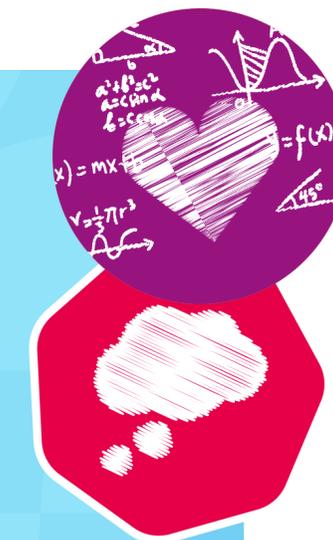


# SEQUÊNCIA DIDÁTICA 1

Transformações geométricas,  
plano cartesiano e semelhança

Material do professor/a



# Sumário

<b>03</b>	<b>Ficha técnica</b>	<b>93</b>	<b>Materiais de apoio</b>
<b>04</b>	<b>Jornada de fortalecimento</b>	94	Plano de estudos
<b>09</b>	<b>Boas-vindas</b>	103	Anexo 1
<b>22</b>	<b>Introdução</b>	107	Anexo 2
<b>32</b>	<b>Atividades</b>	111	Anexo 3
33	Atividade 1	115	Anexo 4
36	Atividade 2	119	Anexo 5
59	Atividade 3	121	Anexo 6
		124	Anexo 7
		126	Anexo 8



**FORTALECIMENTO  
DA APRENDIZAGEM**

**REALIZADORES**

**IDEALIZAÇÃO**

Instituto Reúna

**REALIZAÇÃO**

Instituto Reúna

Instituto Unibanco

**APOIO INSTITUCIONAL**

Fundação Lemann

Imaginable Futures

**INSTITUTO REÚNA**

**DIRETORA-EXECUTIVA**

Kátia Stocco Smole

**CONSELHO CONSULTIVO**

Camila Pereira Cardoso

Marisa de Santana da Costa

Priscila Fonseca da Cruz

Wilson Martins Poit

**CONSELHO FISCAL**

Alex Rodrigues

Camila Anker

Emilio Carlos Morais Martos

Renata Borges La Guardia

**COORDENAÇÃO DA  
INICIATIVA**

Cléa Maria da Silva

Isabela Chiferi Vanelli

Lorena Polo

Mariana Costa Marcondes

Priscila Oliveira

**EQUIPE DE AVALIAÇÃO**

Beatriz Nunes

Filomena Siqueira

Nathaly Corrêa de Sá

Stefanny Lopes Fernandes

**EQUIPE DE RELAÇÕES  
INSTITUCIONAIS E**

**COMUNICAÇÃO**

Fabiana Cabral

Milena Emilião

Roberto Martinez

Vinicius Pinto

**ESTRATÉGIA E PRODUTO**

Fabiana Cabral

**EQUIPE DE PRODUÇÃO**

**CONSULTORIA**

**PEDAGÓGICA**

Marisa Balthasar

**COORDENADORA DE**

**MATEMÁTICA**

Cristiane R. Chica -

Mathema

**COORDENADORA DE**

**LÍNGUA PORTUGUESA**

Eliane Aguiar

**AUTORAS DO TEXTO**

**DA JORNADA DE**

**FORTALECIMENTO E**

**APRESENTAÇÃO DA**

**INICIATIVA**

Carolina Rodrigues Miranda

Kátia Stocco Smole

Priscila Oliveira

**AUTORAS DE**

**MATEMÁTICA**

Carla S. Moreno Battaglioli -

Mathema

Cristiane R. Chica -

Mathema

Sandra Regina Corrêa

Amorim - Mathema

**AUTORAS DE LÍNGUA**

**PORTUGUESA**

Eliane Aguiar- Porthema

Cláudia Barros Lima -

Porthema

Taila Virgine Costa -

Porthema

**LEITURA CRÍTICA DE**

**MATEMÁTICA**

Kátia Stocco Smole

Daniela Arai

Fernanda Arantes e Silva

**LEITURA CRÍTICA DE**

**LÍNGUA PORTUGUESA**

Daniela Arai

Fernanda Arantes e Silva

Marisa Balthasar

Paula Cristina Marques

**LEITURA CRÍTICA COM**

**FOCO EM PROJETO DE**

**VIDA, JUVENTUDES E**

**COMPETÊNCIAS**

**SOCIOEMOCIONAIS**

Carolina Rodrigues Miranda

**LEITURA CRÍTICA COM**

**FOCO EM DIVERSIDADE**

Mayana Hellen Nunes

da Silva

**LEITURA CRÍTICA DO**

**TEXTO DA JORNADA**

**DE FORTALECIMENTO**

**E APRESENTAÇÃO**

**DA INICIATIVA**

Cristiane R. Chica

Daniela Arai

Fernanda Arantes e Silva

Marisa Balthasar

**REVISÃO DE TEXTO**

Heloísa Orsi Koch Delgado

Mariane de Mello Genaro

**PROJETO GRÁFICO**

**E DIAGRAMAÇÃO**

Thaís Bellini

Thaís Martho

Thiago Vieira

**INFOGRAFIA**

Alessandro Meiguins

**INSTITUTO UNIBANCO**

**CONSELHO DE**

**ADMINISTRAÇÃO**

PRESIDENTE

Pedro Moreira Salles

**VICE-PRESIDENTE**

Pedro Sampaio Malan

**CONSELHEIROS**

Antonio Jacinto Matias

Claudia Costin

Cláudio de Moura Castro

Cláudio Luiz da Silva

Haddad

Marcelo Luis Orticelli

Marcos de Barros Lisboa

Ricardo Paes de Barros

Rodolfo Villela Marino

**DIRETORIA**

Cláudio José Coutinho

Arromatte

Jânio Gomes

Leila Cristiane Barboza

Braga de Melo

Marcelo Luis Orticelli

Moises João do Nascimento

Paulo Sérgio Miron

Valéria Aparecida Marretto

**EQUIPE TÉCNICA**

**SUPERINTENDENTE**

**EXECUTIVO**

Ricardo Henriques

**GERENTES**

João Marcelo A. S. Borges

Maria Julia Azevedo Gouveia

Mirela de Carvalho

Núbia Freitas Silva Souza

Tiago Borba

**EQUIPE DE PRODUÇÃO**

**COORDENAÇÃO DE**

**DESENVOLVIMENTO DA**

**GESTÃO**

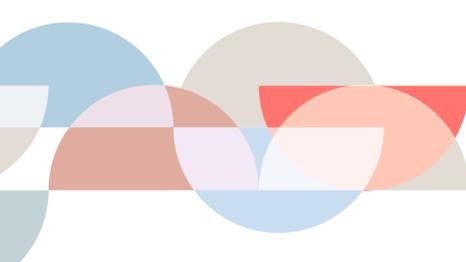
Daniela Arai

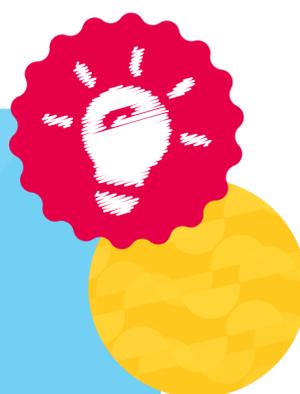
**EQUIPE**

Fernanda Arantes e Silva

Letícia Daidone

Lisandra Saltini





# Jornada de fortalecimento das aprendizagens no contexto do Novo Ensino Médio

Já tem algum tempo que as comunidades escolares buscam se adaptar a novas formas de ser e fazer escola, de ensinar e aprender. Com a homologação da BNCC (BNCC) em 2018<sup>1</sup>, a disseminação de novas tecnologias e a divulgação de diferentes metodologias ativas, estratégias vêm sendo elaboradas para diminuir as desigualdades educacionais, garantir acesso e permanência de crianças, adolescentes e jovens na escola e assegurar os seus direitos de aprendizagem. Tudo isso a partir do compromisso com a educação integral e o foco no desenvolvimento de competências.

Porém, com os impactos trazidos pela pandemia de Covid-19, os desafios se intensificaram. Estudos mostram que, em novembro de 2020, cerca de 5 milhões de estudantes brasileiros não tiveram acesso à educação no Brasil<sup>2</sup>. O fechamento das escolas e a adoção de modelos de ensino remoto - com aulas gravadas ou ao vivo - que demandam equipamentos e internet, afastou muitos estudantes do cotidiano escolar, seja por falta de recursos ou dificuldade de engajamento com esses novos formatos. Estudos<sup>3</sup> e avaliações locais - como as do estado de São Paulo (Saresp 2021) - indicam que evasão e defasagem

de aprendizagem se aprofundaram em níveis preocupantes. Pesquisa da UNESCO (2021)<sup>4</sup> indica que houve perdas de aprendizagem e risco de abandono escolar em muitos países, em especial naqueles nos quais há grande número de famílias em situação de pobreza e extrema pobreza como é o caso do Brasil.

Se muitas foram as dificuldades impostas à educação nos anos de 2020 e 2021, muitas também foram as reflexões suscitadas por esse período e ações colocadas em prática na educação, Brasil afora. Em um curto espaço de tempo, redes de ensino concretizaram oportunidades de colaboração entre si, com outras instâncias da gestão pública e da sociedade civil; práticas didáticas foram revisitadas, revitalizadas e criadas; estudantes tiveram espaço para fortalecer sua autonomia, assumindo maior protagonismo e ampliando suas habilidades de autogestão; ferramentas tecnológicas foram mais utilizadas; e as famílias se aproximaram da comunidade escolar. Neste contexto, destaca-se o compromisso dos educadores com os estudantes, assim como sua criatividade e competência na busca por soluções para assegurar a formação de todos.

**1.** Para ler o documento completo, acesse <https://bitly.com/mecbncc>. Complementar à BNCC, indicamos ainda a leitura da Lei nº 13.415/2017, disponível em: <https://bitly.com/13415>, que alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e estabeleceu uma mudança na estrutura do ensino médio, e a Portaria nº 649, disponível em: <https://bitly.com/649>, que estabeleceu o Programa de Apoio ao Novo Ensino Médio. Além disso, recomendamos a leitura do referencial curricular do Ensino Médio do estado de sua atuação.

**2.** Cenário da Exclusão Escolar no Brasil. Estudo realizado pela Unicef, em parceria com o Cenpec. <https://bitly.com/unicef>. Acesso em: 22/02/2022.

**3.** Veja mais em Evasão escolar e o abandono: um guia para entender esses conceitos, disponível em <https://bitly.com/iuobservatorio>. Acesso em: 22/03/2022.

**4.** Para ler a pesquisa completa, acesse: <https://bitly.com/dadosunesco>. Acesso em: 22/03/2022.

Para enfrentar esse cenário, há também uma mobilização internacional em torno da recomposição das aprendizagens, isto é, um conjunto de ações que envolve a busca ativa para trazer os estudantes para a escola e um conjunto de ações pedagógicas, sistemicamente organizadas, para diminuir os impactos que o contexto da pandemia trouxe para a aprendizagem.

Vale à pena observar que, neste momento atípico enfrentado pelo cenário educacional, não estamos falando em recuperação das aprendizagens, ou seja, no processo em que alguns estudantes têm a oportunidade de retomar o que foi ensinado durante a sua trajetória escolar regular, presencial, e que não foram plenamente desenvolvidos conforme o esperado. Estamos falando de **recompôr aprendizagens, ou seja, de garantir aprendizagens essenciais para todos os estudantes**, sem as quais a continuidade dos seus estudos atuais e futuros pode ficar muito comprometida.

É importante ter em vista que recompôr as aprendizagens é um compromisso a ser assumido coletivamente pelas redes, escolas e professores, pois envolve planejamento conjunto e uma série de ações interconectadas. Em primeiro lugar, é preciso

analisar as prioridades curriculares, isto é: entre todas as aprendizagens essenciais, quais são aquelas mais essenciais neste momento? Quanto mais foco nas aprendizagens, mais rapidamente será possível alcançar os objetivos esperados - e isso deve ser feito com olhos no passado, no presente e no futuro.

É fundamental que as redes e os educadores, junto às suas escolas tomem uma primeira decisão: **definir as aprendizagens prioritárias ou focais** que serão garantidas a todos os estudantes. Isso implica a revisão dos currículos pensados da seguinte maneira: “o que é estruturante que os estudantes aprendam este ano para que, nos anos seguintes, possam estar mais próximos das aprendizagens esperadas para cada série do Ensino Médio?”. Tendo em vista que os estudantes permaneceram cerca de dois anos em aulas remotas, recomenda-se analisar as habilidades focais do 8º ano e do 9º ano que precisam ser aprendidas para garantir as aprendizagens focais na série em que os estudantes estão em 2022<sup>1</sup>.

**A priorização curricular**, então, mapeia as aprendizagens essenciais para o desenvolvimento dos estudantes e são capazes de colaborar para a construção de conhecimentos e competências importantes para o avanço ou conclusão dos estudos.

Este exercício deve estar associado aos processos de **avaliação diagnóstica**, a qual tem por objetivo saber se os estudantes estão próximos ou distantes das aprendizagens que foram consideradas essenciais. É importante que esse diagnóstico seja feito ainda no primeiro mês de aulas ou a cada novo ciclo para que os planejamentos das escolas levem em consideração o estágio dos estudantes, de modo a planejar e definir os focos mais urgentes de ação.

**1.** A série Mapas de Foco do Instituto Reúna (Mapas de Foco, Mapas de Foco nas Redes e Mapas de Foco na Escola) pode apoiar esse processo, ainda que esteja organizada para o 1º ao 9º ano, pois os critérios e processos sugeridos valem também para o Ensino Médio. Disponível em: <https://bitly.com/mapasdefoco> (acesso em 22/03/2022).

O passo seguinte à priorização curricular, é **planejar tempo para a formação dos professores**, com um plano de trabalho definido, para que possa ser acompanhado e avaliado. Os professores precisam realizar intervenções para garantir que os planos de aprendizagem traçados para os alunos se efetivem, para acompanhá-los sem perder de vista as necessidades individuais e socializar os resultados alcançados, oferecendo apoio constante para que sigam aprendendo. Para isso, a **avaliação processual e formativa**<sup>1</sup> é muito relevante.

A avaliação apoia o trabalho orientado para a recomposição das aprendizagens e serve de **bússola para o trabalho do professor**: mostram o ponto de partida em que os estudantes se encontram e a forma como eles estão compreendendo as atividades educativas, oferecem insumos para que sejam encontradas estratégias de correção de rota que melhor se adequem às necessidades dos estudantes e garantem que as aprendizagens, de fato, ocorram.

Vale lembrar que as avaliações formativas são importantes não só no contexto da recomposição das aprendizagens, mas também no contexto do Ensino Médio, visto que fazem parte de um conjunto de práticas voltadas à transformação dessa etapa

de ensino, qualificando as práticas pedagógicas dos educadores e o desenvolvimento e engajamento dos estudantes.

A gestão, principalmente na figura do **diretor**, tem um papel essencial na organização dos espaços e na garantia dos tempos adequados para formações, atividades e avaliações, para que esse processo de recomposição das aprendizagens aconteça. É por meio de um trabalho planejado, direcionado e com liderança definida que as ações podem ser mais efetivas. Já a **coordenação pedagógica** é responsável pela formação e acompanhamento pedagógico dos professores, garantindo que essa etapa seja realizada com qualidade.

Um ponto que ainda merece destaque são as muitas ações que podem ser planejadas pela equipe da escola: ampliação dos tempos de aula com uso ou não de tecnologia, momentos de imersão específicos para atender estudantes com necessidades comuns, aulas de reforço com estagiários ou professores especialmente contratados para ajudar a resolver questões como dificuldades com leitura e escrita. No entanto, **a liderança desse processo de recomposição de aprendizagem na sala de aula é de quem atua com os estudantes, isto é, as professoras e professores.**

**1.** Avaliação processual e formativa é aquela que acompanha, de forma contínua, o processo de aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes. Nela, professores e gestores lançam mão de diferentes instrumentos avaliativos, cujos resultados servem de insumo para o (re)planejamento e a tomada de decisão das equipes escolares.

Por isso, é importante garantir que, a partir da formação, sejam feitas boas escolhas didáticas: uso de materiais adequados que garantam aulas organizadas, uso de materiais didáticos selecionados em função das expectativas de aprendizagem, e aplicação de metodologias ativas voltadas ao desenvolvimento integral dos estudantes.

Os **familiares ou responsáveis pelos estudantes**, quando envolvidos e comunicados sobre as estratégias adotadas pela escola, apoiam e mobilizam os alunos para estar em sala de aula e cumprir suas tarefas e compromissos. No Ensino Médio, em especial, um fator de relevância para a recomposição das aprendizagens e permanência na escola é o **projeto de vida**, uma maneira de apoiar o estudante a pensar sua trajetória presente e futura, a vislumbrar formas de avançar por meio da educação e entender

como ele é também responsável pela recomposição de suas aprendizagens.

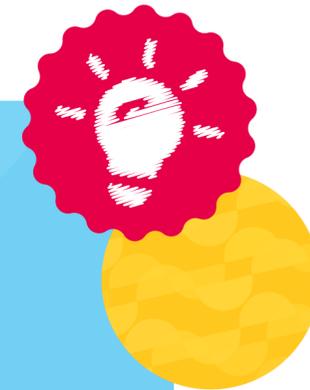
Tudo isso ganha ainda mais potência quando se tem um olhar permanente de rede, capaz não apenas de apoiar as prioridades e os planos de ação, mas essencialmente de acompanhar as execuções, apoiar as equipes gestoras das escolas e disseminar as práticas de recomposição de maneira ampla e coordenada. Esse papel deve ser assumido pelas **Secretarias de Educação** em conjunto com suas regionais, quando houver.

Vale reforçar que a recomposição é um trabalho que se faz urgente e necessário no cenário atual e envolve todos os atores escolares, para que os estudantes tenham garantido o seu pleno direito ao acesso à educação e, por consequência, a oportunidade de se desenvolverem integralmente na escola e muito além dela.

Para seguir se aprofundando nas estratégias que apoiam o trabalho voltado para recompor aprendizagens, acesse o documento: [Percurso formativo e atividades para apoiar o Fortalecimento das Aprendizagens na escola e na rede](https://bityli.com/material-apoio), disponível em <https://bityli.com/material-apoio>:

O material, voltado para professores e gestores, contém sugestões de atividades, e indicações de formações da [Plataforma Nosso Ensino Médio](https://bityli.com/nossoem), que podem ser realizadas em diferentes momentos do ano. Acesse em <https://bityli.com/nossoem>.

# Boas-vindas



# INICIATIVA FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM

Para contribuir com todo esse movimento o Reúna e o Instituto Unibanco são parceiros no desenvolvimento de ações para o FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM, um convite para todas as redes de ensino do país. Nosso objetivo principal é apoiar os educadores em três movimentos: no mapeamento das lacunas, ou das aprendizagens que não ocorreram, dos jovens matriculados no Ensino Médio, na recomposição das mesmas e colocar o estudante como centro do processo de ensino aprendizagem.

**Conheça os institutos envolvidos na iniciativa:**

## INSTITUTO REÚNA

A organização zela pela qualidade técnico-pedagógica da implementação da BNCC e das inovações do Ensino Médio. Desde 2019, tem como foco criar referências nacionais para a construção de um sistema educacional coerente. Seu propósito é construir bases consistentes para aprendizagens efetivas, mobilizadoras e para todos. Com uma abordagem que procura entender e antecipar desde as necessidades específicas das redes educacionais até as questões mais amplas dos sistemas de educação, o Instituto produz ferramentas que se adequam aos diferentes contextos e inspirem crianças e jovens.

## INSTITUTO UNIBANCO

Desde 1982, o Instituto sem fins lucrativos apoia e desenvolve soluções para a melhoria da qualidade da educação pública no Ensino Médio. Seu objetivo é contribuir para a permanência dos estudantes na escola, melhoria da aprendizagem e redução das desigualdades educacionais. Além de resultados sustentáveis de aprendizagem, trabalha pela equidade no ensino, tanto entre as escolas quanto no interior de cada uma delas, com base em quatro valores fundamentais: conectar ideias, acelerar transformações, valorizar a diversidade e ser fundamentado em evidências.

Os recursos do FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM sugerem caminhos possíveis para que diretores escolares, coordenadores pedagógicos e professores continuem apoiando os estudantes a permanecerem ou retomarem suas jornadas escolares e possam se reconectar com suas trajetórias de aprendizagem. Isso se dá pela disponibilização de materiais, em especial sequências didáticas para a sala de aula de Língua Portuguesa e Matemática, bem como pautas para apoiar as equipes das secretarias de educação em atividades de formação continuada docente.

Ao falarmos em recomposição das aprendizagens, nos remetemos a uma reorganização dos currículos, das habilidades, conteúdos e práticas didáticas, para que, frente a tantos desafios, gestores, professores e estudantes, consigam mirar no que é prioritário naquele momento. A recomposição das aprendizagens é um processo que envolve diferentes ações, e não se encerra em apenas uma atividade ou momento do ano letivo. Para que a recomposição aconteça, o currículo priorizado deve substituir, temporariamente, o currículo em curso, de modo que os estudantes tenham tempo de desenvolver aprendizagens essenciais e alcancem uma base sólida capaz de permitir que sigam

avançando nos estudos e/ou adentrem o mundo do trabalho nas etapas seguintes de escolaridade.

Os recursos do FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM indicam o uso de métodos ativos de aprendizagem, como a aprendizagem baseada em projetos e problemas, a sala de aula invertida, entre outros, colocam o estudante como centro do processo e caminham na direção de uma maior personalização do ensino, de forma que o professor consegue partir das demandas, desafios e avanços da turma em questão para fazer seu planejamento. Além disso, incentivam a aprendizagem colaborativa entre os estudantes. Essas ações se relacionam diretamente ao desenvolvimento das competências gerais e específicas das áreas, como previsto na BNCC.

E, como não poderia deixar de ser quando falamos em Novo Ensino Médio, a iniciativa FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM tem relação com os projetos de vida dos estudantes. Projeto de vida, em um sentido amplo, tem a finalidade de apoiar os estudantes a avaliar as trilhas de aprendizagem que eles queiram seguir ao longo e depois da sua trajetória escolar, desenvolver valores e competências que os preparem

para essas escolhas, e também na construção de caminhos promissores para o seu desenvolvimento em todas as dimensões. É um exercício constante de tornar visível, na linha do tempo de cada um, descobertas, valores, escolhas, perdas e também desafios futuros, aumentando nossa percepção, aprendendo com os erros e projetando novos cenários de curto e médio prazo.

Na jornada do Fortalecimento da aprendizagem há uma intencionalidade de mobilização dos estudantes pela aprendizagem, fazendo com que eles vejam a importância da socialização dos avanços dos seus resultados e da adequação do nível de complexidade das propostas para que os estudantes se sintam envolvidos, capazes e aprendendo.

A escolha é por trabalhar com comunicação, autoconhecimento e autoconfiança (significativas para a construção da identidade dos jovens) além de persistência e capacidade de enfrentar e buscar soluções para as mais diversas situações-problema (mais voltadas para a continuidade dos estudos e para inserção no mundo do trabalho). As propostas das sequências didáticas são o veículo para esta mobilização.

