÊM AFINIDADE	1. Gosta da matéria quando há entendimento, compreensão	9
	2. Usa o tempo inteiro	6
	3. Gosto de lidar com números, cálculos	6
	4. Ajudar no futuro - profissional - vestibular	5
	5. É necessária para a vida	4
	6. Tem que gostar para aprender	3
	7. Desenvolve o raciocínio	1
	8. Gosto de estudar	1
	TOTAL	35
NÃO GOSTAM	1. Tenho dificuldade para aprender	5
	2. Não gosto de cálculo	5
	3. É difícil e complicada	4
	4. Não tenho interesse	1
	5. Exige muito do aluno	1
	6. É muito chata e monótona	1
	7. É muito teórica	1
	8. Exige decorar muitas fórmulas	1
	9. Nunca me dei bem nisso	1
TOTAL	20	

APRECIÇÃO DOS ALUNOS EM RELAÇÃO A MATEMÁTICA



Anexo 2– Modelo do Teste Aplicado nas Turmas de Segundas Séries do Colégio DB

A REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA

Considere a letra x para representar um número inteiro. Exprese em linguagem algébrica, as seguintes sentenças:

SENTENÇA	REPRESENTAÇÃO SIMBÓLICA
a) O produto de dois números consecutivos	
b) O triplo do sucessor de um número	
c) Um número par	
d) Um número ímpar	
e) O produto do sucessor de um número pelo antecessor deste número	
f) O antecessor do sucessor de um número	

Nome: _____

Anexo 3 – questionário de associação livre. As representações da geometria – conceito e significado

ESCREVA SEIS PALAVRAS QUE O TERMO **GEOMETRIA** LHE FAZ PENSAR E, EM SEGUIDA, ESCOLHA DUAS QUE LHE PAREÇAM MAIS IMPORTANTES.

1. _____

2. _____

3. _____

4. _____

5. _____

6. _____

Anexo 4 – Lista dos 17 Termos Relacionados com Geometria

Escreva, qual é, para você, o significado das palavras relacionadas abaixo:

1. PERÍMETRO

2. DIÂMETRO

3. RAIOS

4. ÁREA

5. ÂNGULO

6. DIAGONAL

7. BISSETRIZ

8. POLÍGONO

9. CIRCUNFERÊNCIA

10. CÍRCULO

11. ESFERA

12. POLIEDRO

13. ARESTA

14. ARCO

15. CORDA

16. SEMELHANÇA

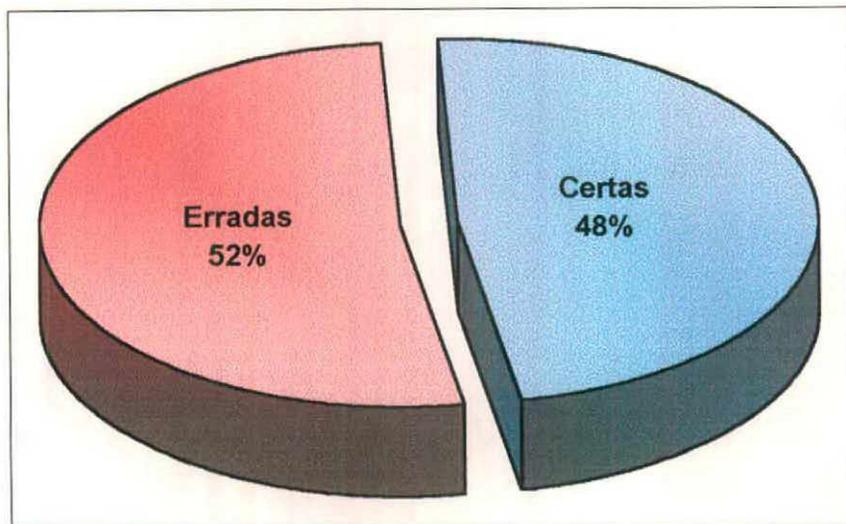
17. CIRCUNSCRIÇÃO

RESULTADOS DA TURMA 2-C (2001)

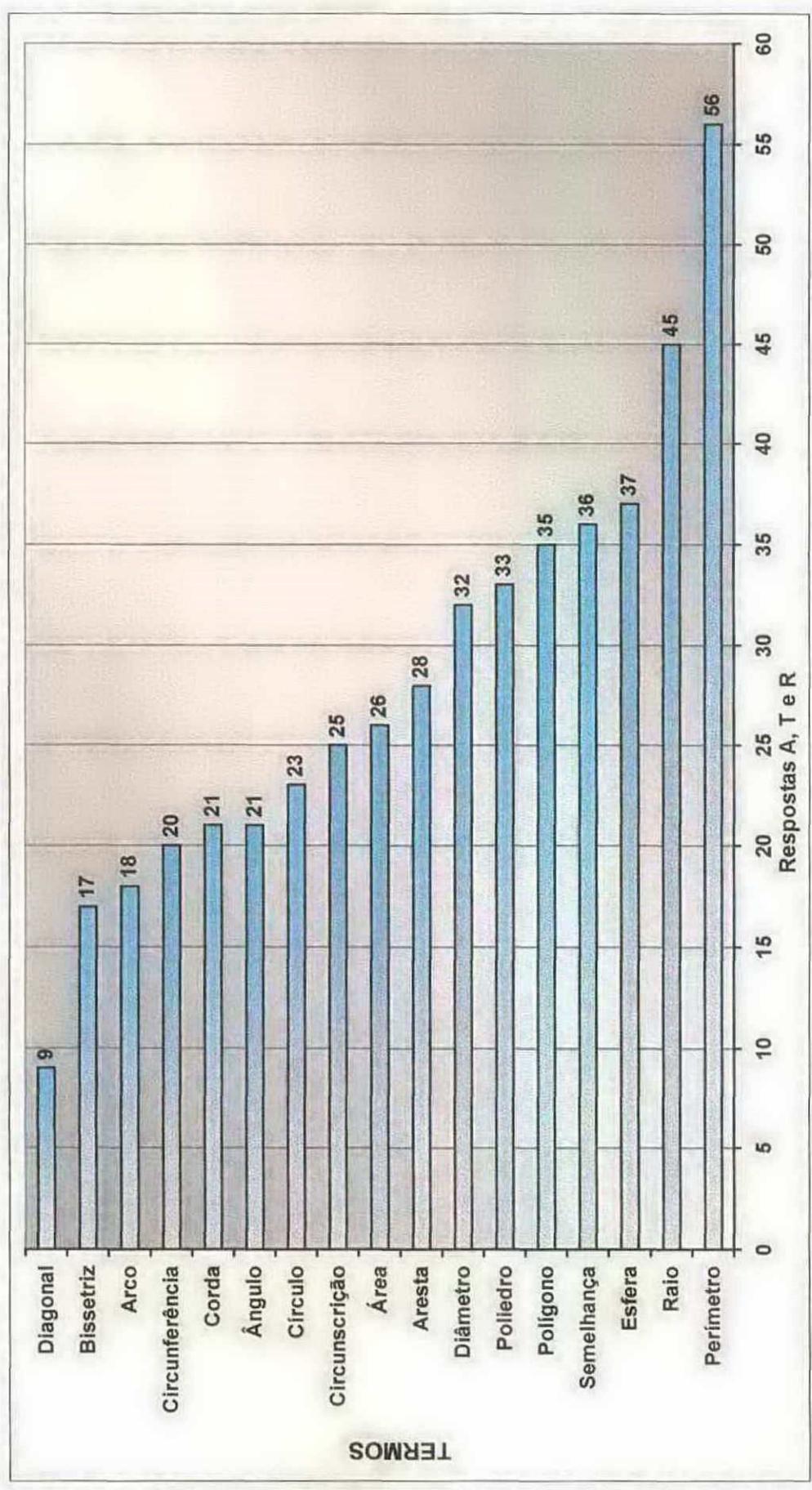
Termos	A	T	R	I	Respostas certas	Respostas erradas
1. PERÍMETRO	21	0	35	4	56	4
2. DIÂMETRO	22	0	10	28	32	28
3. RAIO	36	0	9	15	45	15
4. ÁREA	8	0	18	34	26	34
5. ÂNGULO	1	0	20	39	21	39
6. DIAGONAL	5	1	3	51	9	51
7. BISSETRIZ	12	0	5	43	17	43
8. POLÍGONO	22	0	13	25	35	25
9. CIRCUNFERÊNCIA	6	0	14	40	20	40
10. CÍRCULO	4	2	17	37	23	37
11. ESFERA	8	1	28	23	37	23
12. POLIEDRO	20	0	13	27	33	27
13. ARESTA	7	0	21	32	28	32
14. ARCO	7	0	11	42	18	42
15. CORDA	6	1	14	39	21	39
16. SEMELHANÇA	3	0	33	24	36	24
17. CIRCUNSCRIÇÃO	4	0	21	35	25	35
Total	188	5	264	503	457	503