A jornada de Fortalecimento das Aprendizagens, com foco na recomposição, é feita por meio de algumas estratégias:

- **Acolhimentos dos estudantes** – Para que possam sentir que faz sentido estar na escola, engajando-se e sentindo-se corresponsáveis pelo processo de aprendizagem.
- **Adaptação do currículo** – Com a priorização de habilidades essenciais a serem desenvolvidas pelos estudantes.

- **Adaptação de práticas pedagógicas** – Visando a mobilização, engajamento e desenvolvimento dos jovens.
- **Avaliação inicial** – Ao iniciar o ciclo de aprendizagem com os estudantes, para mapear as lacunas de aprendizagem.
- **Avaliação formativa** – Durante todo o processo e partindo dos resultados das avaliações para elaborar o planejamento docente e realizar intervenções pedagógicas.
- **Material didático apropriado** – Elaborado especificamente no contexto da iniciativa, pensando nas realidades brasileiras e respeitando a autonomia de cada professor.
- **Formação** – Que prepara professores e gestores para o acolhimento dos estudantes e para a utilização dos materiais de recomposição das aprendizagens.

O **acolhimento dos estudantes** deve ser um dos primeiros passos e também um movimento contínuo na recomposição das aprendizagens. Do ponto de vista das sequências didáticas, a sugestão é criar um ciclo de acolhimento e melhoria, propondo ações contínuas e interligadas. Atividades de acolhimento socioemocional estão presentes nas sequências didáticas iniciais e acompanham toda a jornada do estudante. O objetivo é desenvolver o autoconhecimento, a autoconfiança e a persistência, além de aumentar sua autoestima em relação à capacidade de aprender. É possível encontrar ainda atividades que levantam questões em debate na contemporaneidade, mundo do trabalho e tecnologia, a fim de contribuir para a formação integral dos estudantes e se aproximar do contexto e das realidades juvenis.

Para um desafio como este, o trabalho colaborativo é essencial, com cada ator da comunidade escolar desempenhando um papel significativo:

- **Diretor/a escolar** – É o agente mobilizador do processo, aquele que viabiliza as ações de recomposição da aprendizagem na escola. Sua função é planejar e executar estratégias de engajamento e de articulação com os estudantes e com as famílias, organizando agendas, espaços e recursos para as ações previstas e apoiar os atores envolvidos sempre que necessário.

FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM  
JORNADAS E PRODUTOS

INÍCIO ÍNDICE ESTRUTURA REALIZADORES

16

INTRODUÇÃO  
ESTRUTURA DO CICLO  
JORNADAS E PRODUTOS

## Jornada do Diretor

Palavras-chave: Mobilizar e Viabilizar

	Avaliação Inicial / final	Atividades de Fortalecimento da Aprendizagem	Protocolo de Avaliação Formativa
<b>O que faz</b>	Antes da aplicação do levantamento inicial até o momento posterior, <b>mobiliza os estudantes e as famílias para a realização da avaliação</b> , e sistematiza e analisa os resultados obtidos. <b>Planeja</b> com a equipe pedagógica, as <b>estratégias de acompanhamento</b> desde os resultados iniciais até os finais.	Planeja e executa <b>estratégias de engajamento e de articulação com os estudantes</b> e com as famílias. <b>Organiza agendas, espaços e recursos</b> para as ações previstas. <b>Apoia</b> os atores envolvidos sempre que necessário.	Acompanha os <b>dados de avaliação</b> provenientes da utilização do Protocolo de avaliação formativa.
<b>O que promove</b>	Sua jornada contempla <b>a escuta e o cuidado do outro</b> , considerando a <b>legitimidade</b> do que é dito pela pessoa acolhida, a <b>criação de vínculos</b> e a <b>construção de sentido</b> nas atividades junto aos jovens. Realiza essa ação em <b>parceria com os docentes</b> , de forma que a gestão fortaleça o trabalho dos professores e vice-versa.	Ajuda a <b>equipe</b> a se sentir <b>apoiada e valorizada</b> , assim ficam mais tranquilos para colocar em cena <b>novas práticas</b> , aprofundar-se nas temáticas e <b>envolver os estudantes</b> nesta proposta, em um clima de <b>motivação</b> e de <b>engajamento</b> . Para colocar as propostas em prática, analisa de forma crítica o cenário em que a escola está e suas práticas cotidianas.	
<b>Ao que tem acesso</b>		<ul style="list-style-type: none"><li>• Protocolos de acolhimento <input checked="" type="checkbox"/></li><li>• Rotina de prevenção ao abandono <input checked="" type="checkbox"/></li></ul>	<ul style="list-style-type: none"><li>• Instruções de uso do Protocolo de Avaliação Formativa</li></ul>

- **Coordenador/a pedagógico da escola ou pedagogo/a** – É a pessoa responsável por formar os professores em serviço, orientando, acompanhando e apoiando o grupo de docentes.

FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM  
JORNADAS E PRODUTOS

INÍCIO ÍNDICE ESTRUTURA REALIZADORES

15

INTRODUÇÃO  
ESTRUTURA DO CICLO  
JORNADAS E PRODUTOS

## Jornada do coordenador pedagógico / formador **Palavras-chave:** Formar e Acompanhar



	<b>Avaliação Inicial / final</b>	<b>Atividades de Fortalecimento da Aprendizagem</b>	<b>Protocolo de Avaliação Formativa</b>
<b>O que faz</b>	Forma os professores para a aplicação das provas de avaliação inicial e final. Apoiar a <b>análise e a discussão dos resultados</b> , e colabora na definição de <b>ações para a aprendizagem dos jovens</b> .	Forma os professores em serviço, orientando, acompanhando e apoiando o grupo de docentes. Para tal, compreende como o professor se apropria, planeja e põe em prática as Sequências Didáticas que contemplam o <b>acolhimento do estudante</b> e o fortalecimento das aprendizagens em Língua Portuguesa e em Matemática.	Forma os professores para o <b>acompanhamento</b> das aprendizagens dos estudantes e <b>incentiva</b> o uso do protocolo.
<b>O que promove</b>	Coordenadores pedagógicos juntamente com os Diretores apoiam nas ações de <b>busca e acolhimento dos jovens</b> . Assim, quando o docente entra em ação, ele <b>amplia e fortalece o acolhimento</b> por meio do trabalho realizado em sala.	Apoia e forma os professores para realizarem o <b>acolhimento socioemocional dos jovens</b> , usarem <b>novas metodologias de ensino</b> , em classe, compreenderem a <b>priorização curricular</b> e prepararem, as devolutivas de avaliação dos estudantes, <b>considerando o contexto em que a escola está inserida</b> e as práticas que formam seu cotidiano.	Realiza o <b>acompanhamento do trabalho</b> do professor no dia a dia com o objetivo de traçar, conjuntamente, as <b>estratégias de intervenção pedagógica e planeamento</b> das aulas e atividades.
<b>Ao que tem acesso</b>		<ul style="list-style-type: none"> <li>• Pautas Formativas de Matemática 1, 2, 3 e 4</li> <li>• Pautas Formativas de Língua Portuguesa 1, 2, 3 e 4</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Instruções de uso do Protocolo de Avaliação Formativa</li> </ul>



- **Professor/a** – É quem coloca as ações e atividades em prática na sala de aula, junto aos estudantes. Sua função é participar da formação continuada, de olho no currículo a ser usado no desenvolvimento de habilidades essenciais, planejar e executar sequências didáticas de forma adequada. É importante também que realize as atividades de acolhimento, aplique as avaliações formativas e oriente os estudantes na realização dos planos de estudos individuais em momentos de autogestão.

FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM  
JORNADAS E PRODUTOS

INÍCIO ÍNDICE ESTRUTURA REALIZADORES

14

INTRODUÇÃO  
ESTRUTURA DO CICLO  
JORNADAS E PRODUTOS

## Jornada do Professor

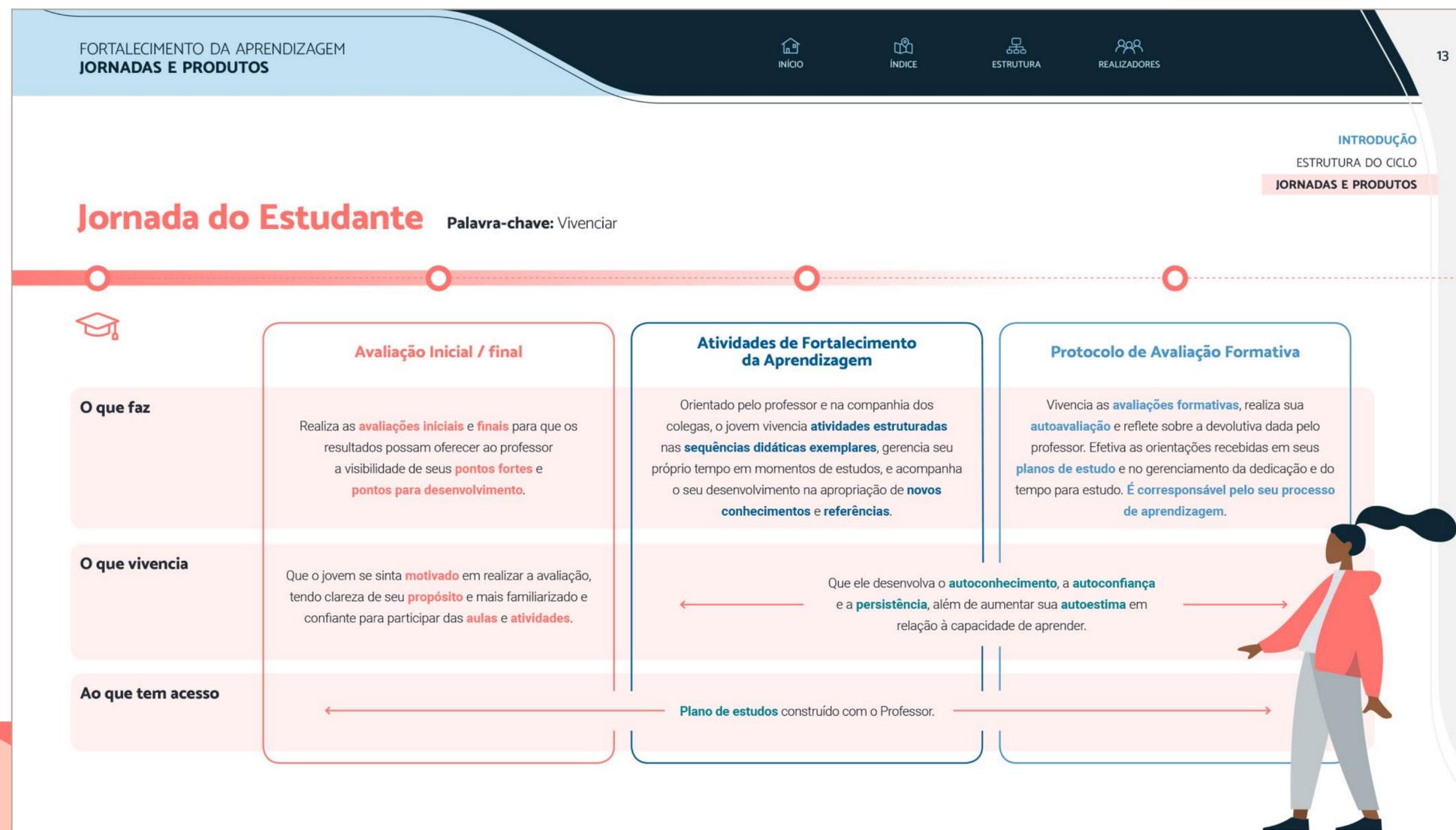
Palavras-chave: Promover, planejar e acompanhar



	Avaliação Inicial / final	Atividades de Fortalecimento da Aprendizagem	Protocolo de Avaliação Formativa
<b>O que faz</b>	Ao professor, cabe aplicar as <b>avaliações inicial e final</b> . A primeira delas é proposta na primeira Sequência Didática e, a segunda, prevista para o fim da terceira Sequência Didática. Ele também realiza a <b>análise dos resultados</b> e retoma as habilidades priorizadas.	Participa da <b>formação continuada</b> para apropriação das Sequências Didáticas. <b>Planeja e executa as aulas</b> com apoio das Sequências Didáticas. Complementa as Sequências com <b>planos de estudos individualizados</b> para momentos de autogestão dos estudantes e os acompanha. <b>Acompanha, analisa e compartilha</b> com a <b>gestão da escola</b> o <b>percurso de aprendizagem</b> de cada jovem.	<b>Identifica</b> momentos de avaliação conforme as situações de aula. <b>Planeja e realiza as avaliações</b> . Organiza os <b>planos de estudo</b> dos jovens com base nas <b>autoavaliações</b> e nas <b>devolutivas</b> das atividades de avaliação realizadas.
<b>O que promove</b>	O objetivo é que o professor consiga <b>diagnosticar o estágio dos estudantes</b> e <b>orientar melhor</b> a proposição de planos de estudos específicos e individualizados para eles.	A jornada docente começa no momento da formação, junto com a coordenação pedagógica, momento em que <b>entende a proposta e se apropria do conjunto de ferramentas</b> . Ao longo de toda a sua jornada, o professor realiza com os estudantes atividades de <b>acolhimento socioemocional</b> .	As devolutivas do docente, após as avaliações formativas, <b>ajudam os estudantes a realizarem a autoavaliação</b> , a organizar melhor a <b>gestão do tempo</b> e a dedicação aos estudos.
<b>Materiais que terá acesso</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Anexos do Professor</b> – Avaliação Inicial Matemática</li> <li>• <b>Anexos do Professor</b> – <b>Avaliação Inicial Língua Portuguesa</b> <a href="#">🔗</a></li> <li>• <b>Plataforma de apoio à Aprendizagem</b></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Sequências Didáticas</b> de Matemática 1, 2 e 3</li> <li>• <b>Sequências Didáticas</b> de <b>Língua Portuguesa</b> 1, 2 e 3 <a href="#">🔗</a></li> <li>• <b>Orientações para elaboração de planos de estudos em momentos de autogestão do estudante</b> <a href="#">🔗</a></li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• <b>Protocolo de Avaliação Formativa</b> <a href="#">🔗</a></li> </ul>



- **Estudante** – Deve ser o protagonista das ações, sendo corresponsável por sua aprendizagem. A jornada do estudante começa com uma avaliação inicial para identificar o ponto de partida do aprendiz, permitindo a análise de seus pontos fortes e de seus pontos de desenvolvimento. Depois disso, o estudante vai vivenciar as sequências didáticas e acompanhar seu próprio desenvolvimento pelas atividades de avaliação formativa que se encontram em cada sequência.



# MATERIAIS PARA O FORTALECIMENTO DAS APRENDIZAGENS

Agora que você já sabe o que é a recomposição das aprendizagens, porque ela é importante no contexto do Novo Ensino Médio e como fazer o acolhimento dos estudantes, apresentamos materiais que poderão apoiar professores e equipe pedagógica a potencializar essa jornada.

Os materiais para o FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM foram elaborados com foco na recomposição das aprendizagens e tendo em vista as diferentes realidades brasileiras. O ponto de partida são habilidades da BNCC, presentes nos currículos referenciais do Ensino Médio, consideradas essenciais, selecionadas levando em conta a urgência no fortalecimento da relação entre os estudantes e o conhecimento e o tempo que se tem, e que deve ser aproveitado ao máximo, para uma ação efetiva de aprendizagem.

Para essa priorização curricular, foram consideradas três dimensões e, com base em cada uma delas, os seguintes critérios:

## O engajamento dos estudantes e as exigências da vida em sociedade

- Atividades mais motivadoras, que permitam protagonismo dos estudantes.
- Trabalho transversal, com abordagem socioemocional, inclusiva e socialmente diversa.
- Favorecimento à inclusão de temas do mundo do trabalho, disparadores de saberes que permitam maior propriedade em processos seletivos.
- Possibilidade de desenvolvimento de saberes tecnológicos e digitais.

## Os componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática

- Abrangência de diferentes campos de atuação social da Língua Portuguesa e diferentes unidades temáticas de Matemática.
- Favorecimento de relações entre conceitos, processos e representações.
- Possibilidade de retomada de conhecimentos já

adquiridos, para que o estudante avance em sua aprendizagem.

- Desenvolvimento das competências gerais e específicas da área ou do componente, previstas na BNCC e nos referenciais curriculares.

## As demandas das avaliações nacionais

- Compatibilidade com descritores com baixo resultado nas avaliações SAEB para a 3ª série do Ensino Médio de 2019,
- As avaliações realizadas pelos estados em 2021 visando identificar o estado da aprendizagem de seus estudantes, em especial aquelas realizadas com as turmas de 9º ano e 3ª série do Ensino Médio.
- Compatibilidade com descritores com baixo resultado nas avaliações diagnósticas realizadas pela rede.
- Compatibilidade com conteúdos mais cobrados no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Articulando os critérios dos três grupos acima, a expectativa é promover o desenvolvimento integral dos estudantes, permitindo que continuem estudando, trilhem um percurso de aprendizagem mais efetivo e adentrem no mundo do trabalho sentindo-se mais preparados.

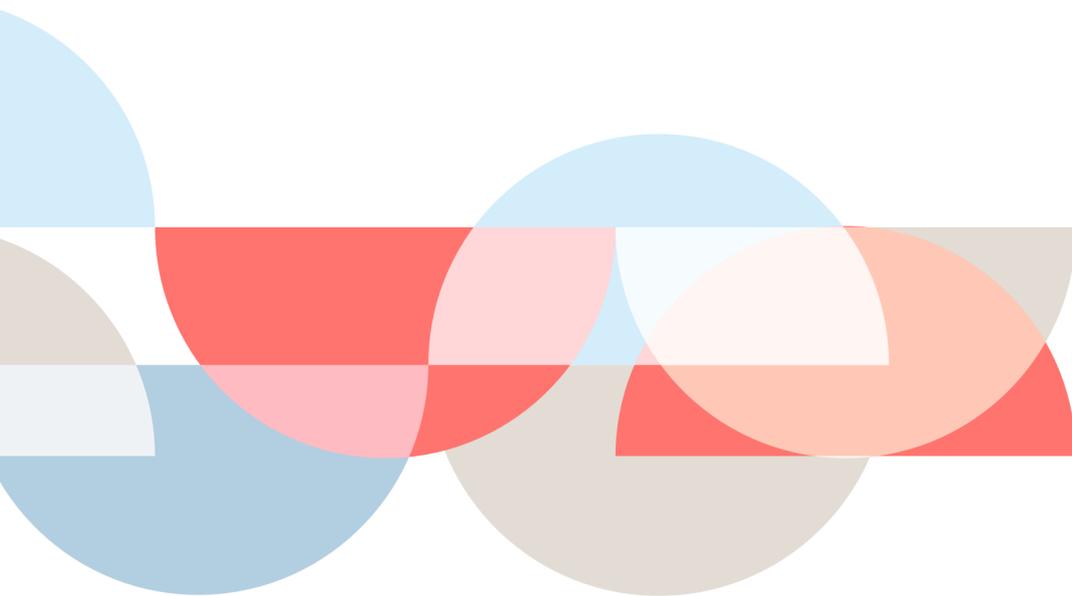
## MATERIAIS PARA O PROFESSOR

Para apoiar os docentes, as habilidades selecionadas foram distribuídas em três sequências didáticas exemplares para Língua Portuguesa e três para Matemática, sendo a primeira de cada componente sempre associada a conteúdos e contextos em que os jovens possuem algum conhecimento e propõem fazer retomadas do conhecimento para que os jovens reconheçam o que sabem e se sintam motivados para continuar aprendendo. Com isso, a ideia é justamente engajá-los na aprendizagem. Já as demais sequências têm como foco novos conhecimentos e habilidades nas quais os estudantes demonstram mais dificuldades tendo como referências as lacunas identificadas nas avaliações diagnósticas, sempre considerando o desenvolvimento de habilidades prioritárias para aprender mais e a preparação para desafios futuros na continuidade dos estudos ou no mundo do trabalho.

As propostas apresentadas como exemplares possuem uma lógica em seu desenvolvimento e apresentam atividades com resultados comprovados de aprendizagem. Do ponto de vista das sequências didáticas, a sugestão é criar um ciclo de acolhimento e melhoria, propondo ações contínuas e interligadas. No entanto, elas são sugestões, modelos que podem ser adaptados para o trabalho com os alunos e integradas a outras habilidades, respeitando as necessidades específicas identificadas em cada turma e a cultura de cada unidade escolar. O tempo de duração sugerido para cada proposta tem em média 16 horas/aula.

Além das sequências didáticas apresentadas, faz parte da iniciativa a Caixa de Ferramentas do Professor, com os seguintes materiais:

- Uma sugestão de avaliação inicial e outra de avaliação final, para acompanhar os jovens durante o processo.
- Os documentos Orientações ao professor e Propostas de intervenção na forma de orientações de estudos, para elaboração e execução de planos de estudos com sugestões de itens, vídeos e questões que podem compor tarefas estabelecidas pelo professor, para auxiliar os alunos em momentos de estudo individual e de autogestão.
- O Protocolo de Avaliação Formativa, documento com recursos estruturados para o acompanhamento e o registro sobre o processo de aprendizagem, além de orientações para compartilhar essas informações com os jovens e com a gestão da escola.
- Sugestões e estratégias para o desenvolvimento das aulas no contexto híbrido. Acesse o documento [Como tornar as suas estratégias de ensino e aprendizagem híbridos](#) com dicas de mediação.

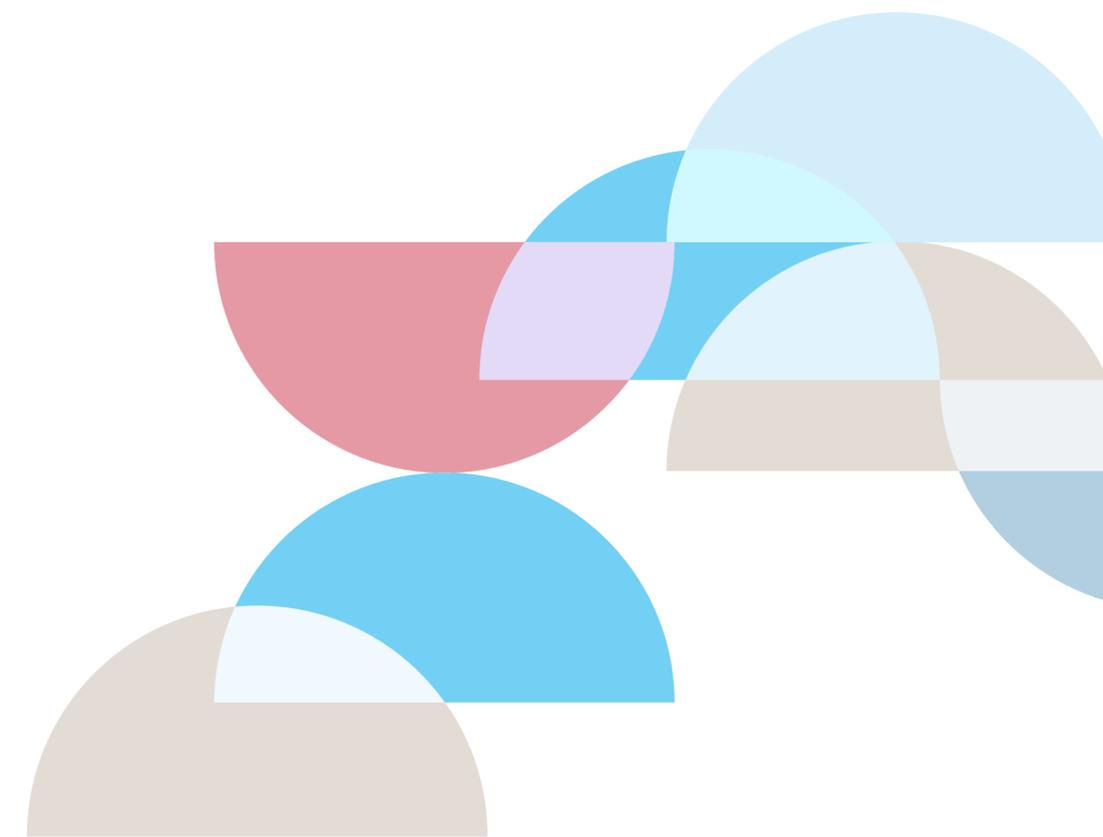


## MATERIAIS PARA A EQUIPE PEDAGÓGICA

Para apoiar o trabalho da equipe pedagógica, a Caixa de Ferramentas do Formador apresenta orientações para a realização dos momentos formativos, na forma de pautas, textos de apoio, conteúdos anexos e apresentações para apoiar os momentos formativos. As pautas formativas contemplam oito horas de formação para cada um dos componentes (Língua Portuguesa e Matemática) e têm como objetivo facilitar a compreensão das sequências didáticas, da metodologia proposta para o desenvolvimento das habilidades essenciais. As pautas formativas têm, ainda, as Instruções de uso do Protocolo de Avaliação Formativa, que auxilia a compreensão do Protocolo de Avaliação Formativa (presente na Caixa de Ferramenta do Professor).

Acesse os materiais do Volume 1 aqui:

<https://www.institutoreuna.org.br/ensino-medio/content/Fortalecimento-da-Aprendizagem>



# CONECTANDO SEQUÊNCIAS

## VOLUME 1 E VOLUME 2 DO FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM

O Volume 1 do Fortalecimento da Aprendizagem tem os mesmos princípios de organização do Volume 2, mas foi feito para atender, em um primeiro momento, aos estudantes da 3ª série do Ensino Médio, que estavam finalizando a educação básica após um longo período de interrupção de aulas, e aos quais se desejava garantir aprendizagens essenciais para que eles se sentissem seguros para participar de processos seletivos para o ensino superior, além de garantir conhecimentos que permitissem seguir no mundo do trabalho.

Já o Volume 2 amplia esse olhar para apoiar a recomposição de aprendizagens aos estudantes que iniciam o percurso pelo Novo Ensino Médio.

Por isso, leva em conta os Mapas de Foco da BNCC do Instituto Reúna para 8ºs e 9ºs anos, bem como o Referencial para Sérição das Matrizes Curriculares de Língua Portuguesa e Matemática no Ensino Médio e as Matrizes Curriculares da Fundação Roberto Marinho.

Todos esses documentos se relacionam à BNCC (2018) e, por consequência, aos currículos referenciais dos estados e, por isso, favorecem a organização temporária das aprendizagens de tal forma a garantir o continuum curricular e as aprendizagens essenciais que não foram alcançadas no final do ensino fundamental, e podem comprometer o desenvolvimento dos estudantes no ensino médio.

Apesar desses focos específicos, os dois volumes são complementares e podem ser utilizados em conjunto a depender do diagnóstico da aprendizagem dos estudantes, uma vez que, se constituem por atividades exemplares, para apoiar os ajustes que se fizerem necessários nas três séries. As atividades foram pensadas para os diferentes momentos que eles irão se deparar no seu percurso formativo, como reflexões que os apoiam a pensar na sua trajetória ao longo das séries e nos caminhos que irão seguir após a conclusão dos estudos escolares.

Nossa recomendação é para que os professores de Língua Portuguesa e Matemática das primeiras séries do ensino médio iniciem pelo Volume 2 e que, conforme indicação, utilizem complementarmente o Volume 1. Materiais como livros didáticos, projetos, planos de aula, entre outros, são importantes para o desenvolvimento das propostas como complementares ao que as Sequências Didáticas propõem.

## VOLUME 2 DO FORTALECIMENTO DAS APRENDIZAGENS

Como o Volume 2 foi pensado para apoiar a recomposição das aprendizagens no contexto da implementação da nova arquitetura do Ensino Médio, em especial para apoiar a Formação Geral Básica segundo os pressupostos da BNCC, são destaques na proposta:

- Consolidação, aprofundamento e ampliação das aprendizagens iniciadas no ensino fundamental, que marca o pressuposto de progressão das aprendizagens na educação básica previsto na BNCC. Isto significa que as sequências orientam recompor as aprendizagens não realizadas anteriormente pelos estudantes, bem como desenvolver as essenciais para a série em que está.
- A avaliação processual em compromisso com a abordagem formativa ganha mais evidência, com orientações de diferentes momentos, instrumentos e estratégias para observar as evidências de aprendizagem e nela intervir.

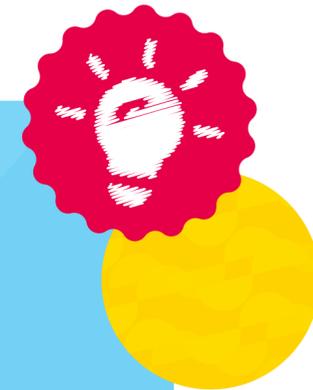
- O compromisso com o desenvolvimento integral dos/das jovens fica mais evidente, com proposição de situações de aprendizagem que mobilizam o desenvolvimento de aspectos das competências gerais da BNCC simultaneamente ao desenvolvimento de competências e habilidades específicas dos componentes, apoiando o professor a perceber como os desafios propostos e os caminhos metodológicos escolhidos concorrem para isso.

- O exercício de priorização curricular é apresentado de forma modelar e formativa, e abre caminhos para o professor estabelecer relações com as propostas do Volume 1 e com outras que seja do seu repertório, evitando-se a ideia de seriação das aprendizagens, ao mesmo passo em que reforça a lógica da progressão das aprendizagens na medida em que as atividades vão se complexificando.

Todo o material é flexível e adaptável, sendo possível integrá-los com outros recursos e estratégias didáticas já utilizadas pelos professores.

**Bom trabalho!**

# Introdução



# Olá, professor/a!

Seja bem-vindo/a às sequências didáticas de Matemática para o Ensino Médio.

Os objetivos que permeiam o percurso composto por três sequências didáticas são: a retomada e/ou desenvolvimento de habilidades propostas para os anos finais e ainda não consolidadas, e o desenvolvimento das habilidades prioritárias propostas para o Ensino Médio pela BNCC.

No início de cada sequência encontra-se um quadro com as habilidades priorizadas e suas respectivas expectativas de aprendizagem propostas para as atividades sugeridas. Essas informações podem auxiliá-lo no acompanhamento das aprendizagens dos estudantes ao longo do desenvolvimento de cada atividade.

Durante a realização das atividades o estudante é desafiado a manter-se cognitivamente ativo, realizando análises, formulando e validando hipóteses, fazendo descobertas e consolidando aprendizagens. Nas propostas o convite é para que os estudantes participem do processo ativamente e de forma autônoma, pois o convite é para que investiguem, estabeleçam relações,

produzam, representem matematicamente uma situação. Cabe aos professores(as) conduzir todo o processo, acompanhar os estudantes em suas trajetórias, auxiliá-los na organização dos estudos e garantir as sistematizações das aprendizagens.

A ideia é que o estudante seja avaliado durante o processo (avaliação processual e formativa), além de realizar autoavaliação ao longo das atividades, tomando consciência do seu processo de aprendizagem e identificando o que ainda é preciso investir mais esforços.

Essa primeira sequência didática inicia com uma atividade para acolher os estudantes nessa nova etapa de suas vidas (Atividade 1), a segunda proposta tem como foco o estudo das transformações geométricas (simetrias e homotetia), apoiado nas obras do artista holandês Maurits Cornelis Escher (1898-1972). Também são objetos de estudo nesta etapa o plano cartesiano, as figuras semelhantes e as congruentes. A Atividade 3 tem como foco o estudo dos gráficos aliado à retomada dos números racionais e as operações entre eles.

**Bom trabalho!**



No quadro a seguir, você encontra a relação das **Competências Específicas e Habilidades de Matemática** na etapa da **BNCC do Ensino Médio** selecionadas para essa Sequência Didática, bem como sua **relação com as Habilidades do EF Anos Finais, e descritores do SAEB.**

## TEMPO SUGERIDO PARA O DESENVOLVIMENTO DA SD1: 16 HORAS/AULA

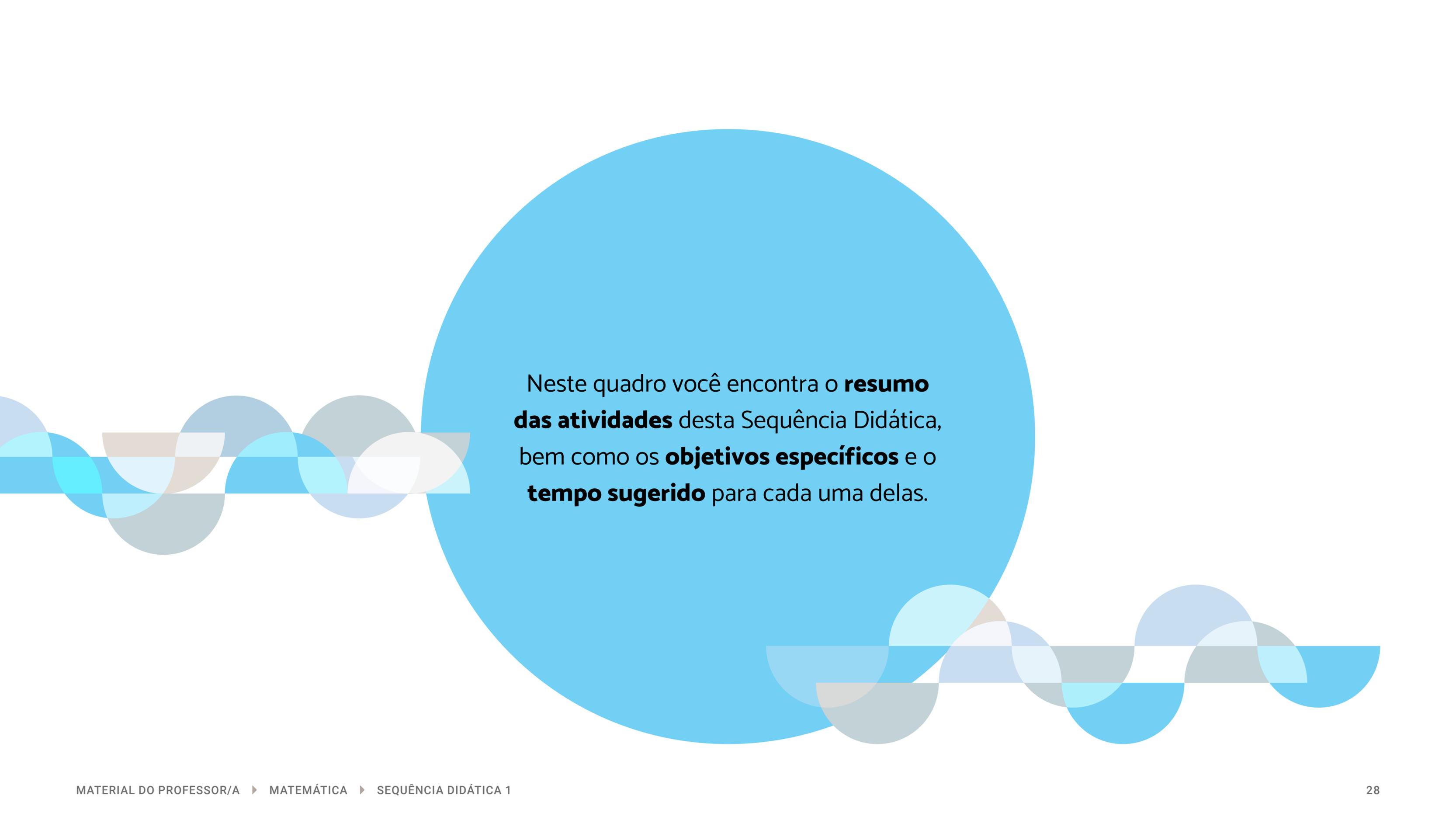
TEMA 1 - TRANSFORMAÇÕES ISOMÉTRICAS, HOMOTETIAS E CONGRUÊNCIA			
COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA ÁREA: PROPOSTAS PARA O ENSINO MÉDIO	HABILIDADES FOCAIS DO EF ANOS FINAIS QUE SÃO CONHECIMENTOS PRÉVIOS	DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES FOCO DE MATEMÁTICA DO ENSINO MÉDIO	DESCRITORES SAEB
<p>1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas ou fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p> <p>2. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade ou não de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.</p>	<p>(EF07MA19) Realizar transformações de polígonos representados no plano cartesiano, decorrentes da multiplicação das coordenadas de seus vértices por um número inteiro.</p> <p>(EF07MA20) Reconhecer e representar, no plano cartesiano, o plano simétrico de figuras em relação aos eixos e à origem.</p> <p>(EF07MA21) Reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros.</p>	<p>EM13MAT105 Utilizar noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e composições destas) e transformações homotéticas para analisar diferentes produções humanas como construções civis, obras de arte, entre outras.</p>	<p>D7 Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.</p> <p>D9 Interpretar informações apresentadas por meio de coordenadas cartesianas.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>Identificar regularidades em coordenadas cartesianas de vértices de figuras obtidas por simetria (reflexão, translação), ampliação ou redução.</li> </ul>
<p>3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p>	<p>(EF09MA12) Reconhecer as condições necessárias e suficientes para que dois triângulos sejam semelhantes.</p>	<p>EM13MAT308 Resolver e elaborar problemas em variados contextos, envolvendo triângulos que se aplicam às relações métricas ou as noções de congruência e semelhança.</p>	<p>D7 Reconhecer que as imagens de uma figura construída por uma transformação homotética são semelhantes, identificando propriedades e/ou medidas que se modificam ou não se alteram.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>As simetrias dão origem a figuras congruentes e as homotetias dão origem a figuras semelhantes.</li> </ul>

## TEMA 2: NÚMEROS E ESTATÍSTICA

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA ÁREA: PROPOSTAS PARA O ENSINO MÉDIO	HABILIDADES FOCAIS DO EF ANOS FINAIS QUE SÃO CONHECIMENTOS PRÉVIOS	DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES FOCO DE MATEMÁTICA DO EM	DESCRITORES SAEB
<p>1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>	<p><b>(EF09MA22)</b> Escolher e construir o gráfico mais adequado (colunas, setores, linhas), com ou sem o uso de planilhas eletrônicas, para apresentar um determinado conjunto de dados, destacando aspectos como as medidas de tendência central.</p>	<p><b>EM13MAT101</b> Interpretar situações econômicas, sociais e das Ciências da Natureza, que envolvem a <b>variação de duas grandezas, pela análise dos gráficos das funções representadas e das taxas de variação</b>, com ou sem apoio de tecnologias digitais.</p> <p><b>EM13MAT102</b> Analisar gráficos e métodos de amostragem de pesquisas estatísticas apresentadas em relatórios divulgados por diferentes meios de comunicação, identificando, quando for o caso, inadequações que possam induzir a erros de interpretação, como escalas e amostras não apropriadas.</p>	<p><b>D36.</b> Resolver problemas, envolvendo informações apresentadas em tabelas e/ou gráficos.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Construir, ler e interpretar informações contidas em gráficos.</li> <li>• Identificar erros em escalas de gráficos que podem levar a interpretações incorretas.</li> </ul>
	<p><b>(EF07MA12)</b> Resolver e elaborar problemas que envolvam <b>as operações com números racionais</b>.</p> <p><b>(EF0MA804)</b> Resolver e elaborar problemas, <b>envolvendo cálculo de porcentagens</b>, incluindo o uso de tecnologias digitais.</p> <p><b>(EF07MA02)</b> Resolver e elaborar <b>problemas que envolvam porcentagens, como os que lidam com acréscimos e decréscimos simples</b>, utilizando estratégias pessoais, cálculo mental e calculadora, no contexto de educação financeira, entre outros.</p> <p><b>(EF09MA05)</b> Resolver e elaborar <b>problemas que envolvam porcentagens, com a ideia de aplicação de percentuais sucessivos e a determinação das taxas percentuais</b>, preferencialmente com o uso de tecnologias digitais, no contexto da educação financeira.</p>	<p><b>EM13MAT104</b> Interpretar <b>taxas e índices de natureza socioeconômica</b>, tais como o Índice de Desenvolvimento Humano, <b>taxas de inflação</b>, entre outros, investigando <b>os processos de cálculo desses números</b>.</p>	<p><b>D25.</b> Efetuar cálculos que envolvam operações com números racionais (adição, subtração, multiplicação, divisão, potenciação).</p> <p><b>D28.</b> Resolver problema que envolva porcentagem.</p>

## TEMA 2: NÚMEROS E ESTATÍSTICA (CONTINUAÇÃO)

COMPETÊNCIAS ESPECÍFICAS DA ÁREA: PROPOSTAS PARA O ENSINO MÉDIO	HABILIDADES FOCAIS DO EF ANOS FINAIS QUE SÃO CONHECIMENTOS PRÉVIOS	DESCRIÇÃO DAS HABILIDADES FOCO DE MATEMÁTICA DO EM	DESCRIPTORIOS SAEB
<p>3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.</p> <p>1. Utilizar estratégias, conceitos e procedimentos matemáticos para interpretar situações em diversos contextos, sejam atividades cotidianas, sejam fatos das Ciências da Natureza e Humanas, das questões socioeconômicas ou tecnológicas, divulgados por diferentes meios, de modo a contribuir para uma formação geral.</p>	<p><b>(EF08MA01)</b> Efetuar cálculos com potências de expoentes inteiros e aplicar esse conhecimento na <b>representação de números em notação científica</b>.</p> <p><b>(EF08MA01)</b> Resolver e elaborar <b>problemas com números reais, inclusive em notação científica</b>, envolvendo diferentes operações.</p>	<p><b>EM13MAT313</b> Resolver e elaborar <b>problemas que envolvem medições em que se discuta o emprego de algarismos significativos</b> e algarismos duvidosos, utilizando, quando necessário, a <b>notação científica</b>.</p> <p><b>EM13MAT103</b> Interpretar e compreender o emprego de <b>unidades de medida de diferentes grandezas, inclusive de novas unidades</b>, como as de armazenamento de dados e de distâncias astronômicas e microscópicas.</p>	<p><b>D26. Resolver problemas com números racionais, envolvendo</b> as operações (adição, subtração, multiplicação, divisão, <b>potenciação</b>).</p> <ul style="list-style-type: none"><li>● Representar números grandes e pequenos utilizando notação científica.</li></ul>



Neste quadro você encontra o **resumo das atividades** desta Sequência Didática, bem como os **objetivos específicos** e o **tempo sugerido** para cada uma delas.

ATIVIDADE	TEMPO SUGERIDO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	RESUMO: COMO A PROPOSTA ESTÁ ORGANIZADA
1. Acolhimento e apresentação do grupo.	1 aula	Acolher os estudantes e conhecer suas expectativas em relação a esta nova etapa escolar: o ensino médio.	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Acolher os estudantes e levantar as suas expectativas em relação ao estudo da Matemática no Ensino Médio.</li> <li>• Apresentação da proposta de estudos da sequência didática.</li> </ul>
2. Matemática e arte: transformações geométricas.	9 aulas	O foco da atividade é o estudo das transformações geométricas e suas propriedades, explorados nas obras de Maurits Cornelis Escher (1898-1972).	<p>A proposta está dividida em 5 momentos:</p> <p><b>Momento 1:</b> uma aula. Aquecimento para o tema: pesquisa sobre M. C. Escher.</p> <p><b>Momento 2:</b> três aulas. Rotação por estações: conhecendo e explorando as simetrias.</p> <p><b>Momento 3:</b> uma aula. Organizando as aprendizagens.</p> <p><b>Momento 4:</b> uma aula. Ampliando as aprendizagens.</p> <p><b>Bora se preparar?</b> uma aula.</p> <p><b>Momento 5:</b> duas aulas. Transformações geométricas no plano cartesiano.</p>
3. Muitos números nos gráficos	9 aulas	O foco é realizar o estudo dos números racionais, inteiros, porcentagem e notação científica por meio da construção e análise de tabelas e gráficos presentes na mídia.	<p>A proposta está dividida em 5 momentos:</p> <p><b>Momento 1:</b> uma aula. Aquecimento para o tema: reconhecer a importância dos elementos de um gráfico.</p> <p><b>Momento 2:</b> uma aula. Gráfico de linhas e números racionais: construir, ler e interpretar gráficos de linhas. Analisar problemas na escala do gráfico (escolher o mais adequado).</p> <p><b>Momento 3:</b> duas aulas. Notação científica/cálculo mental: identificar a notação científica como uma forma de representar números muito grandes e muito pequenos.</p> <p><b>Momento 4:</b> duas aulas. Gráfico de barras e os números racionais - construir, ler e interpretar gráficos de barras. Abordar os números racionais e inteiros, incluindo operações</p> <p><b>Momento 5:</b> duas aulas. Gráfico de setores e porcentagem/cálculo mental: construir, ler e interpretar gráficos de setores. Abordar os números racionais e inteiros, incluindo operações e porcentagem.</p> <p><b>Bora se preparar?</b> uma aula.</p>

ATIVIDADE	TEMPO SUGERIDO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	RESUMO: COMO A PROPOSTA ESTÁ ORGANIZADA
4. Cálculo mental	1 aula extra	Propiciar aos alunos a possibilidade do exercício de capacidades mentais como memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização, como também o desenvolvimento de conceitos e habilidades fundamentais para aprofundar os conhecimentos matemáticos.	Cálculo mental: porcentagem.
5. Cálculo mental	1 aula extra	Propiciar aos alunos a possibilidade do exercício de capacidades mentais como memória, dedução, análise, síntese, analogia e generalização, como também o desenvolvimento de conceitos e habilidades fundamentais para aprofundar os conhecimentos matemáticos.	Cálculo mental: potenciação.
6. Resolução de problemas	1 aula extra	Ler e interpretar textos de matemática, desenvolver argumentações; ampliar vocabulário matemático; desenvolver uma variedade de estratégias para abordar e resolver um problema; aprender a comunicar-se matematicamente.	Nesta aula traremos um problema de lógica, sem números.