Termos	% Certas	Termos	% Erradas
1. PERÍMETRO	93	6. DIAGONAL	85
3. RAIO	75	7. BISSETRIZ	72
11. ESFERA	62	14. ARCO	70
16. SEMELHANÇA	60	9. CIRCUNFERÊNCIA	67
8. POLÍGONO	58	5. ÂNGULO	65
12. POLIEDRO	55	15. CORDA	65
2. DIÂMETRO	53	10. CÍRCULO	62
13. ARESTA	47	17. CIRCUNSCRIÇÃO	58
4. ÁREA	43	4. ÁREA	57
17. CIRCUNSCRIÇÃO	42	13. ARESTA	53
10. CÍRCULO	38	2. DIÂMETRO	47
5. ÂNGULO	35	12. POLIEDRO	45
15. CORDA	35	8. POLÍGONO	42
9. CIRCUNFERÊNCIA	33	16. SEMELHANÇA	40
14. ARCO	30	11. ESFERA	38
7. BISSETRIZ	28	3. RAIO	25
6. DIAGONAL	15	1. PERÍMETRO	6,7

**GRÁFICO DA TURMA 2-C DAS RESPOSTAS CONSIDERADAS
TOTAL/PARCIALMENTE CERTAS E DAS RESPOSTAS ERRADAS**



RELAÇÃO DAS RESPOSTAS CORRETAS TOTAL E PARCIALMENTE DA TURMA 2-C (2001)

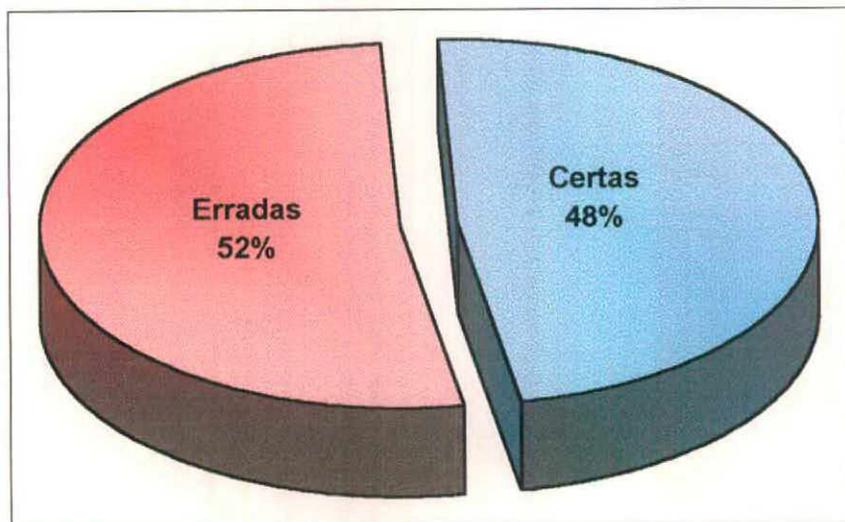


RESULTADOS DA TURMA 2-D (2001)

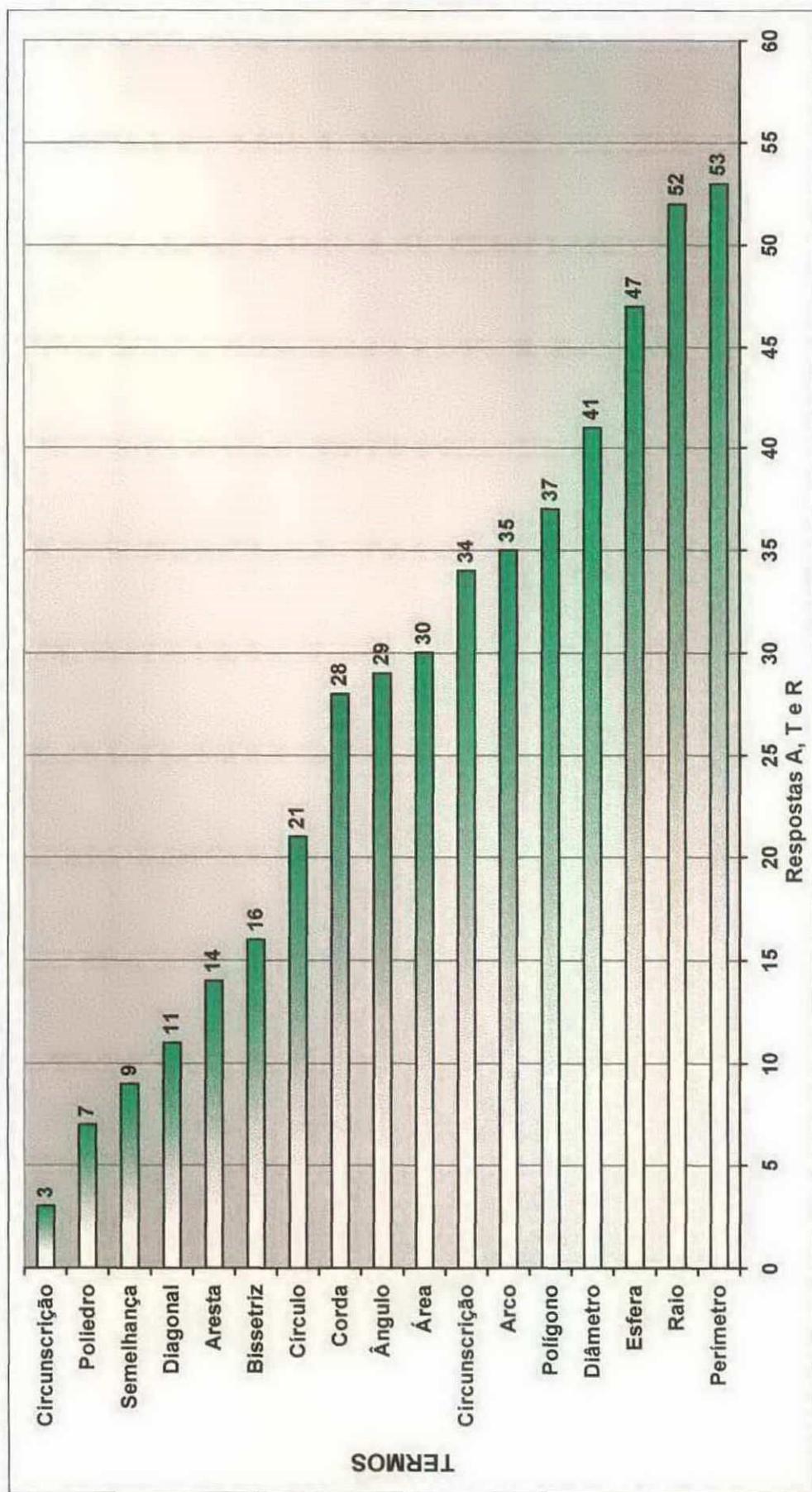
Termos	A	T	R	I	Respostas certas	Respostas erradas
1. PERÍMETRO	18	0	35	4	53	4
2. DIÂMETRO	9	19	13	16	41	16
3. RAIOS	28	19	5	5	52	5
4. ÁREA	6	8	16	27	30	27
5. ÂNGULO	1	12	16	28	29	28
6. DIAGONAL	0	8	3	46	11	46
7. BISSETRIZ	5	8	3	41	16	41
8. POLÍGONO	9	8	20	20	37	20
9. CIRCUNFERÊNCIA	8	20	6	23	34	23
10. CÍRCULO	4	13	4	36	21	36
11. ESFERA	2	10	35	10	47	10
12. POLIEDRO	2	0	5	50	7	50
13. ARESTA	2	6	6	43	14	43
14. ARCO	9	21	5	22	35	22
15. CORDA	5	10	13	29	28	29
16. SEMELHANÇA	0	0	9	48	9	48
17. CIRCUNSCRIÇÃO	0	0	3	54	3	54
Total	108	162	197	502	467	502

Termos	% Certas	Termos	% Erradas
1. PERÍMETRO	93	17. CIRCUNSCRIÇÃO	95
3. RAIOS	75	12. POLIEDRO	88
11. ESFERA	62	16. SEMELHANÇA	84
2. DIÂMETRO	60	6. DIAGONAL	81
8. POLÍGONO	58	13. ARESTA	75
14. ARCO	55	7. BISSETRIZ	72
9. CIRCUNFERÊNCIA	53	10. CÍRCULO	63
4. ÁREA	47	15. CORDA	51
5. ÂNGULO	43	5. ÂNGULO	49
15. CORDA	42	4. ÁREA	47
10. CÍRCULO	38	9. CIRCUNFERÊNCIA	40
7. BISSETRIZ	35	14. ARCO	39
13. ARESTA	35	8. POLÍGONO	35
6. DIAGONAL	33	2. DIÂMETRO	28
16. SEMELHANÇA	30	11. ESFERA	18
12. POLIEDRO	28	3. RAIOS	8,8
17. CIRCUNSCRIÇÃO	15	1. PERÍMETRO	7