## ORIENTAÇÕES GERAIS

# UMA CONVERSA INICIAL

Sabemos dos desafios de iniciar o ensino de matemática com estudantes que trazem diferentes experiências, dos anos anteriores, com este componente curricular. Há quem tenha aprendido o esperado, mas as estatísticas nacionais mostram que ainda não são todos que chegaram lá. Também sabemos que, muitas vezes, além de desconhecermos os conceitos básicos, as experiências pessoais nas aulas não foram as melhores, o que pode ter ocasionado sentimentos de desinteresse, medo, angústia e até de baixa estima com relação à própria capacidade de aprender. Por isso, organizamos esta sequência didática com alguns princípios que desejamos compartilhar com você:

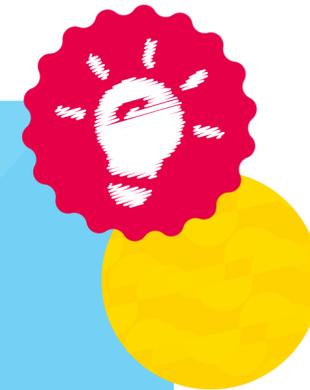
- Atuaremos em duas direções: retomando noções muito fundamentais dos anos anteriores (em especial do 8º e 9º anos) e, ao mesmo tempo, avançando para as habilidades essenciais dos anos iniciais do ensino médio, especialmente a 1ª série. Faremos isso integrando e conectando os conhecimentos, sem dizer “vamos retomar porque vocês não sabem”. Lembre-se que a BNCC (ano) fala em consolidar, ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos dos estudantes no ensino médio e esse será o princípio que seguiremos.
- Não perderemos de vista que os estudantes precisam alcançar o letramento matemático. Por isso, ler, escrever, argumentar, explicar etc. serão muito reforçados nas sequências didáticas deste material.
- Considerando suas experiências e a forma como afetam sua capacidade de aprender e seu envolvimento nas aulas, optamos por trabalhar os conceitos e as habilidades de uma forma mais lúdica, investigativa, estimulando muitos sentidos dos estudantes. Isso pode ser um pouco diferente, mas dê uma chance a você e aos estudantes de fazer a mesma matemática de uma forma diferente.

**Vai valer a pena, pode acreditar!**

## LEITURAS INDICADAS

- Utilizaremos duas metodologias ativas: a rotação por estações e a sala de aula invertida. Para saber mais sobre esses temas, realize a leitura dos textos “Para uma aula diferente, aposte na Rotação por Estações de Aprendizagem” disponível em <https://bitly.com/nova1> e “O que muda nas aulas quando se aplica a sala de aula invertida?”, disponível em: <https://bitly.com/nova2> (acesso em 28/03/2022). Enquanto realiza as leituras, registre os pontos importantes para o planejamento de uma aula com essas metodologias.
- Apoiaremos o estudo das transformações geométricas em algumas gravuras de Maurits Cornelis Escher. Para conhecer um pouco mais sobre o artista e como a matemática está presente em sua obra, sugerimos a leitura do texto “A arte matemática nas obras de Escher: explorando conceitos da geometria”, disponível em: <https://bitly.com/artemat> (acesso em 05/05/2022).
- Para saber mais sobre as transformações geométricas, acesse o texto “Geometria das transformações”, disponível em: <https://bitly.com/nova3> (acesso em 28/03/2022).

# Atividades



# Atividade 1



## ATIVIDADE 1

# ACOLHIMENTO E APRESENTAÇÕES

- **Foco:** acolher os estudantes e conhecer suas expectativas em relação a esta nova etapa escolar: o ensino médio
- **Tempo sugerido:** 1 hora/aula
- **Possíveis materiais:** post-it ou etiqueta (uma para cada estudante)

**Professor/a**, para acolher os estudantes e conhecer o que eles esperam das aulas de matemática do ensino médio, sugerimos esta primeira atividade. No entanto, é importante que você lembre que o período de transição dos estudantes – em que voltam para a escola – merece cuidado, para que se sintam acolhidos, confortáveis e recebidos em um ambiente preparado para eles. Ainda que nem todas as condições escolares estejam adequadas para isso, a sua aula pode ser um diferencial. Veja algumas sugestões que você pode utilizar ao longo do ano para que eles sempre sintam que você os espera e confia neles.

Se estiver acolhendo os estudantes pela primeira vez, organize um espaço para que, em duplas, apresentem-se para um colega. Peça para que falem seus nomes e suas expectativas em relação ao que esperam das aulas de matemática. Faça duas questões bem focadas, que “quebrem o gelo” e tragam certo humor, aproximando você desses jovens, como no exemplo a seguir.

1. **Como você considera sua relação com a Matemática? Justifique.**
  - Relacionamento sério
  - Às vezes eu gosto, às vezes não gosto
  - Prefiro nem ver!
2. **De que forma você considera que a Matemática pode contribuir com a sua vida de estudante e fora da escola?**
  - Não tenho ideia do que quero fazer, está muito longe ainda
  - Aprender matemática me ajudará em conquistas futuras.

Caso você já tenha iniciado as atividades com sua turma, foque essa dinâmica nas duas questões acima e deixe que relatem o que viveram até o momento.

Enquanto um estudante fala, o seu colega anota, em um post-it ou etiqueta, as informações relevantes. Após 5 minutos, peça para trocarem de papel, aquele que estava anotando passa a falar e o outro anota. Essa etapa também terá duração de 5-10 minutos.

O próximo passo é organizar todos os estudantes em uma grande roda, e cada um vai apresentar o colega com quem conversou na etapa anterior: fala o nome dele, suas expectativas e relação com a Matemática. As respostas serão anotadas no post-it e, depois, coladas em um mural coletivo.

Professor/a, prepare-se para respostas bem diversas, algumas positivas e outras, talvez, negativas. Escute-a, sem qualquer julgamento de valor, e desafie-os a

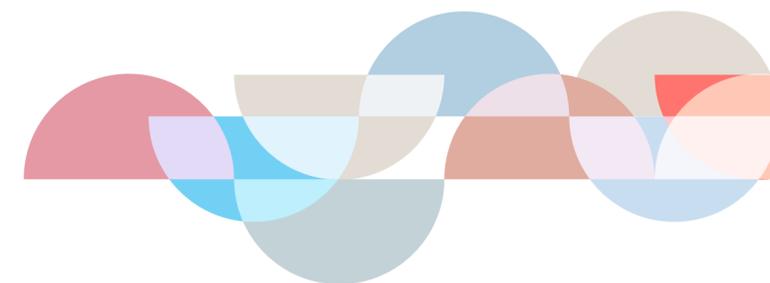
construir uma postura de estudante que possa contribuir com as expectativas otimistas sobre o percurso com a matemática que vivenciarão nos próximos meses. Para isso, mencione que é comum algumas pessoas terem certo medo ou receio das aulas de matemática porque muitas ouviram, por muitos anos, que são conteúdos difíceis. Mas todos podem aprender a matemática ao longo da vida e agora, no início de uma nova etapa, pode ser um ótimo momento de estabelecer uma nova relação com essa área do conhecimento.

Guarde esse mural com as expectativas de todos os estudantes. Ele poderá ser retomado durante o percurso para cada um verificar se suas expectativas estão sendo alcançadas, se a relação deles com a Matemática mudou e se há novos planos em ação.

Para finalizar essa etapa, apresente aos estudantes a sua proposta de trabalho docente. Fale dos temas que serão abordados e das expectativas de aprendizagem.

Aproveite o momento para ressaltar a importância da participação ativa dos estudantes em todas as propostas, da relevância das atividades para os momentos de autogestão de estudos e sinalize que eles serão avaliados por você e por eles mesmos durante todo o percurso (avaliação formativa).

Fale que sabe dos desafios de aprender matemática, mas que na sua aula há espaço para dúvidas, e que aprender qualquer coisa (andar de skate, de bicicleta, dançar, compor uma música) também exige esforço, mas que é possível chegar lá. Afirme que confia que conseguirão.



# Atividade 2



## ATIVIDADE 2

# MATEMÁTICA E ARTE: TRANSFORMAÇÕES GEOMÉTRICAS

- **Foco:** estudo das transformações geométricas e suas propriedades, explorados nas obras de Maurits Cornelis Escher (1898-1972).
- **Tempo sugerido:** 9 horas/aula
- **Objetivos:** essa atividade objetiva estudar as transformações geométricas, a congruência e semelhança de figuras focadas no desenvolvimento de habilidades do ensino fundamental dos anos finais (EFO7MA19, EFO7MA20, EFO7MA21 E EFO9MA12) em articulação com as habilidades previstas no ensino médio (EM13MAT105, EM13MAT308).

### • Possíveis materiais:

#### Estação 1

- Cópia impressa ou virtual do [Anexo 1](#).
- Malha quadriculada.
- Canetinhas coloridas ou lápis de cor.

#### Estação 2

- Cópia impressa ou virtual do [Anexo 2](#).
- Uma folha de papel sulfite ou papel dobradura.
- Uma folha de papel quadriculado para cada estudante.
- Tesoura.
- Cola.

#### Estação 3

- Cópia impressa ou virtual do [Anexo 3](#).
- Malha quadriculada. Modelo disponível no [Anexo 5](#).
- Materiais de desenho geométrico: régua, compasso e transferidor.
- Outra opção é disponibilizar dispositivo tecnológico com acesso ao Geogebra, disponível em: <https://bitly.com/Geogebra>.

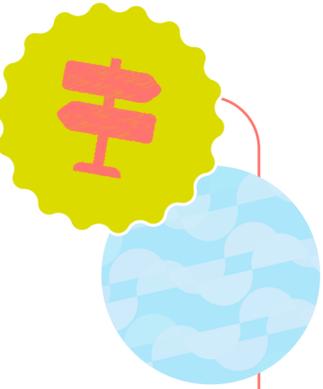
#### Estação 4

- Cópia impressa ou virtual do [Anexo 4](#).
- Projeção do Anexo 4 para os estudantes.

- Cópia para cada um a imagem da Etapa 2.
- Cópia das imagens disponíveis no Anexo 5.
- Outra opção é substituir a exploração das figuras do Anexo 5 pelo acesso ao aplicativo Geogebra e explorar situações com diferentes valores e  $r$  ( $r > 1$ ,  $0 < r < 1$  e  $r = 1$ ). Disponível em: <https://bitly.com/Geogebra2>.
- Papel quadriculado. Modelo disponível no Anexo 5.
- Acesse o geoplano virtual, disponível em: <https://bitly.com/geoboard>. Caso esse acesso não seja possível, disponibilize os modelos de malha pontilhada e de folha quadriculada, disponíveis no Anexo 5.
- Cópia impressa ou virtual das atividades disponíveis na seção Bora se Preparar.
- Projeção das atividades da seção Bora se Preparar.

### GEOPLANOS

Os geoplanos físicos são tabuleiros de madeira na forma quadrada ou retangular, com pinos parcialmente pregados, configurando uma malha. Com ligas de borracha ou elásticos enlaçados nos pinos, os estudantes podem construir, analisar e identificar características de figuras planas. Esse recurso é muito utilizado no estudo de geometria.



## Orientações para a gestão da aula

Toda aula deve ter começo, meio e fim, para que os estudantes vejam sentido no estudo dedicado à disciplina.

Propomos que o foco de cada aula seja colocado no quadro, em itens, e que os cinco minutos finais sejam dedicados a verificar se o objetivo foi ou não cumprido. Os estudantes devem identificar o que ajudou ou prejudicou no cumprimento do que foi proposto na aula.

As aulas, exigem preparação e planejamento. Fique atento, estude-as em profundidade, com antecedência e, se possível, realize as propostas antes de levá-las aos estudantes. Isso permitirá que você tenha dimensão dos possíveis desafios e possa realizar as adequações necessárias.

## Aquecimento para o tema

1 AULA

**Professor/a**, para iniciar a proposta, proponha que os estudantes, organizados em pequenos grupos, realizem uma pesquisa sobre o artista M. C. Escher (1898-1972) e procurem responder às seguintes questões: Quem foi Escher? Onde ele viveu? Quais as características de suas obras? Como a matemática está presente nas gravuras deste artista? Oriente-os, também, a analisar uma das gravuras desse artista, identificando características e pontos que chamaram a sua atenção.

Após a pesquisa, você pode abrir uma roda de conversa e convidar cada grupo para contar suas descobertas e falar um pouco das características da gravura escolhida. Eles podem falar livremente das impressões, cores, do sentido das imagens.

Para encerrar esse momento, é importante deixar claro como a contribuição de Escher é significativa, principalmente porque suas gravuras possibilitam a identificação e a compreensão de muitos conceitos matemáticos, de forma prática e prazerosa. Anuncie que eles iniciarão o estudo das simetrias apoiados em algumas gravuras desse autor.

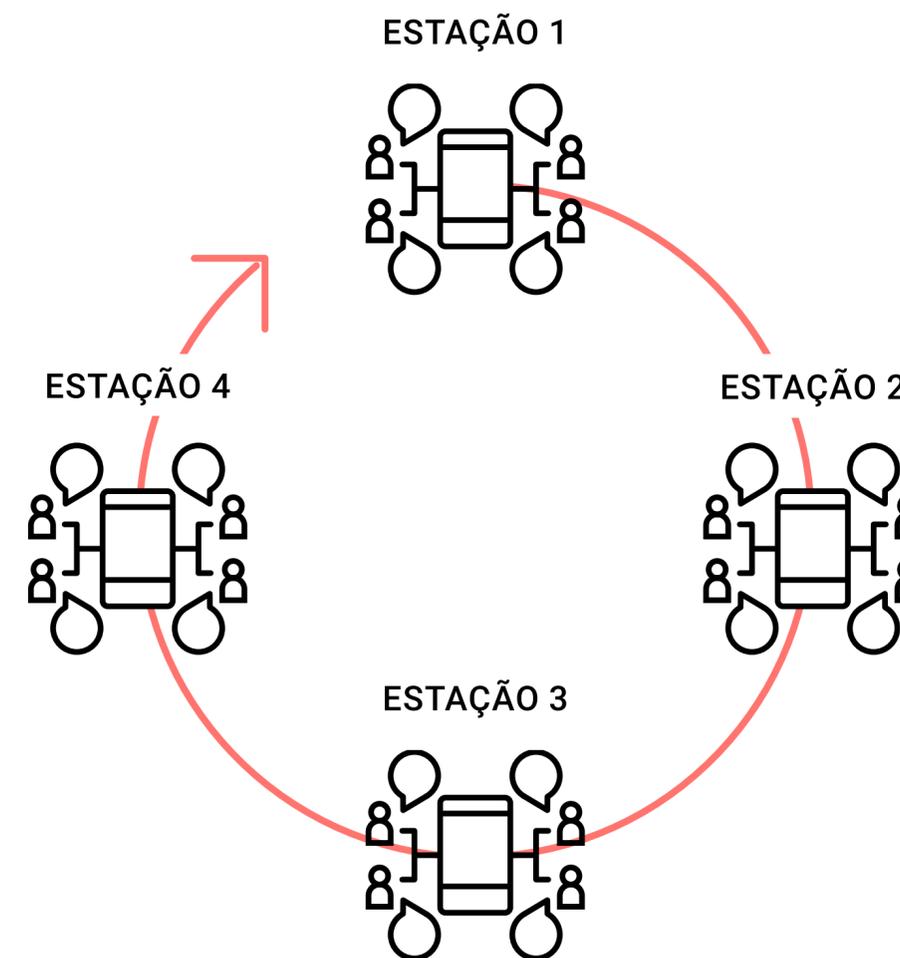
## Rotação por estações

3 AULAS

**Professor/a**, é importante iniciar o momento explicando aos estudantes que eles realizarão um estudo de transformações geométricas e que cada grupo percorrerá quatro (4) estações. Em cada uma delas, analisarão gravuras de Escher, seguindo as orientações apresentadas nas fichas de trabalho que estão sobre as mesas e, após a análise, deverão produzir uma gravura/faixa decorativa própria. É importante que registrem suas dúvidas e aprendizagens em seu caderno. Eles terão cerca de 30 minutos para realizar a proposta de cada estação (se necessário, você pode rever esse tempo e adaptá-lo às necessidades de sua turma).

**Atenção, professor/a:** os estudantes devem estar organizados em quatro (4) grupos, com quatro (4) ou cinco (5) componentes cada, e cada grupo deverá passar pelas quatro (4) estações. Oriente-os a fazer os registros no caderno, pois o material disponível em cada estação será utilizado por todos os grupos.

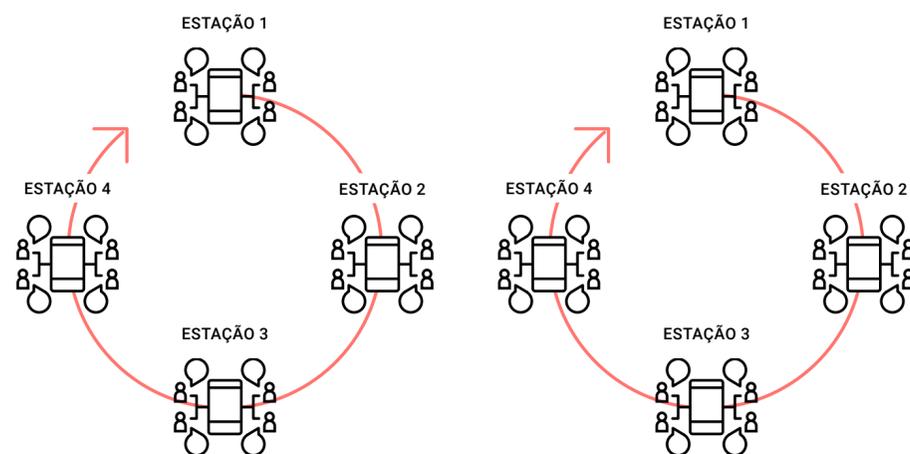
Faça combinados com eles: cada grupo deverá eleger um controlador do tempo e um componente que



terá como objetivo organizar o trabalho e registrar as conclusões do grupo naquela estação.

Se for a primeira vez que os estudantes vivenciam essa metodologia, faça um ensaio, enfatizando o sentido da rotação entre as estações, os materiais coletivos que deverão permanecer na mesa e os pessoais que os estudantes deverão carregar para a próxima estação.

**Observação:** caso sua turma seja mais numerosa, você pode organizar duas estações 1, duas estações 2, duas estações 3 e duas 4, conforme figura abaixo.



**Organize a sala com antecedência,** disponibilizando o material necessário em cada estação, conforme orientações seguir.

#### Estação 1:

- Uma cópia do [Anexo 1](#) (pode ser uma versão impressa ou virtual).
- Malha quadriculada.
- Canetinhas coloridas ou lápis de cor.

#### Estação 2:

- Uma cópia do [Anexo 2](#) (pode ser uma versão impressa ou virtual).
- Uma folha de papel sulfite ou papel dobradura.
- Uma folha de papel quadriculado para cada estudante.
- Tesoura.
- Cola.

#### Estação 3:

- Uma cópia do [Anexo 3](#) (pode ser uma versão impressa ou virtual).
- Malha quadriculada.
- Régua.

- Compasso.
- Transferidor.
- Outra opção é disponibilizar dispositivo tecnológico com acesso ao geogebra, disponível em:

<https://bitly.com/geogebra>.

#### Estação 4:

- Uma cópia do [Anexo 4](#) (pode ser uma versão impressa, sendo uma cópia ou versão virtual para ser projetada aos estudantes).
- Uma cópia para cada um da imagem da etapa 2 do Anexo 4.
- Uma cópia das imagens disponíveis no [Anexo 5](#).
- Caso seja possível, outra opção é substituir a exploração das figuras do anexo 5 pela exploração do aplicativo disponível em: <https://bitly.Com/geogebra2> e explorar situações com diferentes valores e  $r$  ( $r > 1$ ,  $0 < r < 1$  e  $r = 1$ ).
- Papel quadriculado (modelo disponível no [Anexo 6](#)).

Fixe um espaço na sala, colocando um cartaz com os seguintes títulos: simetria de reflexão; simetria de translação; simetria de rotação e homotetia. Diga que a produção final de cada estação deve ser afixada nos devidos cartazes para posterior exploração. Os estudantes podem identificar suas produções com seus respectivos nomes.



## De olho no conteúdo

Você sabia que uma das inovações propostas na Base Nacional Comum Curricular (BNCC, 2017) é uma maior ênfase ao estudo da Geometria das Transformações e, conseqüentemente, uma maior exploração desses conceitos nos anos finais do Ensino Fundamental?

Alinhada às pesquisas mais recentes sobre a aprendizagem de Geometria e em consonância com os currículos de diversos países, a BNCC propõe, entre tantas habilidades a serem desenvolvidas nesta área, que o estudante seja capaz de:

- reconhecer simetria de reflexão em figuras e em pares de figuras geométricas planas e utilizá-la na construção de figuras congruentes, com o uso de malhas quadriculadas e de softwares de geometria;

- reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros;
- reconhecer e construir figuras obtidas por composições de transformações geométricas (translação, reflexão e rotação) por meio de instrumentos de desenho ou de softwares de geometria dinâmica.

Certamente este trabalho tornará mais dinâmica a interação que os estudantes podem desenvolver com as figuras geométricas no plano. Por exemplo, se, em outra época, a congruência de triângulos era vista como um conjunto de critérios e casos nos quais os

estudantes deveriam memorizar e selecionar para provar algo que já observavam visualmente, com um trabalho voltado para as transformações geométricas, os estudantes poderão reconhecer como uma composição de transformações leva um triângulo a outro e mostrar sua congruência.

Nesta sequência didática, estamos realizando esse estudo por entender a sua relevância como conhecimento prévio para o desenvolvimento de conceitos importantes no ensino médio, como o estudo do plano cartesiano, da leitura e construção de gráficos, das relações de geometria plana que vão contribuir para conceitos relacionados às relações métricas e trigonométricas nos triângulos. Além disso, a compreensão de simetria também será útil na revisão de números e na aprendizagem das funções, em especial as quadráticas.

**Professor/a**, enquanto os estudantes realizam as propostas, circule pelos grupos para solucionar possíveis dúvidas e fazer boas perguntas que possibilitem a investigação e a formulação/validação de hipóteses.

Assim, por exemplo, caso os estudantes não consigam compreender as informações propostas nas situações-problema para que possam desenvolver uma estratégia de resolução, pergunte:

***Você pode me dizer o que o problema pede? Conte novamente o problema para mim com suas palavras. Qual é mesmo a pergunta?***

Caso o grupo esteja parado por não conseguir chegar a um consenso sobre como prosseguir, pergunte:

***O que vocês já pensaram, qual é a dificuldade que estão sentindo, como pensam em resolver?***

Isso permite compreender o que eles estão pensando e ajudá-los a superar as barreiras sem dar resposta pronta, mas encorajando-os a seguir em frente.

Observe se eles estão identificando as transformações geométricas e suas características, no caso da análise de duas obras, em que os estudantes precisam identificar a simetria presente, analisando diferenças e semelhanças entre elas. Por exemplo, pergunte:

***Como essa informação sobre translação escrita te ajuda a buscar um caminho para a resolução?***

Procure incentivar a observação cuidadosa das produções realizadas por eles, a percepção de regularidades, sistematização de conceitos e construção de generalizações:  
***Como vocês podem ter certeza de que essa composição feita por vocês têm a simetria de reflexão (ou de rotação ou translação)?***

Use os procedimentos dos estudantes como base para produzir avanços, esta é uma meta do ensino da matemática.

Ao término de cada etapa, certifique-se que todos os grupos concluíram a proposta e oriente-os a movimentar-se para a próxima estação.

No final da proposta, reserve uns cinco (5) minutos para avaliar a experiência junto aos estudantes, analisar se conseguiram realizar o que foi proposto no dia, e para fazer combinados para melhorar a dinâmica da próxima vez.

## Organizando as aprendizagens

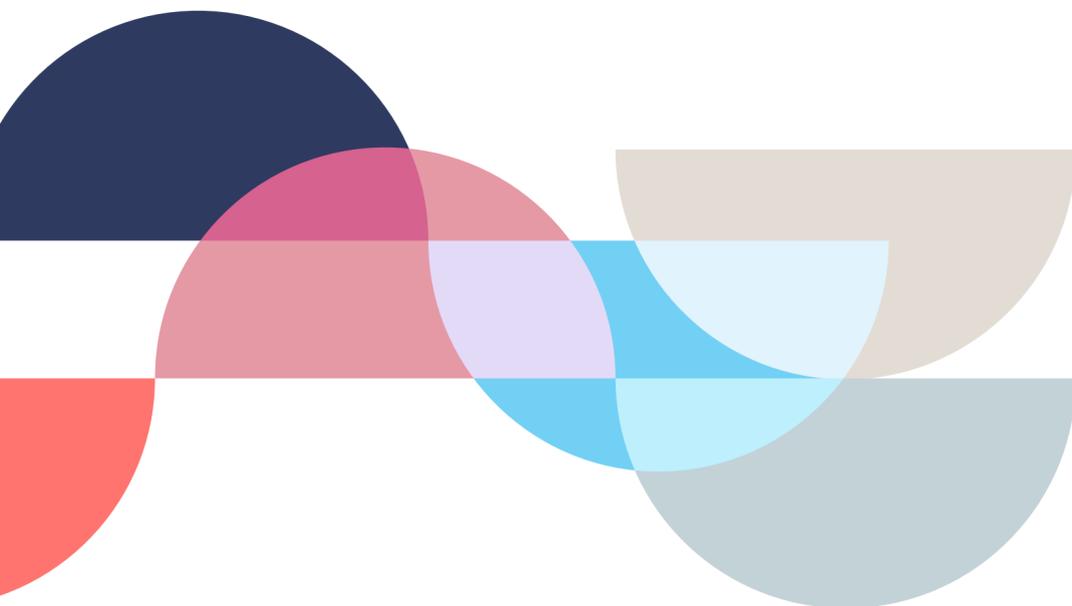
### 1 AULA

Após a realização da proposta, convide os estudantes a contemplarem os cartazes produzidos pela turma. Solicite que alguns estudantes contem suas descobertas na estação 1, simetria de translação: quais as suas características, quais os elementos envolvidos e qual estratégia utilizada para construir as gravuras. Repita o procedimento com as demais transformações estudadas: simetria de reflexão (estação 2), simetria de rotação (estação 3) e homotetia (estação 4). Aproveite o momento para fazer os alinhamentos adequados em função das suas observações e percepções no acompanhamento da proposta e para sistematizar as aprendizagens. Uma sugestão é que identifiquem os conceitos trabalhados e anotem as ideias principais no caderno. Garanta que os estudantes percebam que:

- **Simetria de translação:** todos os pontos da figura inicial são deslocados a uma mesma distância, em uma mesma direção e no mesmo sentido.
- **Simetria de reflexão:** todos os pontos correspondentes têm a mesma distância em relação ao eixo de simetria.
- **Simetria de rotação:** todos os pontos da figura inicial “giram” em torno de um ponto fixo, num determinado sentido e com a medida de um determinado ângulo.
- **Homotetia:** aumento ou redução de uma figura, a partir do centro de homotetia (ponto) e da razão de semelhança. As figuras obtidas por homotetia apresentam a mesma forma, ângulos correspondentes congruentes e medida dos lados correspondentes proporcionais.

**Professor/a**, durante o momento de organização das aprendizagens, converse e tranquilize os estudantes, para que não se preocupem em memorizar nomes, mas foquem nos principais movimentos que constituem a base dessa geometria: rotação, translação e reflexão. Os outros nomes poderão ser consultados nos dicionários on-line, utilizando o próprio celular.

Caso deseje ampliar o trabalho com as transformações geométricas e aprofundar o desenvolvimento das habilidades, leia a EF07MA21: reconhecer e construir figuras obtidas por simetrias de translação, rotação e reflexão, usando instrumentos de desenho ou softwares de geometria dinâmica e vincular esse estudo a representações planas de obras de arte, elementos arquitetônicos, entre outros. Sugerimos que utilize os planos de aula da Nova Escola, disponíveis em: <https://bitly.com/nova4> (acesso em 05/05/2022).

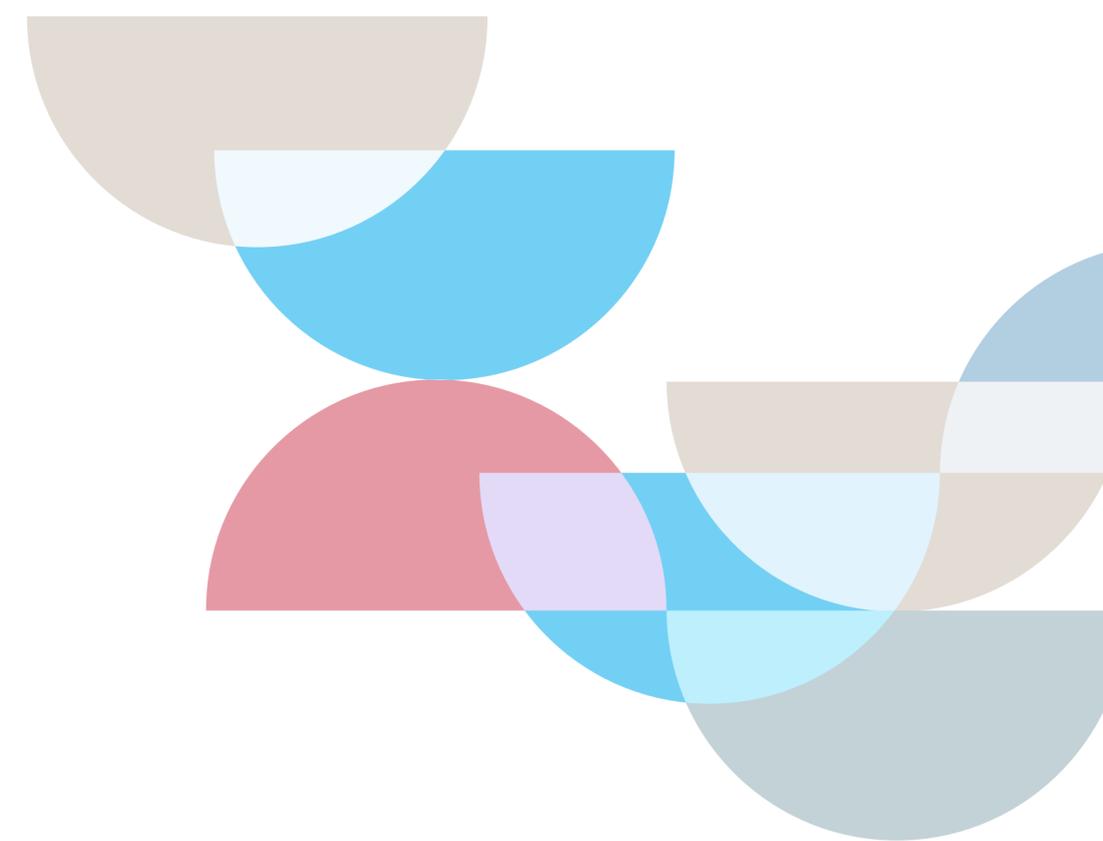


**ATIVIDADE 2** ▶ **MOMENTO 4**

## Ampliando as aprendizagens

### 1 AULA

O foco desta proposta é utilizar as aprendizagens acerca das transformações geométricas para retomar o estudo de congruência, relacionando-o às isometrias e semelhanças associadas à homotetia. Faremos essa aula no formato de uma aula expositiva dialogada.





## Orientações para a gestão da aula

É importante que, em aulas expositivas, os estudantes sejam encorajados a tomar notas de pontos importantes como a formalização de um conceito, um procedimento, uma propriedade etc., para que possam fazer uso desse material e consultá-lo sempre que necessário.

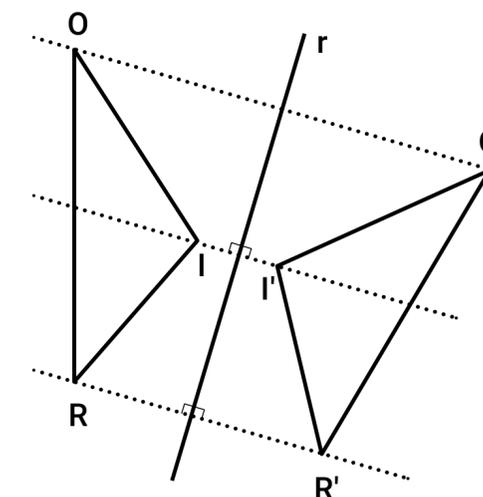
Nem sempre os estudantes conhecem essa prática tão importante na sala de aula, em especial, nas aulas de matemática. Por esse motivo, colocamos aqui algumas reflexões para você, professor/a: será que os estudantes sabem o que anotar? Ou anotam tudo sem discriminar o nível de importância de cada coisa?

Veja as orientações a seguir!

Ensiná-los a anotar é também conteúdo de ensino. Para isso, sugerimos que faça paradas ao longo da aula e solicite que anotem um conceito ou conteúdo, conforme sua orientação. Ao final, organize uma pequena síntese da aula com toda a turma e peça que a registrem em seus cadernos. Isso mostra o sentido e a lógica do percurso de estudo que foi realizado.

Proponha aos estudantes a realização das atividades 1 e 2 do [Anexo 7](#).

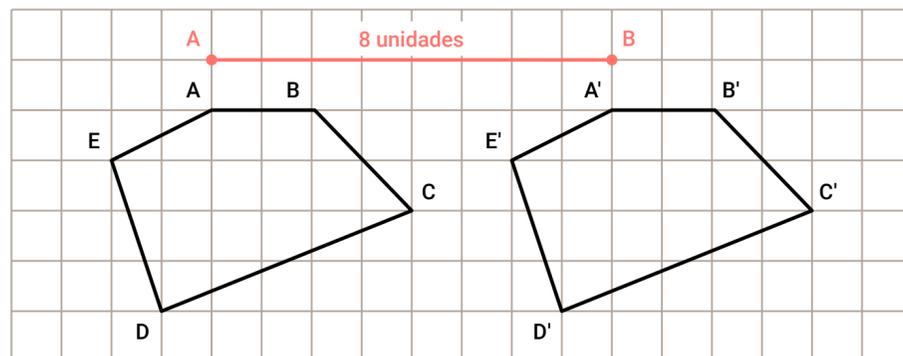
Explore com os estudantes que, na 1ª atividade, os triângulos obtidos são congruentes, pois um foi obtido do outro por um movimento já conhecido por eles: a reflexão de uma figura em relação a uma reta/eixo. Por exemplo:



Nesta figura, o triângulo  $R'I'O'$ , foi obtido pela reflexão do triângulo  $RIO$  em relação à reta  $r$ . Assim, o triângulo  $R'I'O'$  simétrico ao triângulo  $RIO$  e a reta  $r$  é a mediatriz de cada segmento  $RR'$ ,  $II'$  e  $OO'$ .



Ao abordar a atividade 2, converse com os estudantes, para que percebam que o pentágono  $A'B'C'D'E'$  foi obtido por meio de uma translação por um segmento horizontal, de comprimento oito (8) unidades, orientado da esquerda para a direita.



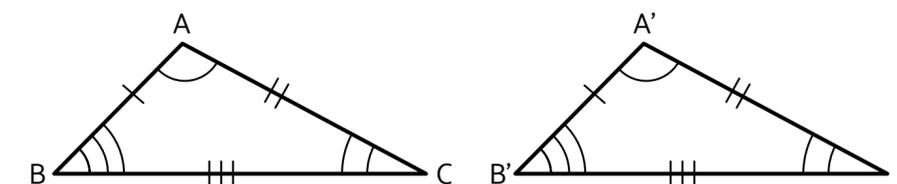
Uma translação no plano pode ser descrita por uma flecha, ou seja, um segmento orientado,  $\vec{AB}$  que nos permite associar a cada ponto  $P$  do plano um ponto  $P'$ , de tal forma que o segmento orientado  $\vec{PP'}$  tenha a mesma medida, a mesma direção e o mesmo sentido do segmento orientado  $\vec{AB}$ . Essa correspondência se chama translação associada ao segmento orientado  $\vec{AB}$  e o ponto  $P'$  é a imagem do ponto  $P$  pela translação determinada por  $\vec{AB}$ .

Informe-os que as simetrias de translação, de reflexão e até mesmo de rotação são chamadas de isometrias, pois mantêm a forma e o tamanho da figura original, quando aplicadas seus movimentos. Figuras obtidas a partir dessas simetrias são chamadas figuras congruentes (mesma forma, mesmo tamanho, mesmas medidas de lados e de ângulos).

Se considerar adequado, mostre também o vocabulário e a simbologia matemática utilizadas no estudo de congruência (com foco no estudo das isometrias).

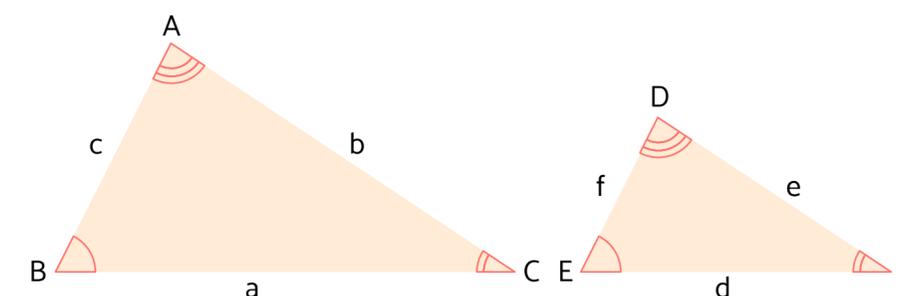
Proponha que realizem a atividade 3 do [Anexo 7](#). Explore com os estudantes que os triângulos  $A'B'C'$  e  $A''B''C''$  são semelhantes, pois possuem ângulos correspondentes congruentes e lados homólogos proporcionais (a medida do lado  $A''B''$  é o dobro da medida do lado  $A'B'$ ) e a razão de semelhança é igual a 2.

Se considerar adequado, mostre também o vocabulário e a simbologia matemática utilizadas no estudo de semelhança (com foco no estudo da homotetia).



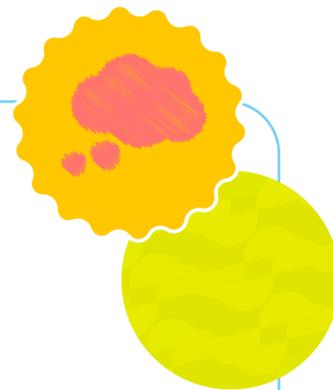
Indicamos:  $\Delta ABC \cong \Delta A'B'C'$  se  $\begin{cases} \overline{AB} \cong \overline{A'B'} \\ \overline{AC} \cong \overline{A'C'} \\ \overline{BC} \cong \overline{B'C'} \end{cases}$  e  $\begin{cases} \hat{A} = \hat{A}' \\ \hat{B} = \hat{B}' \\ \hat{C} = \hat{C}' \end{cases}$

↓  
congruente



Indicamos:  $\Delta ABC \sim \Delta DEF$  se  $\frac{a}{d} = \frac{c}{f} = \frac{b}{e}$  e  $\begin{cases} \hat{A} = \hat{D} \\ \hat{B} = \hat{E} \\ \hat{C} = \hat{F} \end{cases}$

↓  
semelhante



## Aprofundando a aprendizagem

Se desejar ampliar essa exploração com seus estudantes, sugerimos realizar os seguintes planos da Nova Escola:

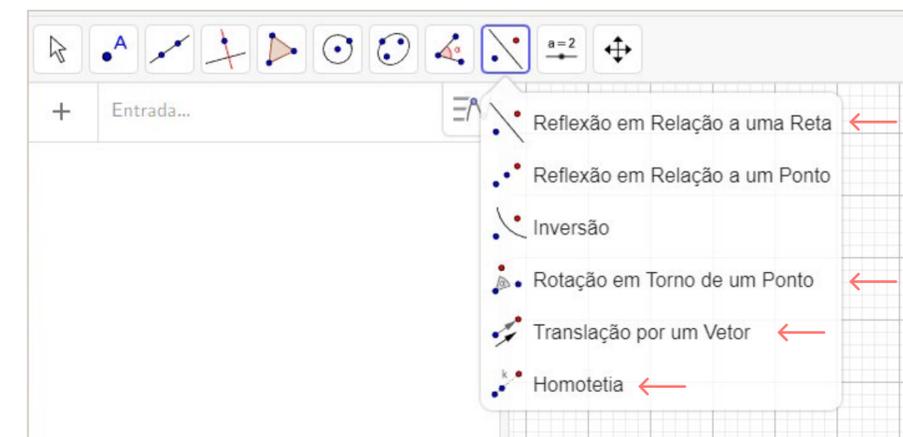
- Transformações no plano e figuras congruentes, disponível em: <https://bityli.com/nova5>.
- Simetria nos triângulos e quadriláteros e a congruência de triângulos, disponível em: <https://bityli.com/nova6>.
- Homotetias de figuras planas, disponível em: <https://bityli.com/nova7>.
- Triângulos semelhantes, disponível em: <https://bityli.com/nova8>.
- Simetria de reflexão, disponível em: <https://bityli.com/reflexao>.

- Simetria de rotação, disponível em: <https://bityli.com/rotacao>.
- Simetria de translação, disponível em: <https://bityli.com/translacao>.

Outra sugestão é propor a resolução de exercícios disponíveis no material didático. Selecionar atividades que convidem os estudantes a desenhar figuras simétricas com o apoio de malhas quadriculadas ou mesmo a identificar simetrias em figuras já construídas podem ser excelentes opções para este momento.

Havendo tempo disponível e acesso ao aplicativo, os estudantes podem aprofundar seus estudos sobre

o tema, explorando as transformações geométricas, disponíveis em <https://bityli.com/Geogebra>. Veja, na figura abaixo, onde estão localizados os botões relacionados a essas transformações:



## Atenção para a avaliação!

Chegou o momento de verificar se os estudantes conseguiram avançar no conteúdo proposto, se identificam corretamente as simetrias estudadas e suas características e se possuem argumentos para justificar e corrigir os erros que aparecem na proposta. A ideia é que a atividade seja realizada individualmente. Enquanto realizam a proposta, circule pela sala e procure identificar e anotar os pontos de dúvidas e dificuldades. Esses comentários poderão ser registrados em seu planejamento para nortear as possíveis intervenções. No final, reserve um tempo para um debate coletivo e incentive os estudantes a encontrar a solução para o problema.

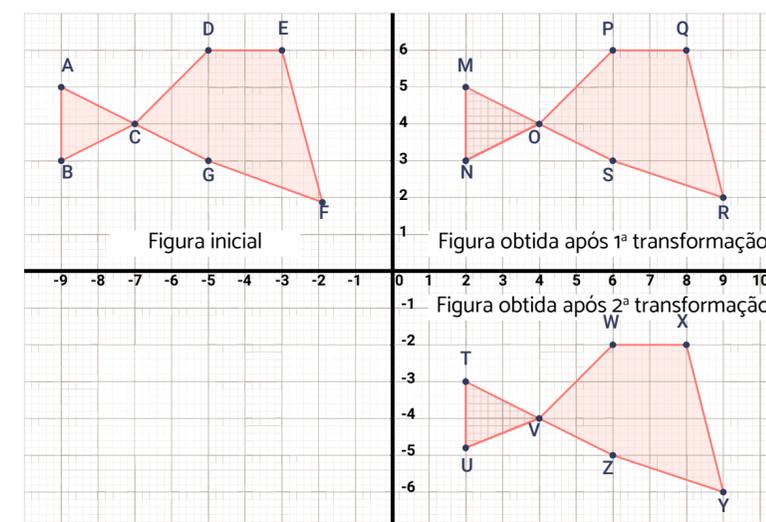
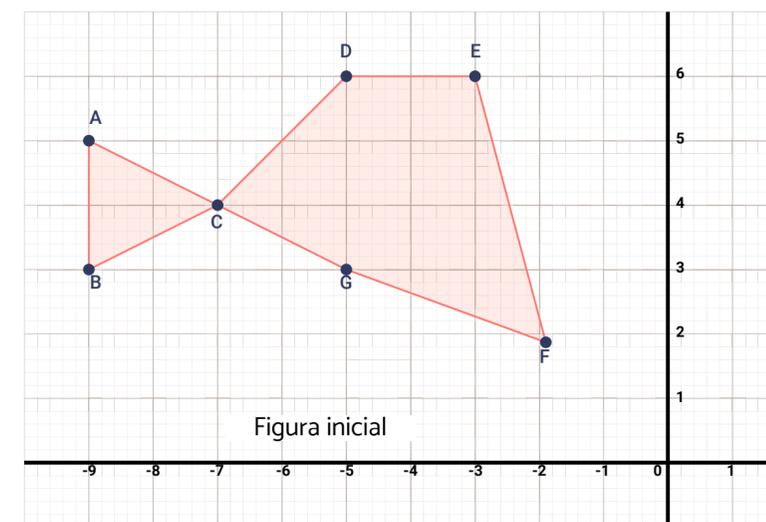
A professora de artes pediu para Felipe desenhar, em malha quadriculada, uma figura congruente à figura dada, obtida a partir de duas transformações consecutivas.

1º: Translação horizontal de cinco (5) unidades para a direita.

2º: Simetria de reflexão em relação ao eixo x.

Veja as figuras desenhadas por Felipe e analise se ele aplicou corretamente as simetrias, conforme orientações do professor/a. Explique sua resposta e, caso necessário, escreva um pequeno bilhete para Felipe, dando “algumas pistas” sobre como corrigir sua atividade.

**Resposta esperada:** espera-se que o estudante identifique que a 1ª simetria aplicada por Felipe foi uma translação horizontal para a direita, porém não foi uma translação de cinco (5) unidades, mas sim, de 11 unidades para a direita. Já a 2ª simetria aplicada foi novamente uma translação, só que agora vertical, e não uma reflexão conforme sugerido pela professora.



## “Bora” se preparar?

### 1 AULA

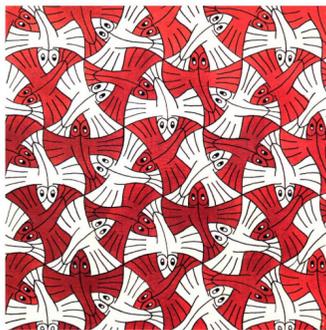
**Professor/a**, para ampliar as aprendizagens dos estudantes e permitir que pensem mais a respeito das transformações geométricas estudadas, peça que resolvam as questões a seguir e, caso surja alguma dúvida, poderão discuti-las com seus colegas e professor/a na próxima aula. (você pode disponibilizar esses itens na versão impressa ou virtual, por e-mail, ou WhatsApp).