**GRÁFICO DA TURMA 2-D DAS RESPOSTAS CONSIDERADAS
TOTAL/PARCIALMENTE CERTAS E DAS RESPOSTAS ERRADAS**



RELAÇÃO DAS RESPOSTAS CORRETAS TOTAL E PARCIALMENTE DA TURMA 2-D (2001)

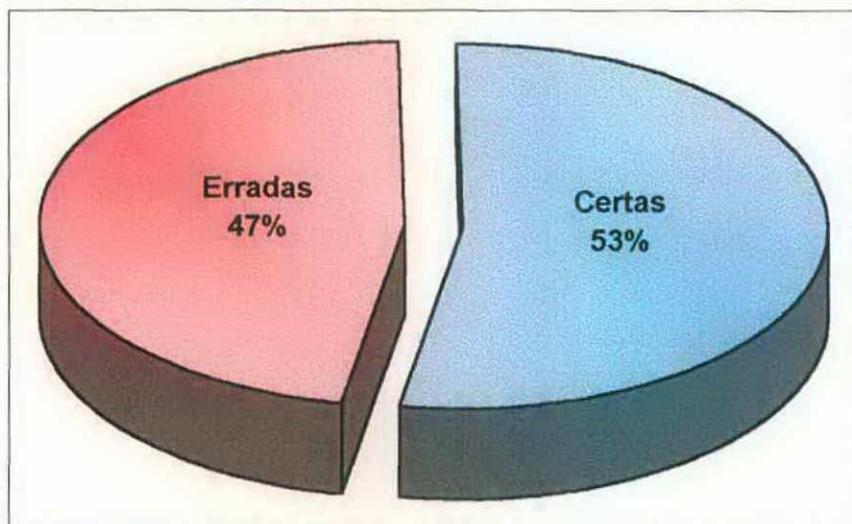


RESULTADOS DA TURMA 2-B (2002)

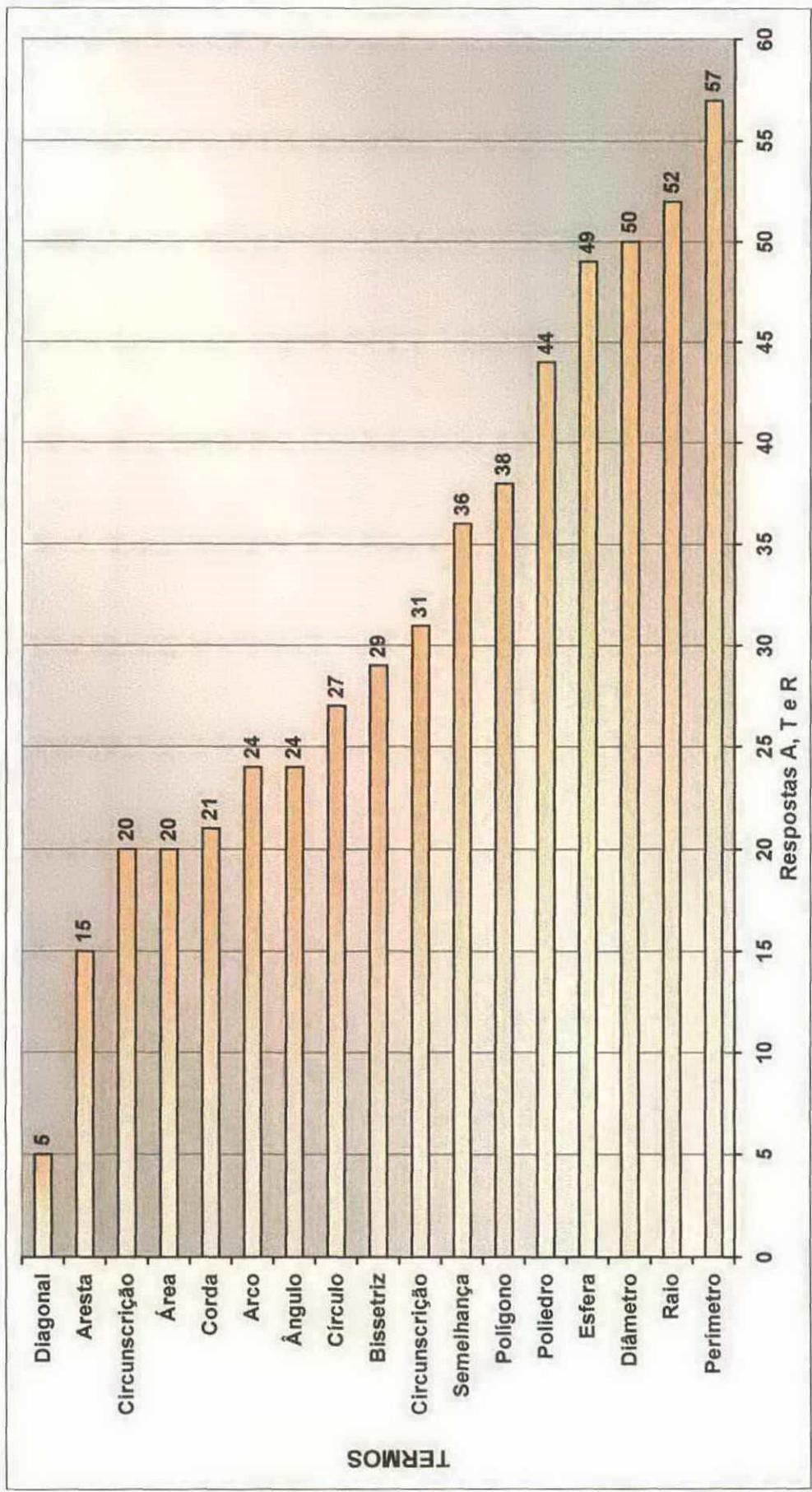
Termos	A	T	R	I	Respostas certas	Respostas erradas
1. PERÍMETRO	22	0	35	3	57	3
2. DIÂMETRO	36	4	10	10	50	10
3. RAI0	39	4	9	8	52	8
4. ÁREA	6	0	14	40	20	40
5. ÂNGULO	4	0	20	36	24	36
6. DIAGONAL	2	1	2	55	5	55
7. BISSETRIZ	16	1	12	31	29	31
8. POLÍGONO	21	1	16	22	38	22
9. CIRCUNFERÊNCIA	15	3	2	40	20	40
10. CÍRCULO	4	2	21	33	27	33
11. ESFERA	14	0	35	11	49	11
12. POLIEDRO	31	0	13	16	44	16
13. ARESTA	10	0	5	45	15	45
14. ARCO	16	3	5	36	24	36
15. CORDA	3	2	16	39	21	39
16. SEMELHANÇA	10	0	26	24	36	24
17. CIRCUNSCRIÇÃO	11	0	20	29	21	29
Total	260	21	261	478	542	478

Termos	% Certas	Termos	% Erradas
1. PERÍMETRO	93	6. DIAGONAL	92
3. RAI0	75	13. ARESTA	75
2. DIÂMETRO	62	4. ÁREA	67
11. ESFERA	60	17. CIRCUNSCRIÇÃO	67
12. POLIEDRO	58	15. CORDA	65
8. POLÍGONO	55	5. ÂNGULO	60
16. SEMELHANÇA	53	14. ARCO	60
9. CIRCUNFERÊNCIA	47	10. CÍRCULO	55
7. BISSETRIZ	43	7. BISSETRIZ	52
10. CÍRCULO	42	9. CIRCUNFERÊNCIA	48
5. ÂNGULO	38	16. SEMELHANÇA	40
14. ARCO	35	8. POLÍGONO	37
15. CORDA	35	12. POLIEDRO	27
4. ÁREA	33	11. ESFERA	18
17. CIRCUNSCRIÇÃO	30	2. DIÂMETRO	17
13. ARESTA	28	3. RAI0	13
6. DIAGONAL	15	1. PERÍMETRO	5

**GRÁFICO DA TURMA 2-B DAS RESPOSTAS CONSIDERADAS
TOTAL/PARCIALMENTE CERTAS E DAS RESPOSTAS ERRADAS**



RELAÇÃO DAS RESPOSTAS CORRETAS TOTAL E PARCIALMENTE DA TURMA 2-B (2002)

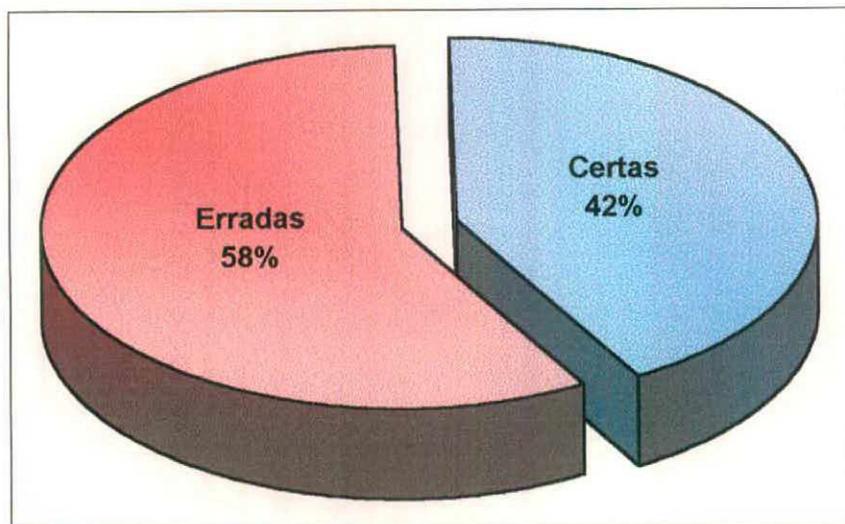


RESULTADOS DA TURMA 2-C (2002)