Enquanto eles realizam os exercícios propostos, circule pela sala para solucionar possíveis dúvidas e fazer os alinhamentos necessários. Mas tome cuidado para não dar respostas prontas. Faça boas perguntas para conduzir a investigação e a reflexão dos estudantes, de modo que formulem/validem hipóteses, façam descobertas e tirem suas conclusões: como você pensou para fazer isso? Por que essa não é a alternativa correta? O que te faz escolher essa alternativa? Se necessário, escolha o exercício que eles apresentaram mais dificuldades para resolver/discutir coletivamente. Você também pode propor desafios semelhantes, no material didático adotado por você.

#### QUESTÃO 1

(SLMANDIC Medicina - adaptado) O artista holandês contemporâneo e de renome internacional M. C. Escher, falecido em 1972, utilizou muitos conceitos matemáticos nos seus trabalhos e dentre outros, dedicou grande parte do seu tempo ao estudo das pavimentações do plano. A pavimentação de um plano consiste em cobrir o plano com figuras também planas, de modo a não existirem espaços nem sobreposições entre elas. As pavimentações do plano de Escher são conseguidas recorrendo a isometrias, a partir de uma figura inicial. Observe as gravuras de Escher apresentadas a seguir. Nas pavimentações I e II, Escher usou, respectivamente, isometrias de:

- a) translação e reflexão.
- b) **rotação e translação.**
- c) translação e rotação.
- d) rotação e reflexão.
- e) reflexão e translação.

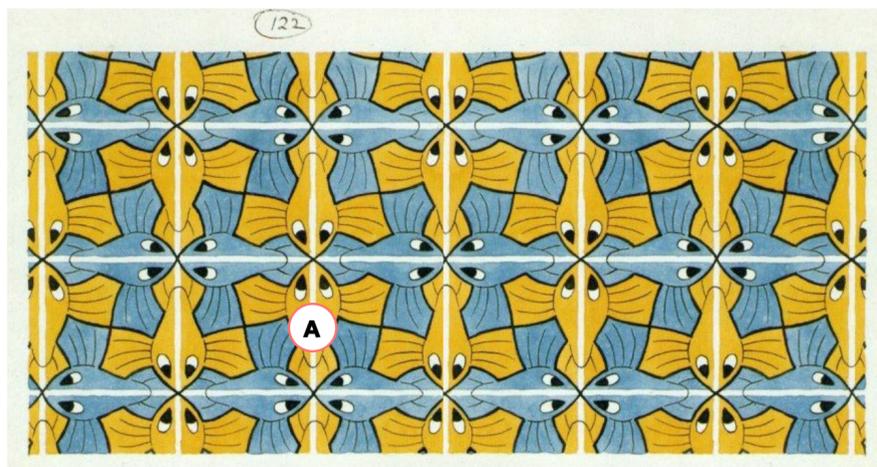
<p>I</p> <p>Gravura</p> 	<p>Figura Inicial</p> 
<p>II</p> <p>Gravura</p> 	<p>Figura Inicial</p> 



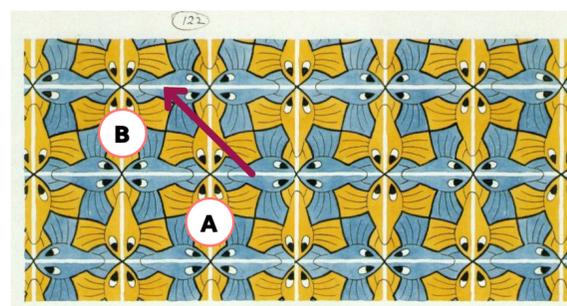
## QUESTÃO 2

Observe a imagem de uma das obras de Escher. Considere a imagem denominada de ponto A e, a partir dela, identifique na obra um peixe que seja a imagem de A:

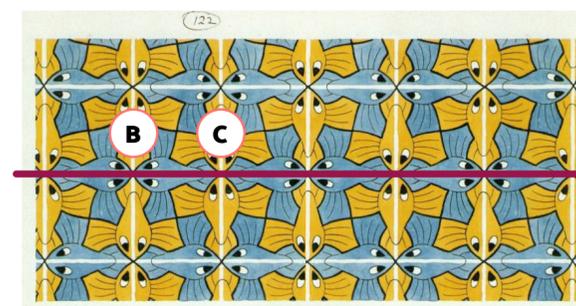
- por uma translação e identificação do vetor (direção, sentido, tamanho) a ela associado;
- por uma reflexão e indicação do eixo de simetria;
- por uma composição de duas simetrias e indicação de todos os elementos envolvidos (sentido, direção, vetor e eixo de simetria).



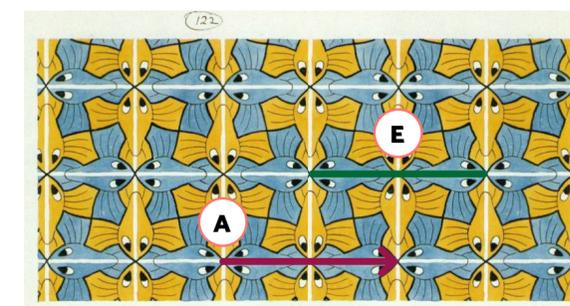
Respostas esperadas:



- Figura B. O vetor está desenhado na imagem (existem outras possibilidades).



- Figura C. O eixo de simetria está desenhado na imagem.

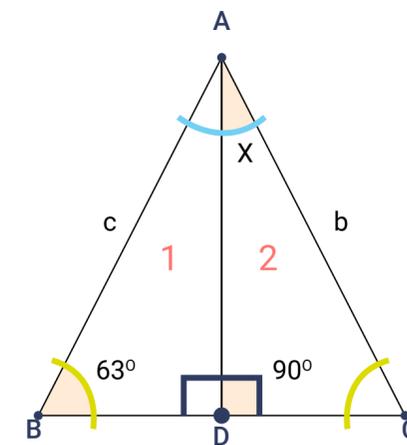
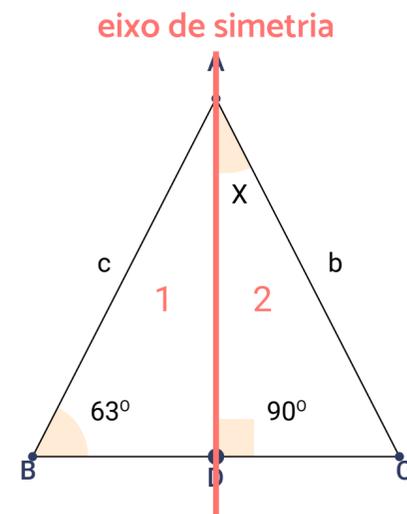
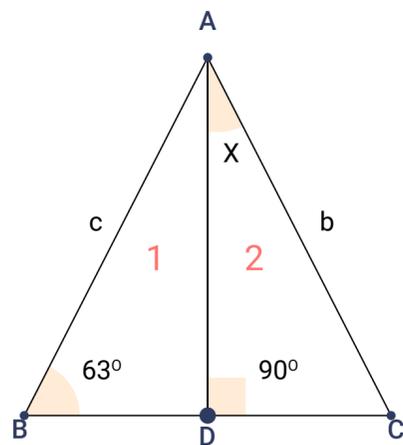


- Figura E. Inicialmente, aplicou-se uma translação cujo sentido, direção e tamanho estão indicados no vetor desenhado na figura. Em seguida, aplicou-se a reflexão em relação ao eixo de simetria desenhado na figura. O eixo de simetria está desenhado na imagem.



### QUESTÃO 3

Observe a figura.



- a) O triângulo 2 foi obtido a partir de uma transformação geométrica aplicada no triângulo 1. Qual o nome dessa transformação?  
**Resposta:** reflexão.

- b) Essa transformação envolve um vetor ou um eixo de simetria? Desenhe-o na figura.  
**Resposta:** reflexão envolve eixo de simetria, conforme desenhado na figura.

- c) Os triângulos 1 e 2 são congruentes? Explique!  
**Resposta:** sim, os triângulos 1 e 2 são congruentes, pois possuem a mesma forma, os lados correspondentes congruentes e os ângulos correspondentes congruentes.

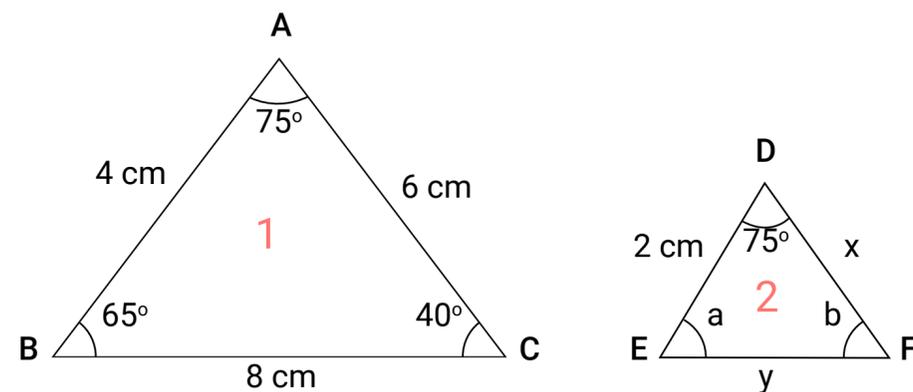
- d) Quais são os ângulos congruentes? Indique-o na figura utilizando cores iguais para ângulos de mesma medida. **Resposta:**

- e) Qual a medida do ângulo x?  
**Resposta:** a medida do ângulo x é  $27^\circ$ .



#### QUESTÃO 4

O triângulo 2 da figura abaixo foi obtido a partir de uma transformação geométrica aplicada no triângulo 1.



a) Qual o nome dessa transformação?

**Resposta:** homotetia.

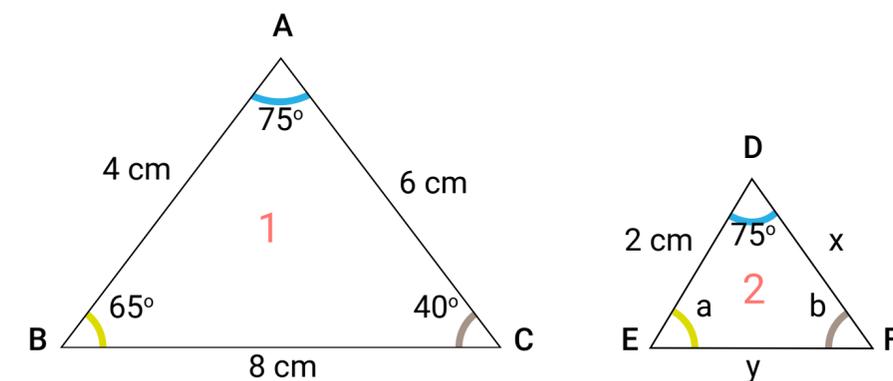
b) Essa transformação envolve um eixo de simetria ou uma razão de semelhança? Explique.

**Resposta:** a homotetia envolve uma razão de semelhança.

c) Os triângulos 1 e 2 são congruentes? Explique.

**Resposta:** os triângulos 1 e 2 são semelhantes, pois possuem ângulos correspondentes congruentes e lados homólogos proporcionais.

d) Quais são os ângulos congruentes? Indique-os na figura utilizando cores iguais para ângulos de mesma medida. **Resposta:**



e) Quais são os lados proporcionais?

**Resposta:** os lados proporcionais são: AB com DE, BC com EF e AC com DF.

f) Determine as medidas desconhecidas do triângulo 2.

**Resposta:**  $a = 65^\circ$ ,  $b = 40^\circ$ ,  $ox = 3 \text{ cm}$  e  $y = 4 \text{ cm}$ .

## Transformações geométricas no plano cartesiano

### 2 AULAS

Neste momento da atividade, o foco é estudar as transformações geométricas com o apoio do plano cartesiano. Dessa forma, é necessário iniciar a proposta retomando o plano cartesiano, suas características e suas funcionalidades.

Explique aos estudantes que a metodologia utilizada para estudar o plano cartesiano será a **aula invertida**, que é uma modalidade do ensino em que o aluno estuda o tema antes da aula: realiza as propostas encaminhadas pelo professor/a (vídeo, texto, exercícios) e, se necessário, amplia o seu estudo pesquisando materiais didáticos na internet, entre outros. Posteriormente, esse tópico estudado é retomado e aprofundado na aula, com a ajuda dos colegas e do/a professor/a. Nesse momento,

todos poderão solucionar dúvidas, debater o que aprenderam e realizar tarefas complementares. Deixe claro para eles a importância do 1º momento de pesquisa/ estudo, pois se ele não se preparar para a aula com antecedência, provavelmente não conseguirá participar das discussões e nem realizar as atividades de aprofundamento.

Em seguida, apresente o roteiro abaixo para o momento de estudo inicial. Os estudantes poderão realizar as propostas em casa. Nesse caso, é muito importante combinar a data que deverão apresentar as tarefas. Caso não seja possível realizar o estudo em casa, disponibilize um tempo adequado no início da aula, para que realizem o roteiro de estudos. Eles podem trabalhar individualmente ou em duplas.



## Roteiro de estudos

1. Assista ao vídeo, disponível em: <https://bitly.com/introcarte> (acesso em 31/03/2022).
2. Assista ao vídeo disponível em: <https://bitly.com/quadrantes> (acesso em 31/03/2022).
3. Enquanto assiste aos vídeos, anote os pontos que chamaram sua atenção, o que você descobriu e quais dúvidas teve.
4. Após assistir aos vídeos, elabore um resumo com as ideias principais. Você pode fazer um esquema, um desenho, um mapa de ideias ou, até mesmo, um texto.
5. Resolva os exercícios, disponíveis em: <https://bitly.com/quadrantes2> (acesso em 31/03/2022). Caso surja alguma dúvida nos exercícios acima, registre-a no caderno para discuti-la posteriormente com seus colegas e professor/a.

6. Resolva exercícios, disponíveis em: <https://bitly.com/pontoscarte> (acesso em 31/03/2022). Caso surja alguma dúvida nos exercícios acima, registre-a no caderno para discuti-la posteriormente com seus colegas e professor/a.

**Professor/a**, caso os estudantes **não tenham acesso à internet** para realizar esse roteiro de estudo, é possível adaptá-lo com propostas impressas, semelhantes àquelas que realizariam no aplicativo on-line indicado.

Na data combinada (após a realização do roteiro de estudos), abra uma roda de conversa e convide os estudantes a contarem suas descobertas e aprendizagens. Proponha que socializem seus registros e apresentem suas dúvidas. Aproveite para fazer os alinhamentos necessários, pois um estudante pode ajudar a responder a dúvida levantada pelo outro. Certifique-se de que todas as dúvidas foram respondidas e que compreenderam

o plano cartesiano e a representação de pares ordenados no plano.

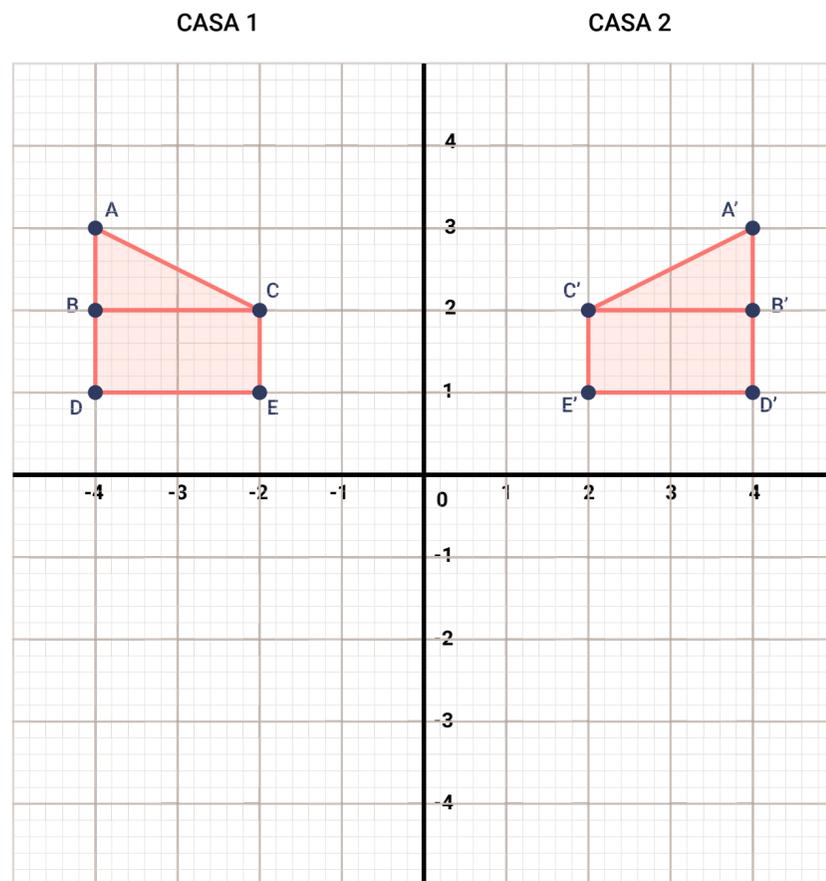
**Professor/a**, o próximo passo é propor situações que envolvam as **transformações geométricas em figuras que estão representadas no plano cartesiano**. O objetivo é aprofundar a aprendizagem, proporcionando situações que envolvam a exploração de regularidades e generalizações. A ideia é que os estudantes trabalhem em pequenos grupos. Incentive-os a investigar, argumentar, justificar, fazer registros. Veja algumas possibilidades de exploração.

Para realizar as propostas a seguir você pode utilizar um papel quadriculado ou a malha virtual, como a disponível em: disponível em: <https://bitly.com/Geogebra>.



### QUESTÃO 1

Observe a casa 2 da figura abaixo. Ela foi obtida a partir da figura 1, por meio de uma de uma transformação geométrica.



a) Qual foi a transformação geométrica realizada?

**Resposta:** reflexão.

b) Escreva as coordenadas dos pontos da figura 1 – polígono ABCDE .

**Resposta:** as coordenadas dos pontos são:  $A=(-4, 3)$ ,  $B=(-4, 2)$ ,  $C = (-2, 2)$  ,  $D = (-4,1)$  ,  $E=(-2, 1)$ .

c) Escreva as coordenadas dos pontos da figura 2 – polígono A'B'C'D'E'.

**Resposta:** as coordenadas dos pontos são:  $A' = (4,3)$ ,  $B' = (4,2)$ ,  $C' = (2,2)$ ,  $D' = (4,1)$  e  $E' = (2,1)$ .

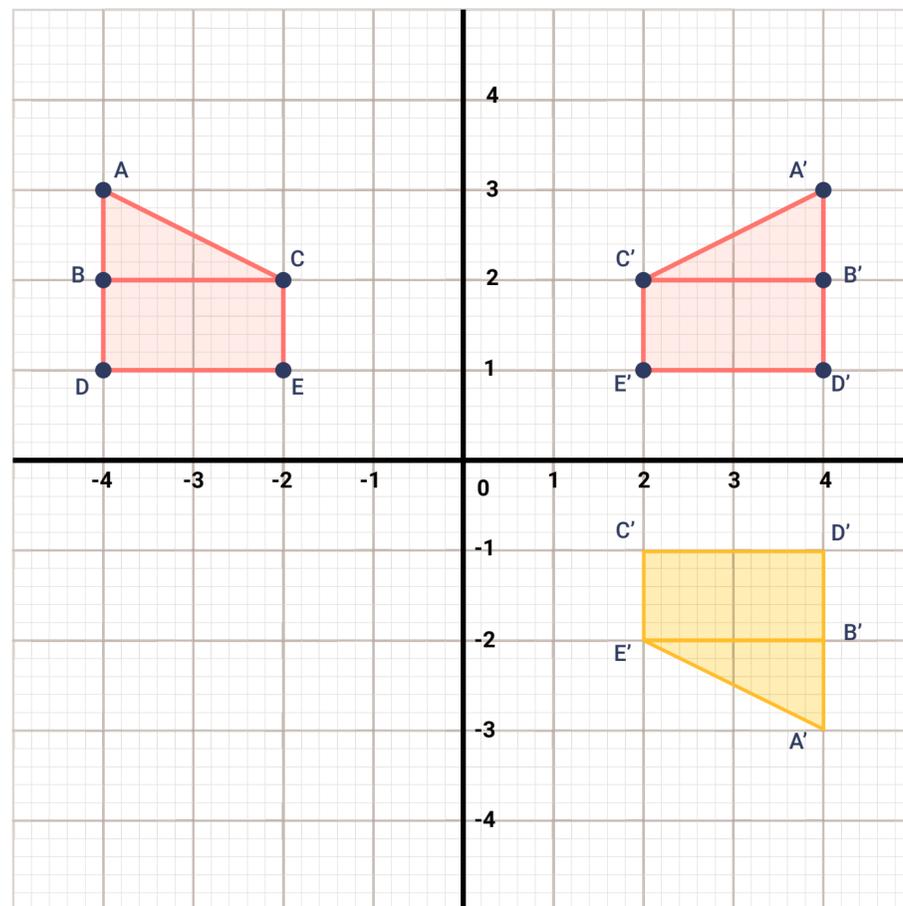
d) Qual a regularidade que você observa entre as coordenadas dos pontos simétricos? Por que isso acontece?

**Resposta:** nesse caso, os pontos simétricos têm ordenadas iguais e abscissas com sinais contrários (números opostos). Isso acontece porque a simetria é em relação ao eixo y e, por isso, conserva a ordenada e inverte o sinal da abscissa.



### QUESTÃO 2

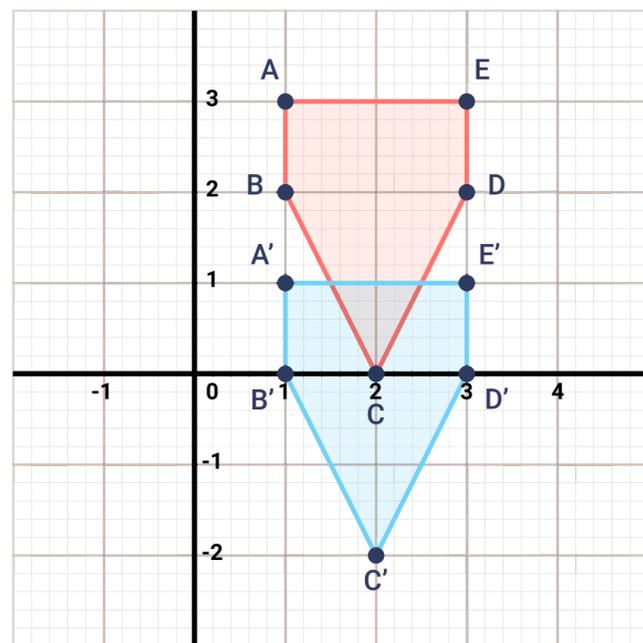
Observe as figuras representadas na atividade anterior.



- a) Aplique, na casa 2, uma simetria de reflexão em relação ao eixo x e desenhe a figura 3,  $A'' B'' C'' D'' E''$ , simétrica à figura 2.
- b) Escreva os pares ordenados dos vértices da figura 3.  
**Resposta:** as coordenadas dos pontos são:  $A''=(4,-3)$ ,  $B'' = (4,-2)$ ,  $C'' = (2,-2)$ ,  $D'' = (4,-1)$  e  $E'' = (2,-1)$ .
- c) Qual a regularidade que você observa nas coordenadas dos pontos simétricos:  $A'$  e  $A''$ ,  $B'$  e  $B''$ ,  $C'$  e  $C''$ ,  $D'$  e  $D''$ ,  $E'$  e  $E''$ . Por que isso acontece?  
**Resposta:** nesse caso, os pontos simétricos têm abscissas iguais e ordenadas com sinais contrários (números opostos). Isso acontece porque a simetria é em relação ao eixo x e, por isso, conserva a abscissa e inverte o sinal da ordenada.

### QUESTÃO 3

Desenhe a figura  $A'B'C'D'E'$ , congruente à figura dada, obtida por uma simetria de translação, de duas (2) unidades, no sentido vertical e para baixo.



a) Escreva as coordenadas dos pontos correspondentes: A e  $A'$ , B e  $B'$ , C e  $C'$ , D e  $D'$ , E e  $E'$ .

**Resposta:** as coordenadas dos pontos simétricos são:  $A=(1, 3)$  e  $A'=(1, 1)$ ,  $B=(1, 2)$  e  $B'=(1, 0)$ ,  $C=(2, 0)$  e  $C'=(2, -2)$ ,  $D=(3, 2)$  e  $D'=(3, 0)$ ,  $E=(3, 3)$  e  $E'=(3, 1)$ .

b) Qual a regularidade que você observa nas coordenadas desses pontos. Por que isso acontece?

**Resposta:** os pontos correspondentes possuem a mesma abscissa e os pontos da segunda figura têm ordenadas duas (2) unidades menores, isso porque o deslocamento foi vertical (eixo das ordenadas) e para baixo (2 unidades a menos).

## Conexões com o **Volume 1 do material Fortalecimento da Aprendizagem e outras explorações**

As propostas elaboradas na atividade 2 desta sequência foram pensadas para serem executadas com estudantes que iniciam o ensino médio e trazem poucos conceitos a respeito da geometria das transformações, da congruência e semelhança de figuras.

Dependendo do conhecimento dos estudantes e dos dados de avaliação obtidos, é possível ampliar esse trabalho para o **segundo ou terceiro ano do ensino médio** a partir de uma atividade com problemas sobre ladrilhamentos, tendo em vista o desenvolvimento da habilidade **EM13MAT505**: resolver problemas sobre ladrilhamento do plano, com ou sem apoio de aplicativos de geometria dinâmica, para conjecturar sobre os tipos ou composição de polígonos que podem ser utilizados em ladrilhamento, generalizando padrões observados.

Uma possibilidade para iniciar esse tema é realizar propostas semelhantes às apresentadas pelos Planos de Aula da Nova Escola:

- Plano de aula: ladrilhando com polígonos regulares, disponível em: <https://bitly.com/nova9>.
- Plano de aula: ângulos em polígonos – construindo mosaicos e ladrilhamentos, disponível em: <https://bitly.com/nova10>.

Ainda é possível ampliar o estudo explorando propostas da plataforma Khan Academy:

- Polígonos regulares e pavimentações no plano, disponível em: <https://bitly.com/poligonos>.

Outras habilidades que se conectam a essa são:

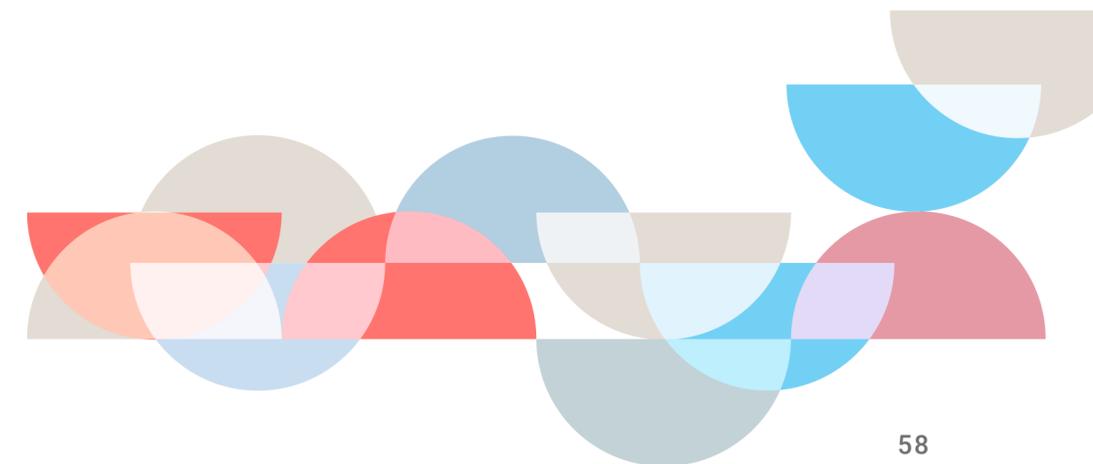
- **(EM13MAT105)** Utilizar as noções de transformações isométricas (translação, reflexão, rotação e suas composições) e transformações homotéticas para construir figuras e analisar elementos da natureza e diferentes produções

humanas (fractais, construções civis, obras de arte, entre outras).

- **(EM13MAT308)** Aplicar as relações métricas, incluindo as leis do seno e do cosseno ou as noções de congruência e semelhança, para resolver e elaborar problemas que envolvem triângulos, em variados contextos.

Esta última foi explorada no **Volume 1 do material Fortalecimento da Aprendizagem** na Sequência Didática 3 - Atividade 2 (acesse em: <https://bitly.com/SD3>), em que foi contemplado o estudo de figuras semelhantes, Teorema de Pitágoras e as relações métricas no triângulo retângulo. No entanto, o estudo das leis do seno e cosseno não foi contemplado e, por isso, sugerimos que seja explorado com as propostas indicadas a seguir.

- Lei dos senos, disponível em: <https://bitly.com/senos>.
- Lei dos cossenos, disponível em: <https://bitly.com/cossenos>.



# Atividade 3



### ATIVIDADE 3

# MUITOS NÚMEROS NOS GRÁFICOS

**Foco:** nesta proposta, os focos são a leitura, a construção e a interpretação de gráficos, além da retomada das operações com números racionais.

**Tempo sugerido:** 9 horas/aula

**Objetivos:** nesta sequência didática estamos trabalhando **habilidades essenciais de anos anteriores**, como a EF09MA22, que trata da construção e análise de gráficos; a EF07MA12, de operações com números racionais; e a habilidade EM13MAT102, proposta para o Ensino Médio, que aborda o estudo e interpretação de gráficos, possibilitando que o estudante avance com suas aprendizagens. Essa atividade está dividida em 4 momentos.

#### Materiais necessários:

- Gráfico apresentado no Momento 1 (pode ser versão digital para ser projetada ou impressa, uma cópia para cada grupo).
- [Atividades 1 a 8](#) sobre a análise e construção de gráficos (podem ser projetadas ou disponibilizadas na versão impressa).
- Acesso a um plotador virtual de gráficos (Geogebra, Winplot, entre outros) ou uma folha de papel quadriculado para cada dupla (modelo disponível no [Anexo 6](#)).
- Régua e transferidor para construir o gráfico de setores (Exercício 5).

**ATIVIDADE 3** ▶ **MOMENTO 1**

## Aquecimento para o tema

### 1 AULA

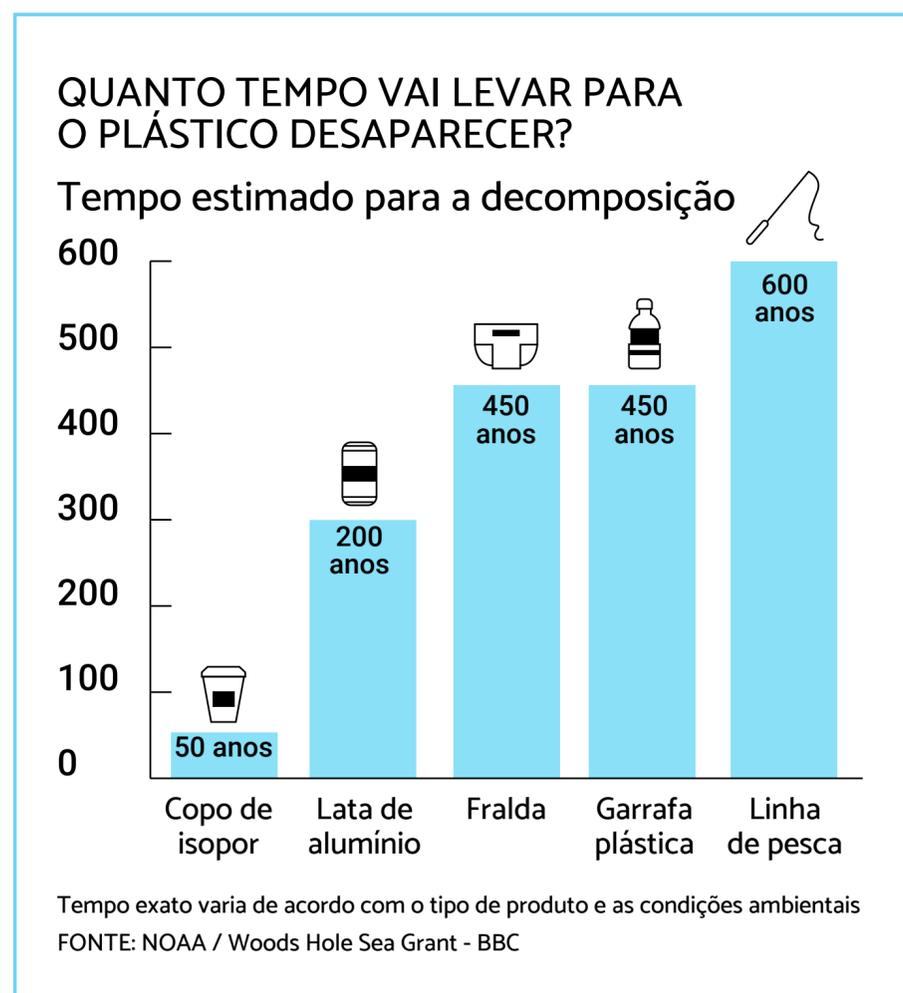
Inicie uma roda de conversa para conhecer os saberes dos estudantes a respeito de gráficos. Essa roda pode ser uma organização física de carteiras em círculos ou semicírculos, dentro da sala de aula ou fora dela. O importante, nesse momento, é buscar uma configuração diferente da convencional, proporcionando que cada estudante veja todos os colegas, a fim de estimular a comunicação entre eles.

Você pode, por exemplo, iniciar o tema dizendo que eles devem ter visto vários tipos de gráficos na televisão, internet, em jornais e revistas e, em seguida, apresentar algumas perguntas norteadoras, tais como: o que são gráficos? Para que servem? Quais os tipos de gráficos você conhece?

Como próximo passo, apresente o gráfico a seguir e a proposta. Do que o gráfico trata? Quais informações ele apresenta?

**ATIVIDADE 3****MOMENTO 1****QUESTÃO 1**

Identifique os seguintes elementos no gráfico:



Fonte: BBC News - Cinco gráficos que explicam como a poluição por plástico ameaça a vida na Terra, 12/2017. Disponível em <https://www.bbc.com/portuguese/geral-42308171> (acesso em 25/06/2022).

a) Título do gráfico

**Resposta:** quanto tempo vai levar para o plástico desaparecer?

b) Legenda

**Resposta:** não há.

c) Rótulos dos eixos

**Resposta:** vertical: tempo estimado para decomposição, com números na escala de 100 anos. Horizontal: nomes dos produtos com plásticos.

d) Linhas de grade

**Resposta:** não há.

e) Títulos dos eixos

**Resposta:** não há.

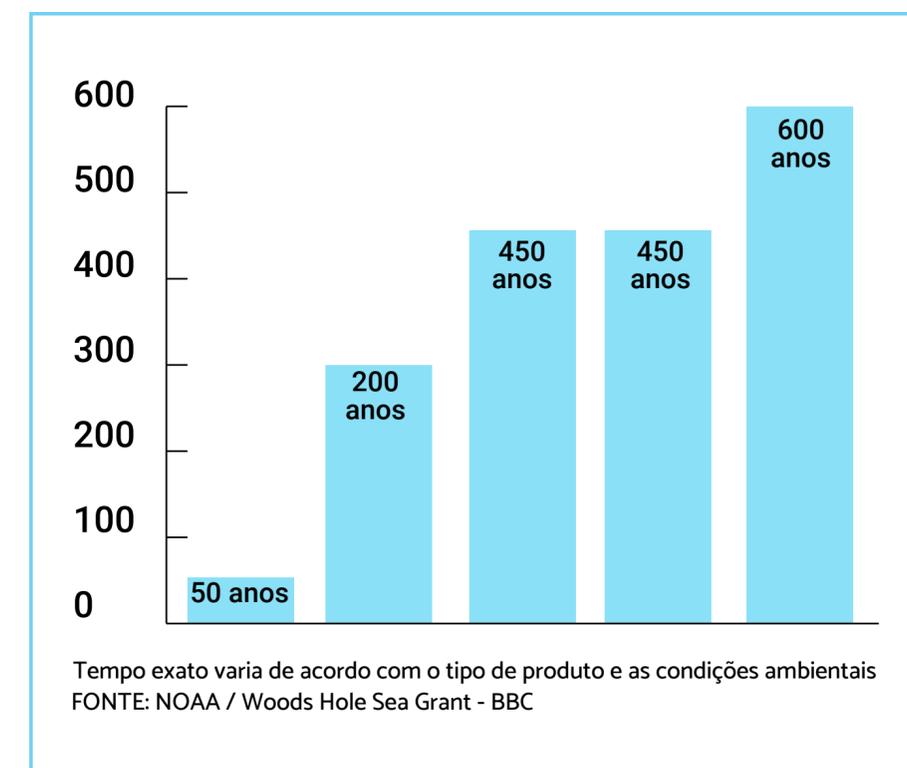
f) Fonte

**Resposta:** NOAA / Woods Hole Sea Grant - BBC.

Finalize esse momento com uma roda de conversa. Enfatize a importância dos elementos de um gráfico: todas essas informações são de grande importância na representação de dados em um gráfico, para que ele possa ser lido e compreendido com clareza e precisão. Você pode também propor o seguinte exercício: se

no gráfico do exemplo fosse retirado o título, ou as unidades do eixo vertical, você conseguiria entender tudo que o gráfico se propôs a comunicar?

Retome a discussão sobre os diferentes tipos de gráficos: quais gráficos conhecem e questione em qual situação cada um deles é mais indicado. Deixe que busquem, em seus celulares, exemplos de gráficos diferentes dos apresentados e falem sobre o que representam a partir dos títulos, da apresentação, do tema, da legenda (se tiver) etc.



## Gráfico de linhas e números racionais

### 1 AULA

Anuncie aos estudantes que estudarão mais detalhadamente alguns tipos de gráficos, seus elementos e situações em que são mais adequados. Oriente-os a trabalhar em duplas e incentive-os a registrar suas conclusões em todos os exercícios propostos, pois, ao final, algumas duplas serão convidadas a socializar suas respostas.

**Professor/a**, os exercícios propostos a seguir são abrangentes, pois, além de contemplar a construção e análise de gráficos, têm como proposta retomar os conjuntos dos números racionais e as operações fundamentais com esses números. Dessa forma, é muito importante ter um olhar especial para os momentos de ampliação da discussão e atenção ao conteúdo já familiar dos estudantes, para ajudá-los a sistematizar as aprendizagens, fazer reflexões e auxiliá-los nos momentos adequados.

Além dos exercícios apresentados, você pode também utilizar outras propostas envolvendo construção e

análise de gráficos de linha, disponíveis no material didático adotado ou mesmo nos planos de aula da Nova Escola disponíveis em:

- Plano de aula: representação gráfica, disponível em: <https://bitly.com/nova11>.
- Plano de aula: elaboração de gráficos, disponível em: <https://bitly.com/nova12>.

Organize os estudantes em duplas e proponha que resolvam os exercícios 1 e 2 do Anexo 8. Dê tempo adequado para que possam conversar a respeito das propostas, formular hipóteses e fazer seus registros. Enquanto os estudantes realizam a atividade, procure observar e registrar como resolvem as duas situações. Anote os nomes daqueles que encontram estratégias diferentes ou cole um post-it em seus lugares para lembrar depois.

Aproveite para analisar a postura deles na execução da atividade. Combine previamente com os estudantes algumas ações que você espera deles: participação ativa, colaboração na resolução dos problemas, respeito à opinião dos colegas, levamento de dúvidas ou perguntas, persistência, dentre outros.

Observe os estudantes durante a realização da proposta e registre suas conclusões. Lembre-se que

a formação integral deve desenvolver não só as habilidades cognitivas, mas também as competências socioemocionais do jovem. Ao final da atividade, os estudantes podem dizer se conseguiram realizar as orientações solicitadas e expressar o que foi bom e o que pode melhorar.

Aproveite o momento para solucionar dúvidas, realize perguntas que fortaleçam o caminho de pensar do estudante, procure compreender como ele está pensando e evite fazê-lo seguir o seu raciocínio. Ajude-o - do ponto em que estão - a seguir em frente, persistir, buscar um caminho e não desistir. Uma possível intervenção, caso note que o estudante esteja desenvolvendo a questão de forma inadequada, é incentivá-los a dialogar com os colegas. Aprender com o outro é uma forma de analisar a própria produção. Por exemplo, pare a classe um minuto e diga: pessoal, estou um pouco confuso, pois já vi duas respostas diferentes para o exercício 2, alguns consideram que o gráfico está correto e outros não. Considerando que esse não é um problema com mais de uma resposta, o que pode estar acontecendo? Quem está com a razão? Pensem que depois vamos debater isso e vocês precisarão convencer o grupo de que sua resposta é a esperada.

Anote as dúvidas comuns para conversar com os estudantes no momento das discussões coletivas.

## QUESTÃO 1

Observe o gráfico a seguir.

- a) Quais as características desse gráfico? Para quais situações ele é indicado? Quais os pontos de atenção no momento da construção desse tipo de gráfico?

**Exemplo de resposta esperada:** esse é um gráfico de linhas, indicado para representar informações ao longo de um período de tempo.

- b) Quais informações apresenta?

**Resposta:** ele apresenta o número de inscritos no ENEM no período de 2009 a 2017.

- c) Segundo os dados observados, em algum momento, houve diminuição no número de inscritos? Quando?

**Resposta:** em 2015 e em 2017, houve diminuição do número de inscritos.

- d) Em que ano ocorreu o maior número de inscritos? Qual foi esse número? Escreva-o por extenso (como se lê).

**Resposta:** em 2014 ocorreu o maior número de inscritos: oito milhões e setecentos mil inscritos.

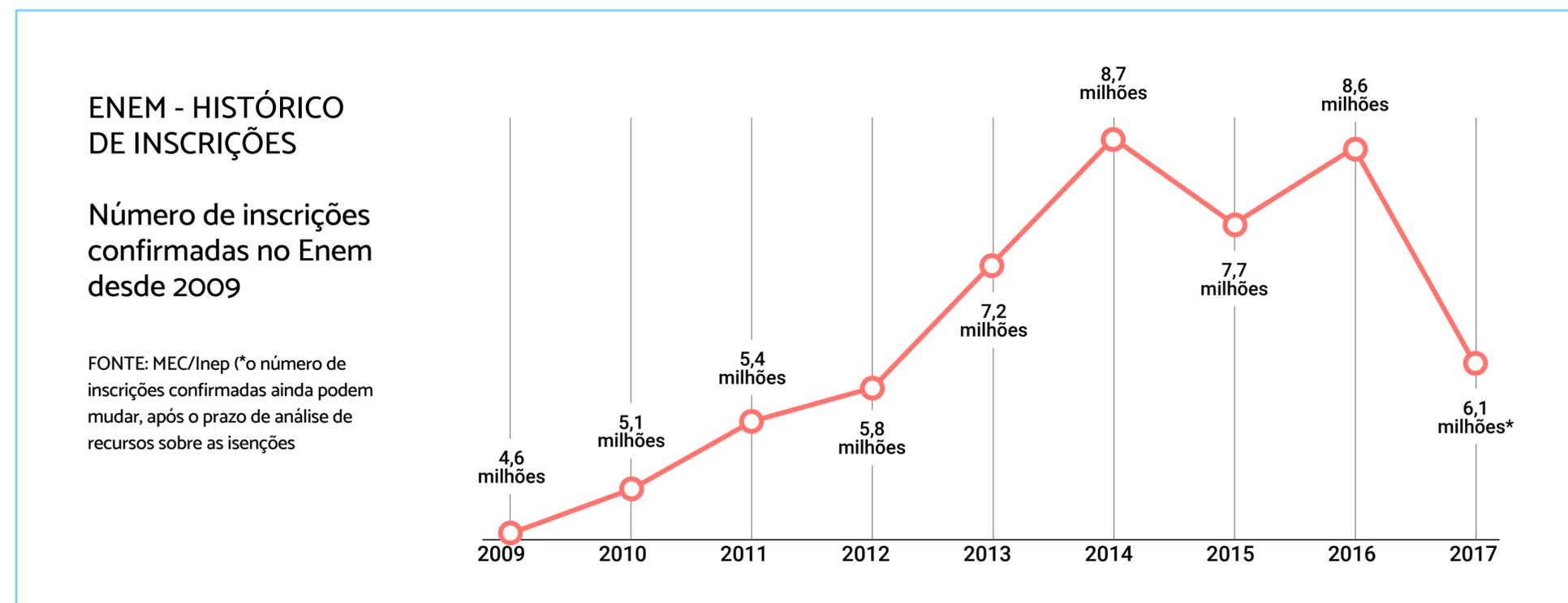
- e) Qual a diferença entre o número de inscritos em 2016 e 2015?

**Resposta:** a diferença entre o número de inscritos em 2016 e 2015 é de 900 000.

- f) O menor número de inscritos que aparece no gráfico é 4,1. Escreva esse número por extenso. Esse é um número natural? O que representa a vírgula que aparece na escrita desse número?