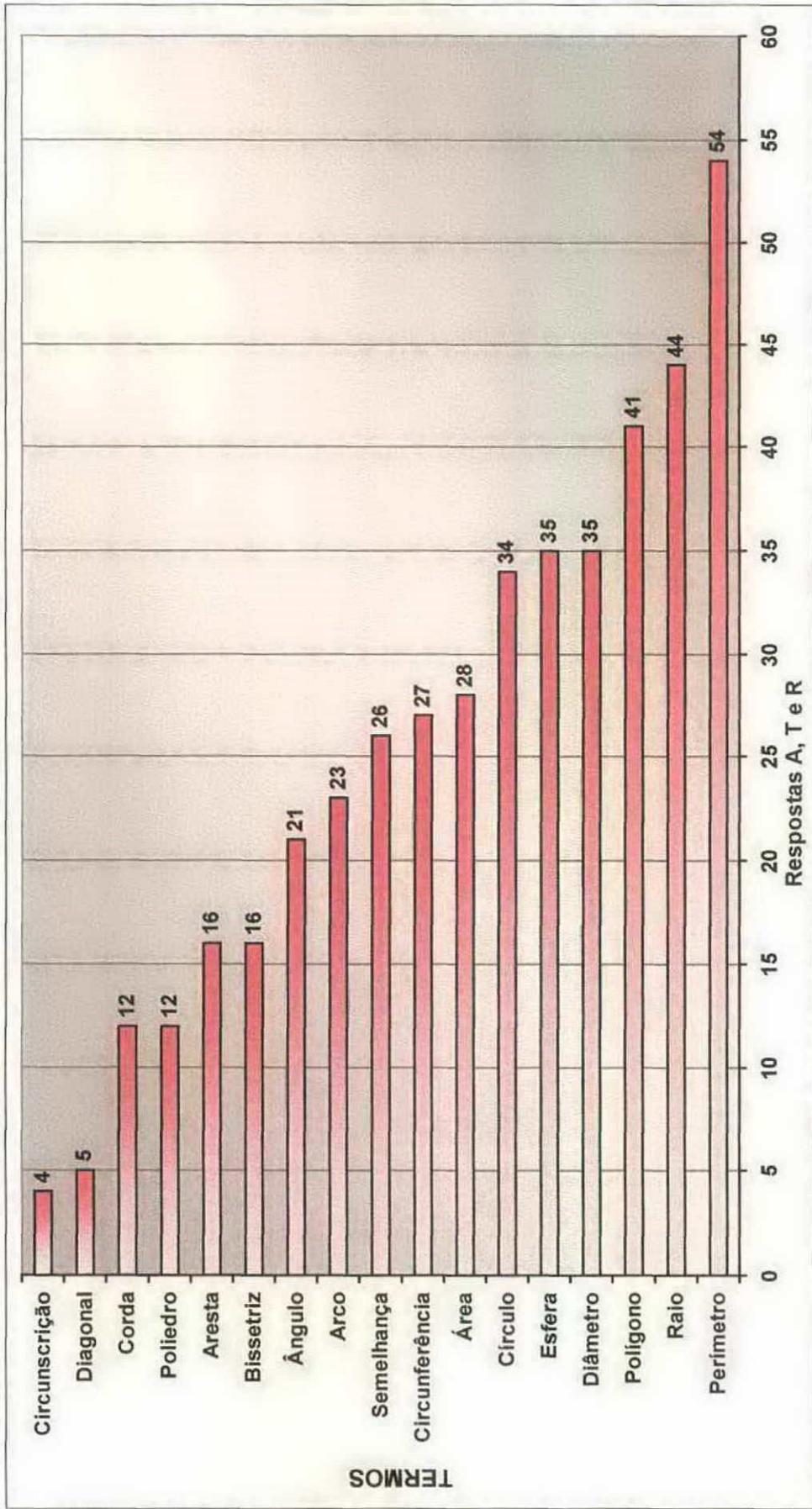
Termos	A	T	R	I	Respostas certas	Respostas erradas
1. PERÍMETRO	30	0	24	6	54	6
2. DIÂMETRO	19	10	6	25	35	25
3. RAIO	27	10	7	16	44	16
4. ÁREA	9	1	18	32	28	32
5. ÂNGULO	1	6	14	39	21	39
6. DIAGONAL	0	3	2	55	5	55
7. BISSETRIZ	6	2	8	44	16	44
8. POLÍGONO	17	3	21	19	41	19
9. CIRCUNFERÊNCIA	5	9	13	33	27	33
10. CÍRCULO	1	10	23	26	34	26
11. ESFERA	0	7	28	25	35	25
12. POLIEDRO	4	0	8	48	12	48
13. ARESTA	2	1	13	44	16	44
14. ARCO	7	6	10	37	23	37
15. CORDA	0	1	6	53	7	53
16. SEMELHANÇA	0	0	26	34	26	34
17. CIRCUNSCRIÇÃO	0	1	3	56	4	56
Total	128	70	230	592	428	592

Termos	% Certas	Termos	% Erradas
1. PERÍMETRO	90	9. CIRCUNFERÊNCIA	93
3. RAIO	73	6. DIAGONAL	92
8. POLÍGONO	68	15. CORDA	88
2. DIÂMETRO	58	12. POLIEDRO	80
11. ESFERA	58	7. BISSETRIZ	73
10. CÍRCULO	57	13. ARESTA	73
4. ÁREA	47	5. ÂNGULO	65
17. CIRCUNSCRIÇÃO	45	14. ARCO	62
16. SEMELHANÇA	43	16. SEMELHANÇA	57
14. ARCO	38	17. CIRCUNSCRIÇÃO	55
5. ÂNGULO	35	4. ÁREA	53
7. BISSETRIZ	27	10. CÍRCULO	43
13. ARESTA	27	2. DIÂMETRO	42
12. POLIEDRO	20	11. ESFERA	42
15. CORDA	12	8. POLÍGONO	32
6. DIAGONAL	8,3	3. RAIO	27
9. CIRCUNFERÊNCIA	6,7	1. PERÍMETRO	10

**GRÁFICO DA TURMA 2-C DAS RESPOSTAS CONSIDERADAS
TOTAL/PARCIALMENTE CERTAS E DAS RESPOSTAS ERRADAS**

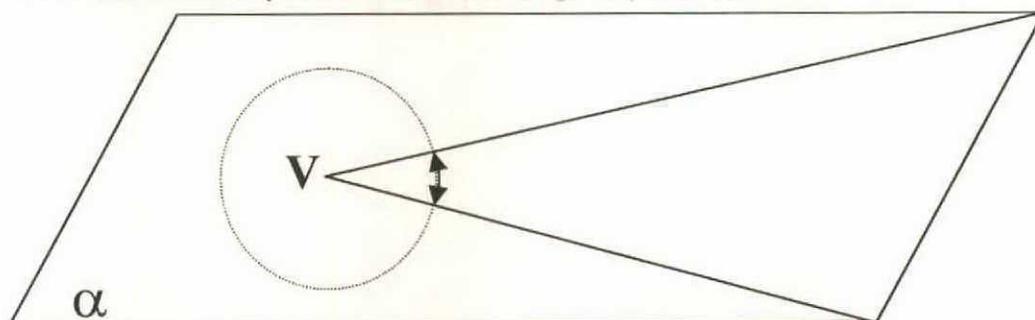


RELAÇÃO DAS RESPOSTAS CORRETAS TOTAL E PARCIALMENTE DA TURMA 2-C (2002)



Anexo 5 – Significado dos 17 Termos Relacionados com Geometria

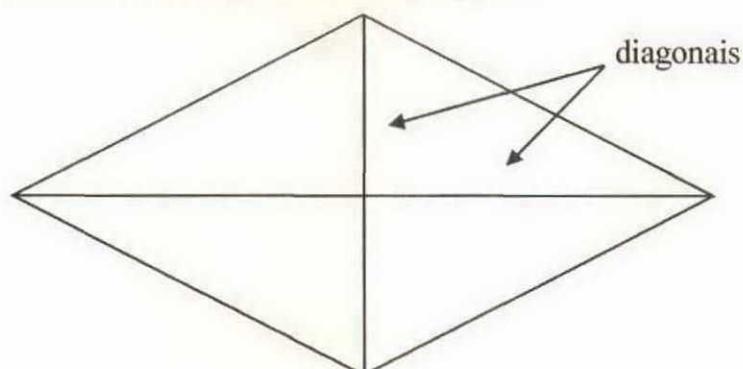
1. **Perímetro** - (do grego, *peri* em volta de contorno; *metron* medida). Medida do contorno de um figura plana; soma das medidas dos lados de um polígono. Representa-se, geralmente, o perímetro por "2p" e o semiperímetro por "p".
2. **Diâmetro** - Segmento de reta que une dois pontos da circunferência, passando pelo centro. O diâmetro equivale a dois raios.
3. **Raio** - Distância de um ponto qualquer de uma circunferência ou de uma superfície esférica, até o seu centro; segmento de reta que une o centro do círculo a um ponto qualquer da sua circunferência.
4. **Área** - Medida de uma superfície.
5. **Ângulo** - (do latim, *angulus*) - uma das regiões do plano determinadas por duas semi-retas que tem a mesma origem (vértice).



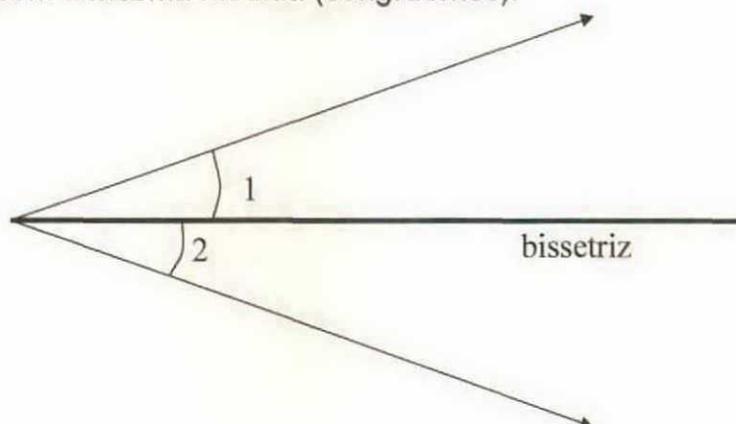
Esse termo foi difundido em boa parte da Europa no ano de 1450 com a tradução do livro de Anísio Torquato Boécio: *De Consolatione Philosophiae*.

Boécio estuda nesse livro o Quadrívio: Aritmética, Música, Geometria e Astronomia.

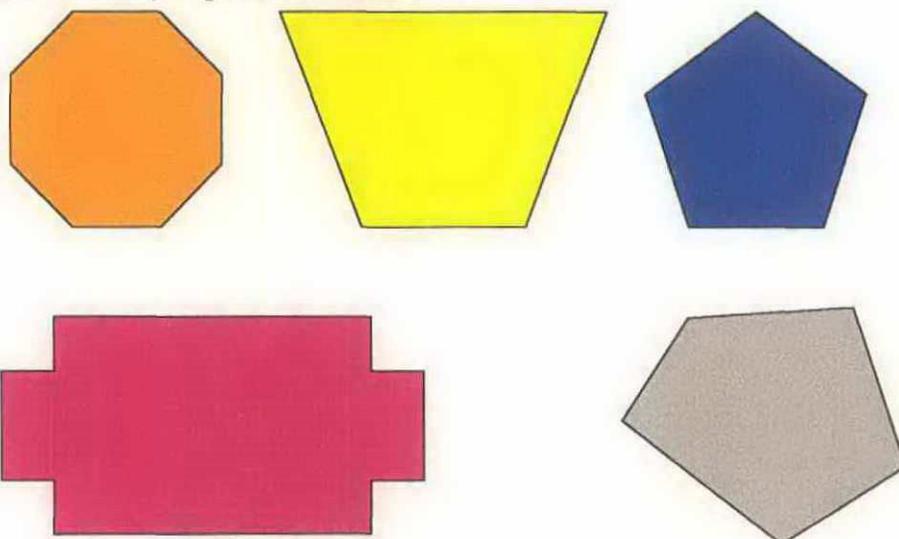
6. **Diagonal** - (do grego dia através e *gônia* ângulo) Segmento de reta que une vértices não consecutivos de um polígono.



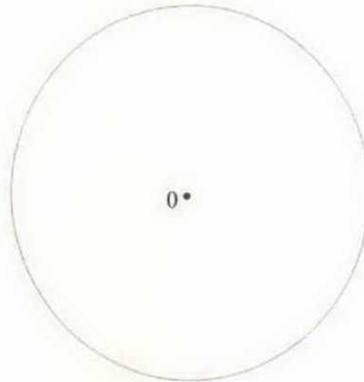
7. **Bissetriz** - Semi-reta que a partir do vértice de um ângulo o divide em dois ângulos com a mesma medida (congruentes).



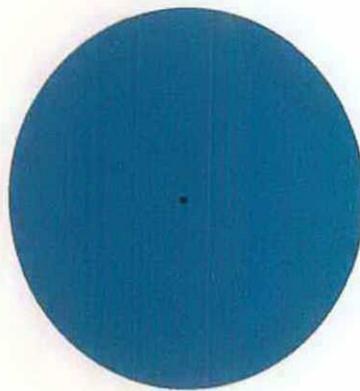
8. **Polígono** - (poli diversos; *gono* ângulo) .Figura geométrica plana limitada por uma linha poligonal fechada.



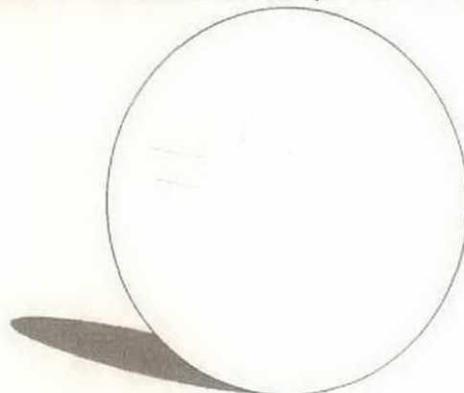
9. **Circunferência** - Curva plana e fechada (lugar geométrico) cujos pontos estão a uma mesma distância (eqüidistantes) de um ponto fixo chamado centro.



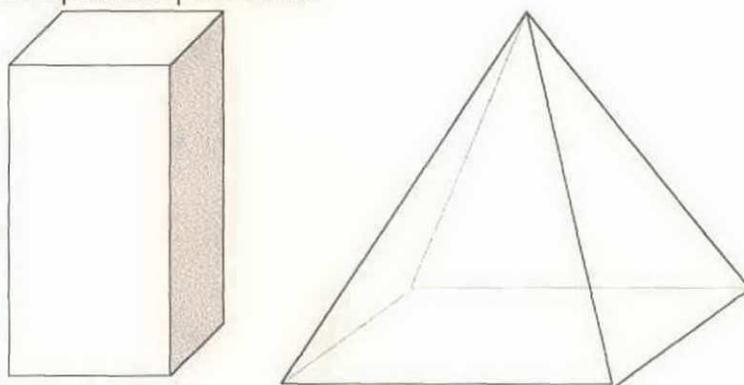
10. **Círculo** - Porção do plano limitada por uma circunferência. O círculo tem área.



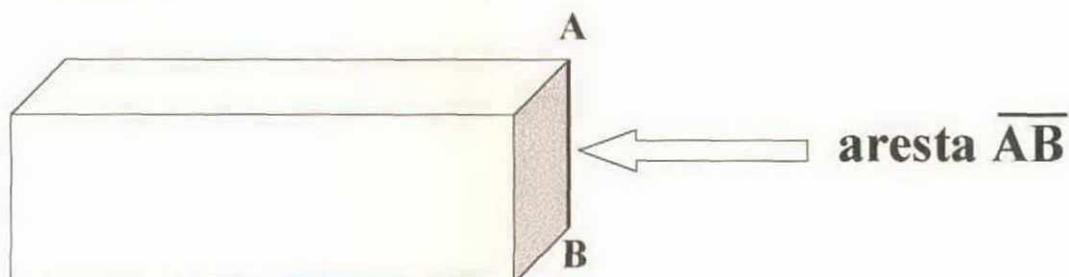
11. **Esfera** - Sólido Geométrico gerado pela rotação completa de um semi-círculo em torno do seu diâmetro e cuja superfície (esférica) tem todos os seus pontos igualmente distantes de um ponto interior chamado centro.



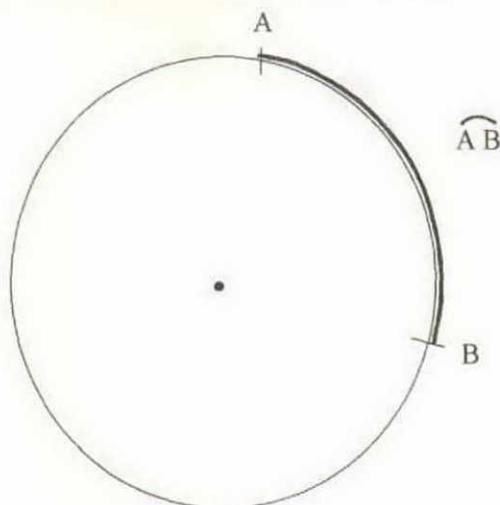
12. **Poliedro** - Sólido limitado por polígonos. O conjunto destes polígonos constitui a superfície poliédrica.



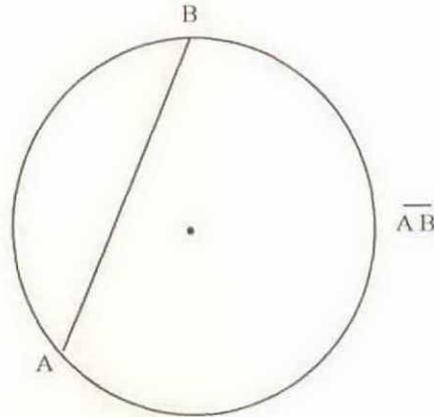
13. **Aresta** - (do latim, *espiga*). Interseção de dois planos; segmento de reta comum a duas faces de um poliedro; linha comum a duas superfícies de um sólido.



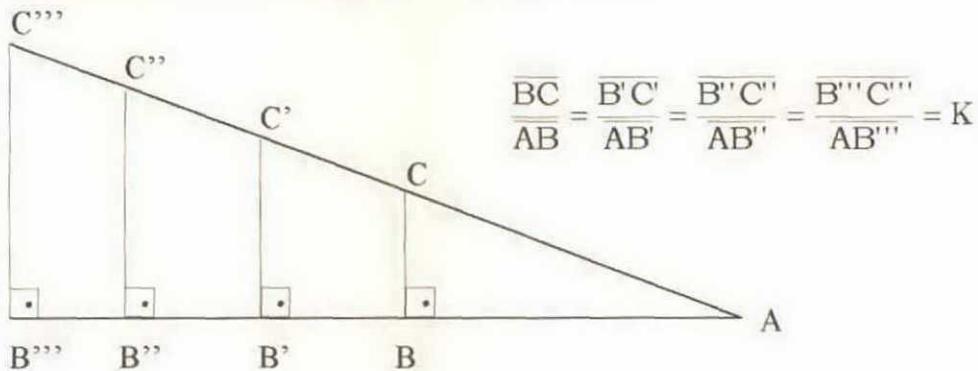
14. **Arco** - Segmento de uma linha curva e contínua.



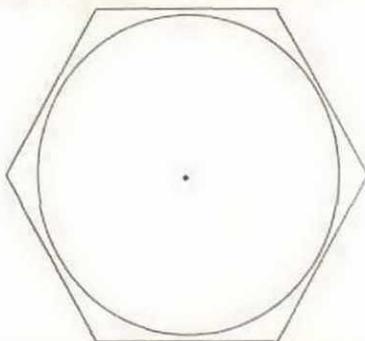
15. **Corda** - Segmento de reta que liga dois pontos da circunferência ou de outra curva qualquer. Numa circunferência o diâmetro é a maior corda que se pode considerar.



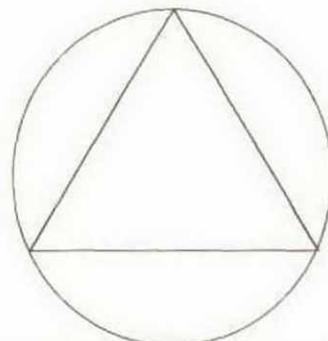
16. **Semelhança** - Propriedade das figuras geométricas onde a razão entre as medidas dos lados correspondentes (homólogos) é constante e os ângulos correspondentes (homólogos) são congruentes.



17. **Circunscrição** - Corresponde a circunscrever, circunscrito ou seja traçar em volta, ao redor, em torno.



O hexágono está circunscrito a circunferência



A circunferência está circunscrita ao triângulo

Anexo 6 – Aula de Geometria na Sala Ambiente do CEFET



O professor Durval faz uma explanação sobre alguns elementos de Geometria Plana, necessários para realização da atividade com os alunos da turma T-12 do CEFET. Através de materiais concretos, o professor explica sobre figuras geométricas planas, polígonos, circunscrição, inscrição, circunferência, círculo. A compreensão do significado dos termos em Geometria aliado a uma representação visual contribui para a organização da informação na mente do aluno. A atividade cobrada dos alunos foi intermediada com a metáfora da roda e associada com música. Esta estratégia teve duas finalidades: - aumentar o nível de concentração dos alunos e tornar o aprendizado interessante e divertido.

Anexo 7 – Aula de Geometria na Sala Ambiente do CEFET

Anexos - U.F.S.C. - Atividade prática

GEOMETRIA ESPACIAL

Tema: Construção de Poliedros Regulares com canudos.

Diante da diversidade de formas geométricas planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, caracterizá-las por meio de propriedades, relacionar seus elementos, calcular comprimentos, áreas ou volumes, e utilizar o conhecimento geométrico para leitura e ação sobre a realidade.

Objetivo: visualizar o espaço tridimensional pela construção de poliedros.

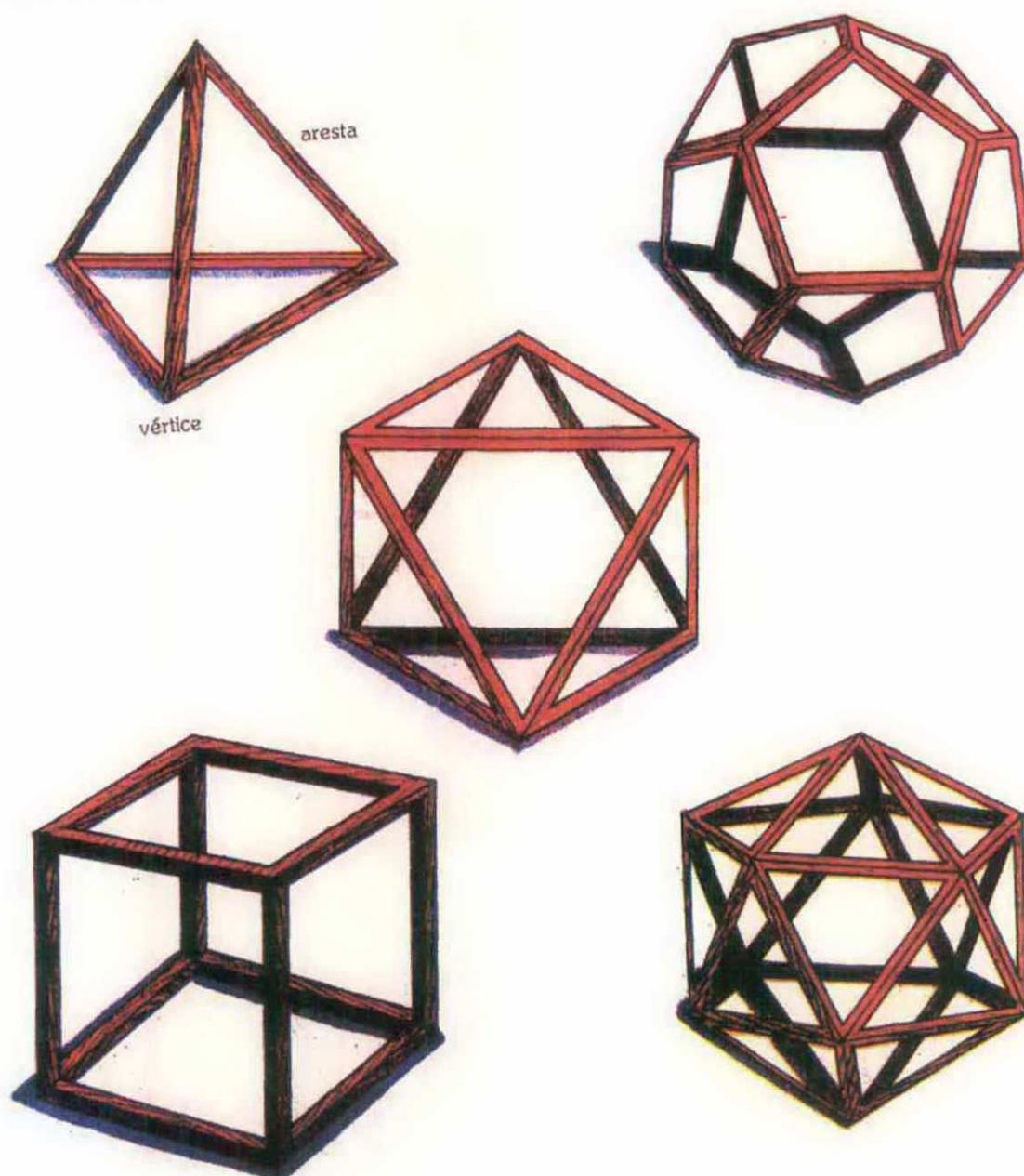
$$\text{Teorema de Euler: } V + F = A + 2$$

- Antes de construir o poliedro, complete a tabela:

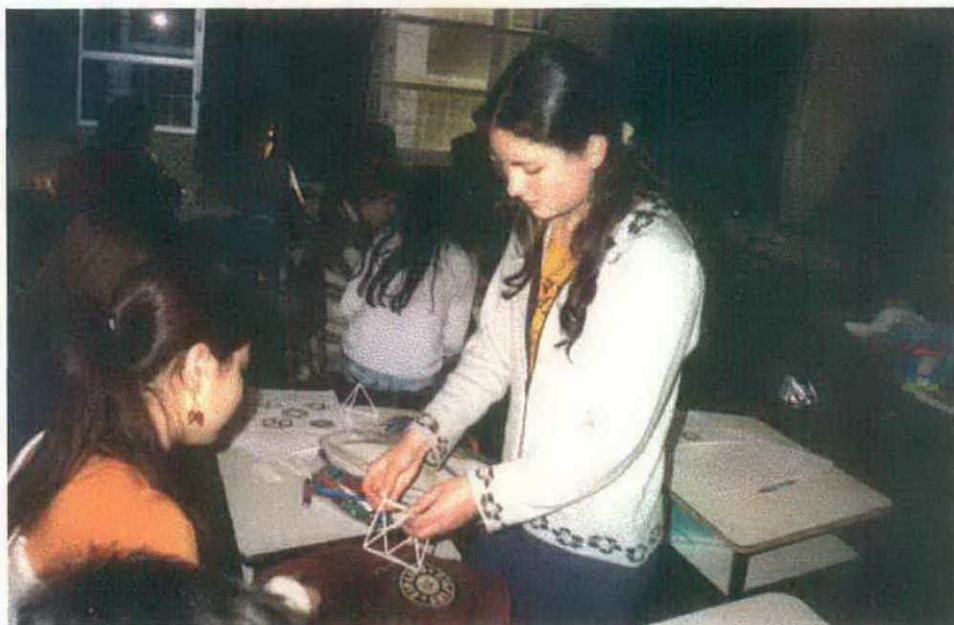
POLIEDROS REGULARES	F	V	A
TETRAEDRO REGULAR			
HEXAEDRO REGULAR			
OCTAEDRO REGULAR			
DODECAEDRO REGULAR			
ICOSAEDRO REGULAR			

De acordo com os desenhos abaixo e de posse dos materiais (fio de nylon, canudos de plástico, tesouras, cola quente) inicie a construção dos poliedros.

Dicas: - problemas de ordem prática devem ser resolvidos pelos componentes da equipe. O uso de cores brilhantes e contrastantes produz uma figura bonita.



Anexo 8 – Construção dos Poliedros Regulares com Canudos – Modelo Esqueleto



Os alunos da turma T-12 na construção dos poliedros regulares.



As formas desenhadas podem ser comparadas com as formas construídas, observando-se as representações planas e as representações espaciais de uma mesma figura geométrica. É importante que o aluno observe

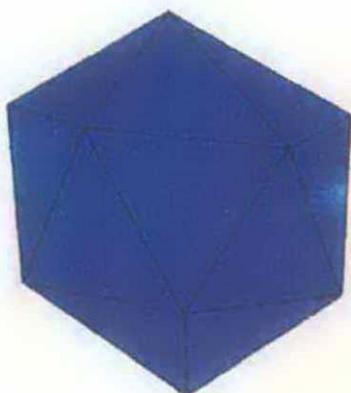
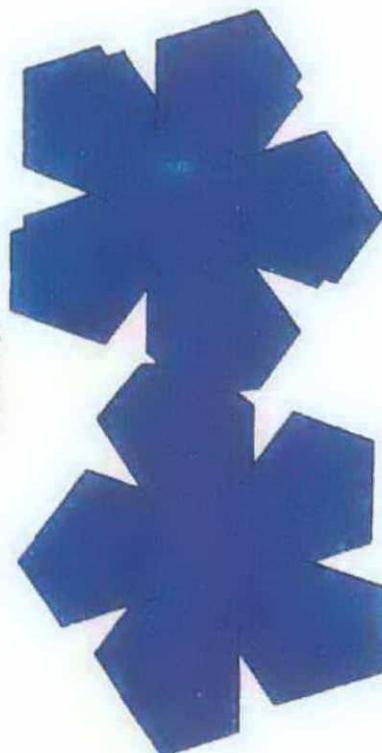


que a planificação do tetraedro é formada por triângulos eqüiláteros, mas que o tetraedro é uma figura espacial, que pode ser desenhada no plano e cujo traçado não é igual ao do triângulo. Observações como essa ajudam a evitar que o aluno confunda o desenho de um tetraedro com, o de um triângulo.

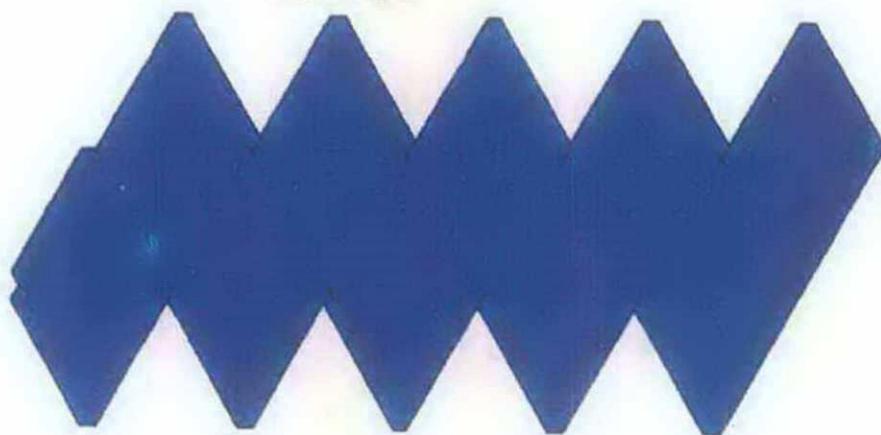
Anexo 9 – Planificação dos Poliedros Mais Complexos para Construção Através de Canudos



Planificação



Planificação



Elementos
20 faces
30 arestas
12 vértices

Anexo 10 – Lista de Alguns Softwares Considerados Interessantes para o Ensino e Aprendizagem de Geometria

1. Cabri - Geometry (WINDOWS) software de construção em geometria desenvolvido pelo Institut' Informatique et de Mathematiques Appliquees em Grenoble (IMAG). É um software de construção que oferece "régua e compasso eletrônicos", sendo a interface de menus de construção em linguagem clássica da Geometria. Os desenhos de objetos geométricos são feitos a partir das propriedades que os definem e mantém estabilidade sob o movimento. É possível converter seus arquivos em linguagem java, de maneira que sejam disponibilizados na rede. É o mais conhecido.
2. Sketchpad (WINDOWS) software de construção desenvolvido por N. Jackin e s. Steketee comercializado por Key Curriculum Press.
3. Cinderella (WINDOWS) software de construção em geometria desenvolvido por Jürgen Rich Gebert e Ulrich Kortenkamp, comercializado por Sun Microsystems Inc. É um software de construção semelhante ao Cabri e Sketchpad. Um diferencial deste software permite que se trabalhe também em geometria hiperbólica e esférica.
4. Dr. Geo (DOS) software de construção em geometria desenvolvido por Hilare Fernande (Grenoble).
5. Geoplan (WINDOWS) software de construção em geometria que trabalha os conceitos analíticos da geometria em um sistema de coordenadas cartesianas. Desenvolvido pelo Centre de Recherche et d'Experimentation pour l'Enseignement des Mathematiques (CREEM).
6. Geospace (WINDOWS) software de construção e exploração em geometria que trabalha os conceitos espaciais. Desenvolvido pelo CREEM.

7. Régua e Compasso (WINDOWS) software de construções geométricas com régua e compasso eletrônicos.
8. Geometria Descritiva (DOS) software de construção em geometria descritiva, que trabalha um sistema projetivo em 3 D. Produzido por V. Teodoro e F. Clérigo, da Universidade de Lisboa.
9. Euklid (WINDOWS) software de construção com régua e compasso e geometria dinâmica.
10. Wingeom (WINDOWS) software que permite construções geométricas bidimensionais e tridimensionais.
11. Logo (WINDOWS) é uma linguagem de programação de fácil compreensão e que possibilita ao aluno desenvolver o raciocínio, aperfeiçoando seu próprio programa. É muito bom para o ensino da geometria plana e pode ser usado em todos os níveis escolares.
12. Poly (WINDOWS) é uma criação Pedagogy Software, que permite a investigação de sólidos tridimensionalmente (com possibilidade de movimento), dimensionalmente (planificação) e de vista topológica. Possui uma grande coleção de sólidos, platônicos e arquimedianos entre outros.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ALMEIDA, Ana Rita Silva. **A emoção na sala de aula**. São Paulo: Papirus, 1999.
- ALVES, Rubem. **Entre a ciência e a sapiência - O dilema da educação**. São Paulo: Loyola, 1999.
- ANTUNES, Celso. **A grande jogada - manual construtivista de como estudar**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1996.
- _____. **As inteligências múltiplas e seus estímulos**. 3. ed. Campinas, SP: Papirus, 1998.
- ASTOLFI, J.P.; DEVELAY, M. **A didática das ciências**. Campinas: Papirus, 1990.
- AUSUBEL, David P.; NOVAK, Joseph D.; HANESIAN, Helen. **Psicologia Educacional**. Rio de Janeiro: Interamericana, 1980.
- BANDLER, Richard. **Usando sua Mente**. São Paulo: Summus, 1987.
- BARATO, J.O., José Teixeira **Dicionário de Matemática para o 1º grau**. Porto Alegre: Sagra Luzzatto, 1997.
- BARBOSA, João Lucas Marques. **Geometria Euclidiana Plana**. Rio de Janeiro: Solgraf Publicações, 1985.
- BARBOSA, Ruy Madsen. **Descobrendo a Geometria Fractal**. Belo Horizonte: Autêntica, 2002.
- BICUDO, Maria A. V. **Pesquisa em Educação Matemática: Concepções e Perspectivas**. São Paulo: UNESP, 1999.
- BLACKERBY, Don A. Use a Programação Neurolingüística em Sala de Aula. **Revista Profissão Mestre**. Curitiba: Humana Editorial, junho, 2001.
- BOLSTAD, Richard. PNL na Educação - Ensinando com a linguagem do cérebro. **Revista O Golfinho**. Internet, n. 30, abril, 1999.
- BOSCH, Marianna; CHEVALLARD, Yves; GASCÓN, Josep. **Estudar Matemáticas**. Porto Alegre: Artmed, 2001.

- BRANCO, Filinto dos Anjos do S. **"A persistência do senso comum no professor de ciências do 1º grau"**. Niterói: Universidade Federal Fluminense. Dissertação (Mestrado em Educação), 1991.
- BRASIL, Ministério da Educação e do Desporto - MEC, Secretaria de Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais – Ensino Médio**. Brasília: Ministério da Educação, 1992 -15.37.
- BROWNLEE, Shannon. Instabilidade de adolescente é determinada pelo cérebro. **Jornal O Estado de S. Paulo**, domingo, 15 de ago., p. A15, 1999.
- BRUNER, J. S. **Uma nova teoria da aprendizagem**. Rio de Janeiro: Boich, 1969.
- CALLIGARIA, Contardo. **A Adolescência**. São Paulo: Publifolha, 2000.
- CAMPOS, Dinah M. S. **Psicologia da Adolescência**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1998.
- CARREHER, Terezinha; CARREHER, David; SCHLIEMANN, Analícia. **Na vida dez, na escola zero**. São Paulo: Cortez, 1988.
- CARVALHO, Paulo Cezar Pinto *et al.* **A Matemática do Ensino Médio**. Rio de Janeiro: Solgraf Publicações, 1998.
- CUNHA, Marcos Vinícius. **John Dewey - Uma Filosofia para Educadores em Sala de Aula**. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.
- D'AMBRÓSIO, Ubiratan. **Educação Matemática**. 8.ed. São Paulo: Papyrus, 2001.
- _____. **Etnomatemática**. São Paulo: Ática, 1998.
- DANTAS, Heloysa; OLIVEIRA, Marta K.; TAILLE, Yves de La. **PIAGET, VYGOTSKY. WALLON - Teorias Psicogenéticas em Discussão**. São Paulo: Summus, 1992.
- DANTE, Luiz Roberto. **Matemática - Contexto e Aplicações (Manual do Professor)**. São Paulo: Ática, 1999.
- DAVIS, P.J.; HERSH, R. **O sonho de Descartes**. Trad. Mário C. Moura. Rio de Janeiro: Francisco Alves, 1998.
- DEMO, Pedro. **Educar pela Pesquisa**. Campinas: Autores Associados, 1996.
- DEWEY, J. **Como Pensamos**. São Paulo: Pioneira, 1991.
- _____. **Democracia e Educação**. Trad. Godofredo Rangel e Anísio Teixeira. São Paulo: Editora Nacional, 1959a.

- FAINGUELERNT, Esteia Kaufman. **Educação Matemática - Representação e Construção em Geometria**. Porto Alegre: Artmed, 1999.
- FREIRE, Paulo. **Pedagogia da Autonomia**. São Paulo: Paz e Terra, 1997.
- GARDNER, Howard. **Estruturas da Mente. A teoria das inteligências múltiplas**. Porto Alegre: Artmed, 1994.
- GARDNER, M. **Divertimentos matemáticos**. Trad. A. Nacer. 2. ed. São Paulo: Ibrasa, 1967.
- GIKOVATE, Flávio. **A Arte de Educar**. Curitiba: Positivo, 2001.
- HERMANN, Walther. **Aprendizagem Acelerada**. São Paulo: Madras, 1998.
- HERSHKOWITZ, R. Visualização em geometria: as duas faces da moeda. **Boletim GEPEM**. Rio de Janeiro: GEMPEM, Ano XVIII, n. 32, p. 45-61, 1994.
- JOHNSON, D.A.; RISING, G.R. **Guidelines for Teaching Mathematics**. Belmont (Califórnia): Wadsworth, 1972.
- KALINKE, Marco Aurélio. **Para não ser um Professor do Século Passado**. Curitiba: Expoente, 1999.
- KLUCZNY, Johann W.; TEIXEIRA, Elson A. **Programação Neurolingüística - Guia Básico para Pessoas e Empresas**. São Paulo: McGraw-Hill, 1996.
- KUENZER, Acácia (org.). **Ensino Médio - Construindo uma proposta para os que vivem do trabalho**. São Paulo: Cortez, 2000.
- LIMA, Lauro O. **Por que Piaget? A educação pela inteligência**. Petrópolis: Vozes, 1998.
- LINDQUIST, Mary Montgomery; SHULTE, Albert P. **Aprendendo e Ensinando Geometria**. São Paulo: Atual, 1994.
- MACHADO, Nilson José. **Atividades de Geometria**. São Paulo: Atual, 1996.
- MARIA, Joaquim Parron. **Novos Paradigmas Pedagógicos - para uma filosofia da educação**. São Paulo: Papirus, 1996.
- MATOS, Henrique Cristiano José. **Aprenda a Estudar**. 8. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1994.
- MOREIRA, Marco António. **Uma Abordagem Cognitivista do Ensino da Física**. Porto Alegre: Editora da Universidade, 1983.
- MOYSÉS, Lúcia. **Aplicações de Vygotsky à Educação Matemática**. Campinas: Papirus, 1997.

- OLIVEIRA, Marta Kohl. **Vygotsky. Aprendizado e desenvolvimento: um processo histórico.** São Paulo: Scipione, 1993.
- PAIS, Luís Carlos. **Didática da Matemática.** Belo Horizonte: Autêntica, 2001.
- PARANÁ. Prefeitura Municipal de Curitiba, Secretaria Municipal da Educação. **Lições Curitibanas: 4ª série.** Curitiba: PMC/SME, 1994.
- PERRENOUD, Philippe. **Pedagogia Diferenciada.** Porto Alegre: Artmed, 2000.
- PETRAGLIA, Izabel Cristina. **Edgar Morin - A Educação e a Complexidade do Ser e do Saber.** 3. ed. Petrópolis, RJ: Vozes, 1999.
- PIMENTA, Selma Garrido. **O Papel do Estágio na Formação do Professor.** São Paulo: Cortez, 1994.
- POLYA, George. **A arte de resolver problemas.** Trad. Heitor Lisboa de Araújo. Rio de Janeiro: Interciência, 1978.
- PUTNOKI, José Carlos. **Desenho Geométrico.** São Paulo: Scipione, v. 1, 1989.
- ROJAS, Henrique. **O Homem Moderno - A luta contra o vazio.** São Paulo: Mandarim, 1996.
- ROSA, Silvana Bernardes. **A integração do Instrumento ao Campo da Engenharia Didática: o caso do perspectógrafo.** (Tese de doutorado em Engenharia de Produção apresentada sobre a orientação de Leila Amaral Gontijo). Florianópolis: UFSC, 1998.
- SEVERINO, Antônio Joaquim. **Filosofia da Educação: Construindo a cidadania.** São Paulo: FTD, 1994.
- _____. **Filosofia.** São Paulo: Cortez, 1994.
- SILVA, Tomaz T. **O que Produz e o que Reproduz em Educação.** Porto Alegre: Artmed, 1992.
- TAHAN, Malba. **O Homem que Calculava.** 55. ed. São Paulo: Record, 2001.
- TIBA, Içami. **Ensinar Aprendendo.** 6.ed. São Paulo: Gente, 1998.
- VYGOTSKY, L. S. **Pensamento e Linguagem.** 2. ed. São Paulo: Martins Fontes, 1989.
- WALLON, Henri. **As origens do caráter na criança.** São Paulo: Difel, 1971.