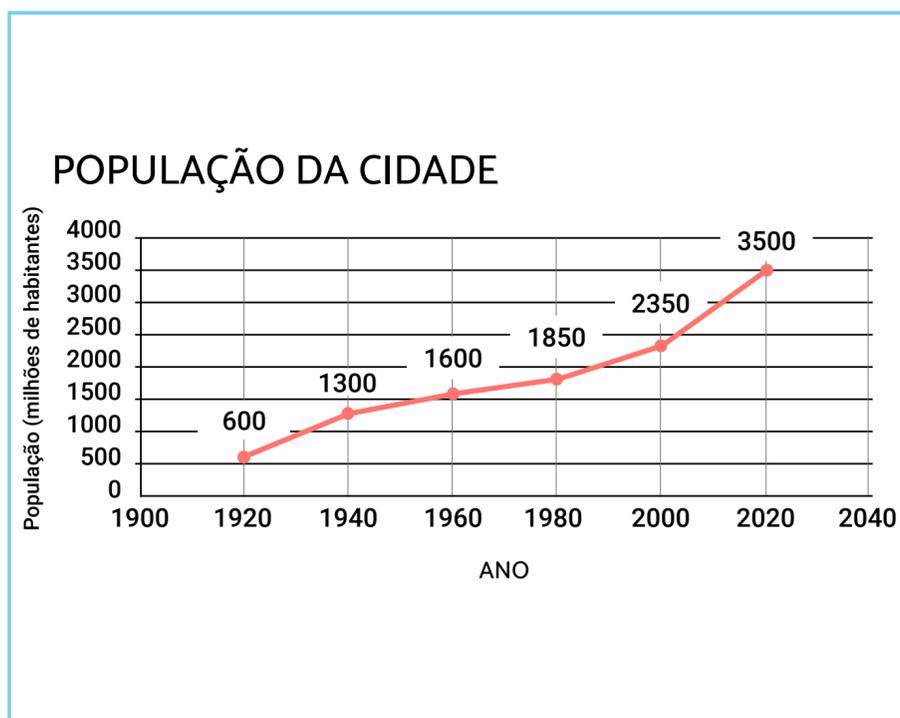
**Resposta:** 4,1 milhões representa quatro milhões e cem mil, que é um número natural escrito na forma reduzida e a vírgula é utilizada para separar a classe dos milhões da classe dos milhares.

Fonte: CARVALHO, L. Enem 2017 tem o menor número de inscritos confirmados desde 2013. G1, maio 2017. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/enem/2017/noticia/enem-2017-teve-pelo-menos-61-milhoes-de-inscricoes-confirmadas.ghtml> (acesso em 25/06/2022).



## QUESTÃO 2

Um pesquisador realizou um estudo sobre o crescimento populacional de uma determinada cidade e construiu o gráfico ao lado para apresentar os resultados dessa pesquisa.



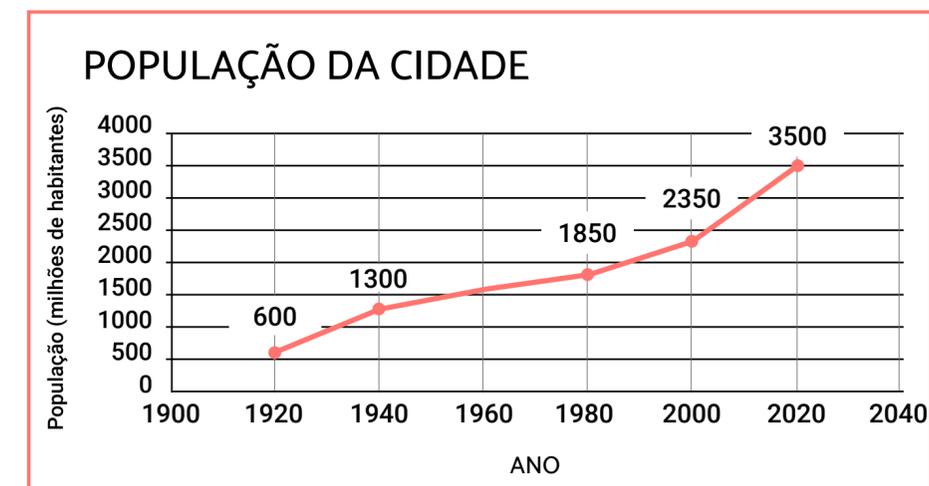
a) Escreva um pequeno texto contando quais as informações contidas no gráfico. Descreva as características do crescimento da população estudada.  
**Exemplo de resposta esperada:** o gráfico apresenta o crescimento da população de uma cidade entre 1920 e 2020. É possível observar que a população cresceu nesse período.

b) Após analisar atentamente o gráfico, um estatístico afirmou que ele não representa corretamente o crescimento populacional da cidade estudada, visto que ele identifica erro nessa construção.

i. Converse com seus colegas: que erro seria esse?

ii. Após encontrar o erro, construa corretamente o gráfico. Você pode utilizar uma planilha eletrônica ou um plotador de gráficos (como o Geogebra, disponível em <https://bityli.com/Geogebra>, ou mesmo em planilhas eletrônicas como o Excel), para essa construção. Caso não seja possível, utilize um papel quadriculado.

**Resposta:** o gráfico esperado é:



iii. O erro cometido no 1º gráfico pode induzir a quais erros de interpretação?

**Exemplo de resposta esperada:** o erro na construção do gráfico está na escala do eixo horizontal, visto que foi utilizada a mesma distância para diferentes períodos. Esse tipo de erro pode levar o leitor a acreditar que o crescimento populacional foi mais lento e bem menos acentuado do que o realmente ocorreu entre 2000 e 2020.

Depois do trabalho em duplas, organize a sala em círculo e proponha que, pelo menos dois ou três estudantes (aqueles que você observou e marcou), registrem no quadro suas soluções por escrito, de modo que vocês possam analisar semelhanças, diferenças, e eventuais equívocos nas soluções encontradas.

**Professor/a**, no momento de discussão coletiva das atividades 1 e 2, garanta que os estudantes percebam que o gráfico de linhas é mais indicado para situações que envolvem a análise de dados numéricos ao longo do tempo. **Geralmente, no eixo horizontal (das abscissas ou eixo x)**, representa-se o tempo, que pode ser dado em anos, meses, dias, horas etc., **enquanto o eixo vertical (das ordenadas ou eixo y)**, representa a outra grandeza - no exemplo apresentado, a população.

Aproveite, também, para destacar a importância da escala, uma vez que os erros mais comuns vistos em gráficos da mídia estão relacionados à inadequação de escalas. Retome, ainda, a escrita dos números relacionadas ao valor posicional do sistema de numeração decimal, muito relevante para a representação decimal dos números racionais.

É importante que eles percebam que 8,7 milhões é a forma reduzida de escrever 8 milhões e 700 mil ou 8.700.000 e que 4,1 milhões é a forma reduzida de escrever 4 milhões e 100 mil ou 4.100.000. Se necessário, represente os números que aparecem no gráfico, utilizando o quadro valor lugar. Como essa aprendizagem é central para o letramento matemático, não considere aprendizagem dada.

Se for, eles relembram, se não for, aprendem. Isso é um exemplo de recuperação em processo. Se sentir que alguns alunos ainda têm dúvidas após a próxima proposta, faça, especialmente para eles, uma pequena lista de atividades e explique que elas são necessárias para aprender uma ideia de matemática que está em todos os lugares, ou seja, os números.

Assegure-se que todos conseguiram identificar que o erro na construção do 2º gráfico está na escala do eixo horizontal, visto que foi utilizada a mesma distância para diferentes períodos de tempo. Esse tipo de erro pode levar o leitor a acreditar que o crescimento populacional foi mais lento e bem menos acentuado do que o realmente ocorreu entre 2000 e 2020, por exemplo.

3ª CLASSE			2ª CLASSE			1ª CLASSE		
Classe dos milhões			Classe dos milhares			Classe dos milhares		
9ª ordem	8ª ordem	7ª ordem	6ª ordem	5ª ordem	4ª ordem	3ª ordem	2ª ordem	1ª ordem
<b>C</b>	<b>D</b>	<b>U</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>U</b>	<b>C</b>	<b>D</b>	<b>U</b>
		8	7	0	0	0	0	0

## Notação científica

### 2 AULAS

**Professor/a**, a próxima atividade tem como foco o estudo da notação científica e um conhecimento prévio necessário para o desenvolvimento deste tema, o conceito de potenciação. Se considerar adequado, faça uma retomada desse tema. Você pode, por exemplo, selecionar uma ou mais atividades dentre as disponíveis nos planos de aula da Nova Escola. Selecionamos os três, a título de exemplo:

- Plano de aula: conceito de potenciação, disponível em: <https://bitly.com/nova13>
- Plano de aula: propriedade de potenciação, disponível em: <https://bitly.com/nova14>

Sugerimos que você realize algumas atividades envolvendo o cálculo mental e a potenciação, como os disponibilizados a seguir, de modo que os estudantes possam discutir como pensaram e realizaram cada exercício.

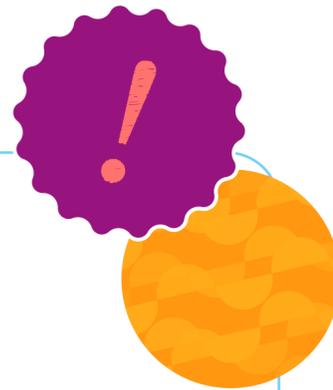
Perceber regularidades é o que permite que os cálculos se tornem cada vez mais eficientes e, por isso, é preciso que os jovens sejam incentivados a explicitar como pensaram o cálculo e possam comparar sua forma de pensar com a de outros estudantes. Ao comunicar o modo de pensar, é feita a exercitação de estratégias denominadas metacognitivas, ou seja, quando se reflete sobre o que se sabe e o que falta aprender, construindo relações entre ideias e consolidando aprendizagens. Ao mesmo tempo, ao se comunicar com os colegas, o estudante pode ampliar seu repertório de estratégias de cálculo ao conhecer outras formas de fazê-lo, diferentes das suas. Veja que estamos trabalhando na perspectiva do letramento matemático, conforme proposto pela BNCC.

Nessa proposta de atividades para o desenvolvimento do cálculo mental, estabelecemos dois objetivos gerais. O primeiro deles é promover a memorização de um repertório de cálculos, que serão usados em outros mais complexos. Já o segundo deles, é mais próximo da competência específica 5 da área de matemática: “Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades

matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas”. Veja que o desenvolvimento desta competência é possível a partir da comunicação de estratégias de cálculos pensados, pela construção, compreensão e comparação de diferentes procedimentos usados pelos estudantes e, conseqüentemente, melhoria nas habilidades de argumentação, registro escrito e posicionamento fundamentado em escolhas refletidas.

Anuncie para os estudantes que serão desafiados a resolver uma atividade de cálculo mental! A tarefa de cada um deles é efetuar cálculos que envolvem potenciação. Sinalize que não vale usar calculadora nesta proposta. Ao final de cada exercício, eles deverão socializar como pensaram para realizá-los.

**Professor/a**, não precisa realizar todos os exercícios de uma única vez, selecione ao menos um deles para iniciar a aula ao longo de uma semana, por exemplo.



## ATIVIDADE EXTRA

# Cálculo mental: potenciação

## 1 AULA EXTRA

a) Calcule o resultado das seguintes potências:

$2^2=$	$2^3=$	$-2^4=$	$3^2=$	$3^3=$	$-3^4=$	$10^2=$	$-10^3=$
$(-2)^2=$	$(-2)^3=$	$(-2)^4=$	$(-3)^2=$	$(-3)^3=$	$(-3)^4=$	$(-10)^2=$	$(-10)^3=$
$0^2=$	$0^3=$	$0^4=$	$1^2=$	$1^3=$	$1^4=$	$(-1)^2=$	$(-1)^3=$
$(-0,2)^2=$	$(-0,2)^3=$	$(-0,2)^4=$	$(-0,2)^2=$	$(-0,3)^3=$	$(-0,3)^4=$	$(-0,1)^2=$	$(-0,1)^3=$
$(\frac{3}{5})^2=$	$(\frac{3}{5})^3=$	$(\frac{3}{5})^4=$	$(-\frac{3}{5})^2=$	$(-\frac{3}{5})^3=$	$(-\frac{3}{5})^4=$	$(-\frac{3}{5})^0=$	$(-\frac{3}{5})^1=$

b) Escreva o resultado das expressões usando uma única potência:

$7^4 \cdot 7^5=$	$6^3 \cdot 6=$	$(-2)^2 \cdot (-2)^4=$	$4^3 \cdot 4 \cdot 4^2=$	$(\frac{1}{9})^2 \cdot (\frac{1}{9})^4=$	$5 \cdot 5^3 \cdot 5^4 \cdot 5=$
$5^4 \cdot 5^2=$	$(-8)^7 \cdot (-8)^3=$	$9^3 \cdot 9^2=$	$4^3 \cdot 4^2=$	$(\frac{1}{6})^6 / (\frac{1}{6})=$	$8^4 \cdot 8^0=$
$(5^4)^2=$	$(7^2)^4=$	$(3^2)^5=$	$(4^3)^2=$	$(-9^4)^4=$	$(5^2)^7=$

c) Classifique como verdadeira ou falsa cada uma das sentenças abaixo:

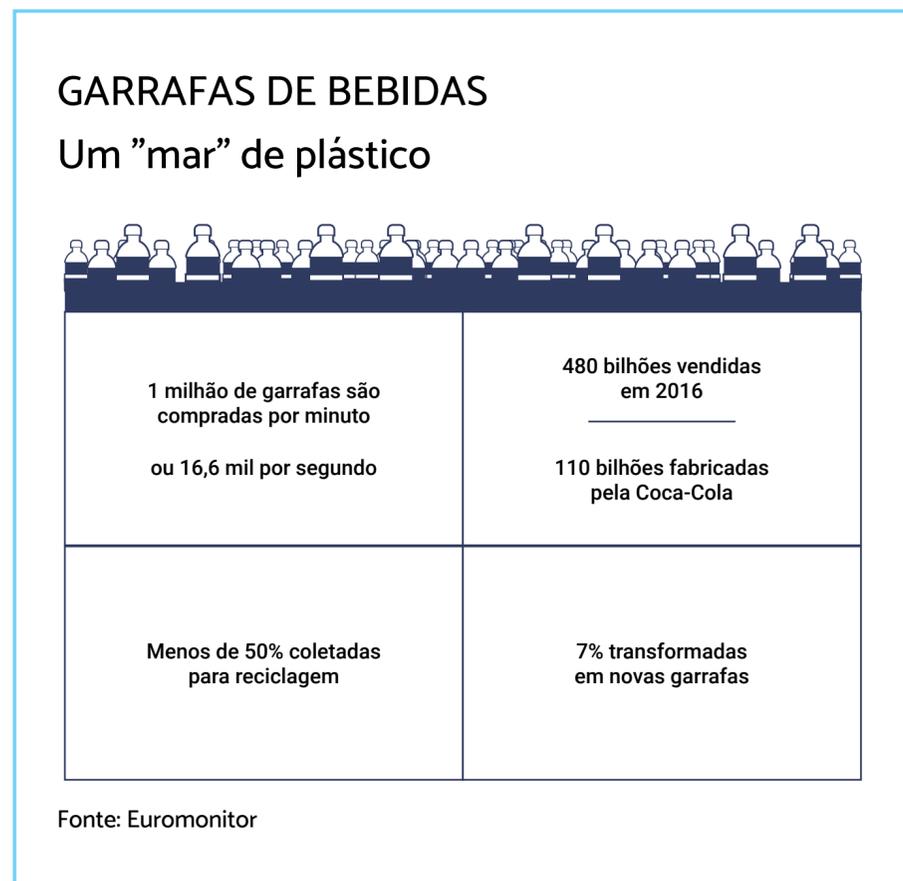
$(8^4)^2=8^6$	$10^3 \cdot 10=10^3$	$2 \cdot 2^4=2^5$	$4^5 \cdot (4^3)^2=4^{10}$
$(9^4)^4 \cdot 9^4=9^{16}$	$(5)^3 \cdot (5^3)^4=5^{24}$	$(3^5)^2=3^{10}$	$(-5)^2 \cdot (-5)=-5$
$(-4)^5 \cdot (-4)^5=-1$	$(2^3)^2 \cdot (2^3)^2=(4^3)^2$	$(2^3)^2 \cdot (2^3)^2=2^{12}$	$(-9)^5 \cdot (-9)^5=1$

Para finalizar, reflita sobre as dificuldades que você teve para resolver essa atividade de cálculo mental! Quais ações você pode tomar que auxiliem a diminuir essas dificuldades?

Em seguida, anuncie para os estudantes que conhecerão diferentes formas de representar um número e apresente o exercício 3 do [Anexo 8](#).

### QUESTÃO 3

Observe o infográfico:



FONTE: CINCO gráficos que explicam como a poluição por plástico ameaça a vida na Terra. BBC News, dez. 2017. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-42308171>. Acesso em: 25 jun. 2022.

a) Quais as informações que ele apresenta?

**Resposta:** o gráfico apresenta informações sobre as garrafas plásticas, que são compradas, fabricadas, vendidas e recicladas.

b) Segundo esse infográfico, quantas garrafas foram vendidas em 2016?

**Resposta:** 480 bilhões.

I. Escreva esse número, explicitando todas as suas ordens e classes.

**Resposta:** 480.000.000.000.

II. Escreva esse número a partir de um produto.

**Existem muitas respostas como, por exemplo:**

$2 \times 240.000.000.000$  ou  $4 \times 120.000.000.000$ .

III. Escreva esse número a partir de um produto de maneira que um dos fatores seja uma potência de 10.

**Existem muitas respostas como, por exemplo:**

$4.800.000 \times 10^2$ ,  $480.000 \times 10^3$ ,  $480 \times 10^6$

**Professor/a,** a resposta esperada no item I é única, 480.000.000. Já nos itens II e III existem muitas possibilidades. Convide alguns estudantes para compartilhar sua resposta (item II). Anote no quadro essas respostas, por exemplo:

**Exemplos de respostas esperadas:**

$2 \times 240.000.000$

$5 \times 90.000.000$

$10 \times 48.000.000$ .

É importante que percebam que esse é um problema com muitas respostas.

Repita o processo para o item III.

**Exemplos de respostas esperadas:**

$48.000.000 \times 10^1$

$4.800.000 \times 10^2$

$480.000 \times 10^3$

$480 \times 10^6$

É muito importante que os estudantes percebam que todos os produtos escritos no quadro são iguais a 480.000.000. Desafie-os a pensar o porquê:

**480.000.000 = 480 x 1.000 x 1.000 = 480 x 10<sup>3</sup> x 10<sup>3</sup>** ou seja, 480 x 10<sup>6</sup>. É importante entenderem que existem muitas maneiras de escrever um número natural utilizando produtos.

Peça, então, que observem todos os números escritos e identifiquem se existe, entre eles, algum que obedeça a seguinte condição: “um dos fatores é um número  $n$  que pertence ao intervalo  $[1, 10)$  e o outro fator é uma potência de 10”. Caso eles concluam que não existe essa escrita, desafie-os a escrevê-la. Espere-se que o estudante perceba que a forma procurada é  $4,8 \times 10^8$ . Aproveite o momento para lembrá-los que esse número está escrito em notação científica, uma maneira de escrever números muito grandes ou muito pequenos, para fornecer mais facilmente a ordem de grandeza de um número.

Organize a tarefa no caderno com os estudantes:

Para representar um número usando a notação científica, é necessário, por convenção, que este seja escrito da seguinte forma:



ou

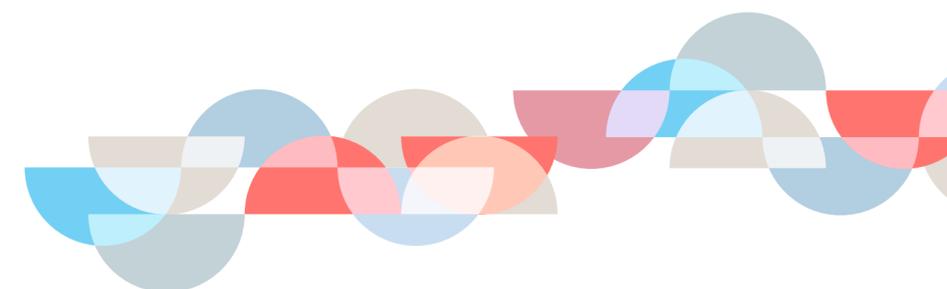
$p = a \times 10^b$ , onde:

- $a$  é um número entre 1 e 10, se  $p$  for positivo, ou entre -10 e -1, se  $p$  for negativo;
- $b$  é um número inteiro, positivo ou negativo.

Para ampliar a aprendizagem, você pode convidá-los a escrever, também, outros números grandes, utilizando notação científica como, por exemplo, o número de garrafas compradas por minuto, que aparece no infográfico.

Apresente um texto como este: “o coração humano bate cerca de 110.000.000 de vezes em três anos e que, no corpo humano, há aproximadamente 97.000.000 metros de veias, artérias e vasos capilares ou que, no Universo, existem cerca de 10.000.000.000.000.000.000.000 de estrelas.” e convide-os a escreverem os números em notação científica.

Em outra aula, proponha que resolvam o Exercício 4 apresentado a seguir.



#### QUESTÃO 4

##### Observe as informações a seguir:

- De maneira geral, o diâmetro das células animais variam de 0,01 mm a 0,02 mm enquanto nos vegetais medem de 0,02 mm a 0,05 mm.
- O tamanho médio das bactérias varia de 0,002 mm a 0,005 mm.

a) Segundo as informações apresentadas, a célula animal é maior ou menor que uma bactéria? Explique.

**Exemplo de resposta esperada:** a célula animal é maior que a bactéria, pois 2 centésimos é maior que 5 milésimos.

b) Qual o tamanho máximo de uma bactéria?

**Resposta:** 0,005 mm.

I. Escreva esse número a partir de uma divisão. Nesse momento, você pode utilizar a calculadora.

**Exemplos de respostas esperadas:**

0,01 : 2

0,025 : 5

Entre outras.

II. Escreva esse número a partir de uma divisão de maneira que o divisor seja uma potência de 10. Nesse momento, você pode utilizar a calculadora.

**Exemplos de respostas esperadas:**

5 :  $10^3$

50 :  $10^4$

Entre outras.

**Professor/a,** convide alguns estudantes para socializar suas conclusões. Incentive-os a explicar suas conclusões e aproveite o momento para verificar se eles

utilizam o vocabulário correto relacionado aos números decimais (décimos, centésimos etc.) e se comparam corretamente esses números. Verifique, também, se utilizam argumentos convincentes para justificar suas respostas; por exemplo, a célula animal é maior que a bactéria, pois 2 centésimos é maior que 5 milésimos.

É importante que percebam que no item I existem várias respostas corretas, por exemplo:

0,01 : 2

5 : 1000

0,0015 : 3

Entre outras.

Enquanto os estudantes apresentam suas respostas, anote-as no quadro. Repita o processo para o item II.

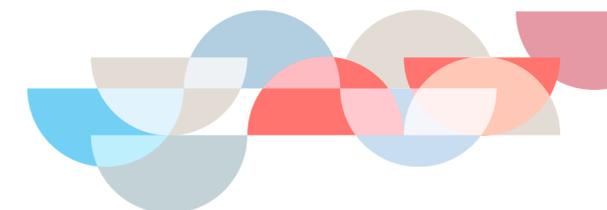
**Exemplos de respostas esperadas:**

0,5 :  $10^2$

5 :  $10^3$

50 :  $10^4$

Entre outras.



Nesse momento, retome com os estudantes, num momento expositivo dialogado, as seguintes relações:

Sabemos que:	E agora, como continuar?
$10^3 = 1000$ $10^2 = 100$ :10 $10^1 = 10$ :10 $10^0 = 1$ :10	$10^0 = 1$ $10^{-1} = \frac{1}{10}$ ou 0,1 :10 $10^{-2} = \frac{1}{100}$ ou 0,01 :10 $10^{-3} = \frac{1}{1000}$ ou 0,001 :10

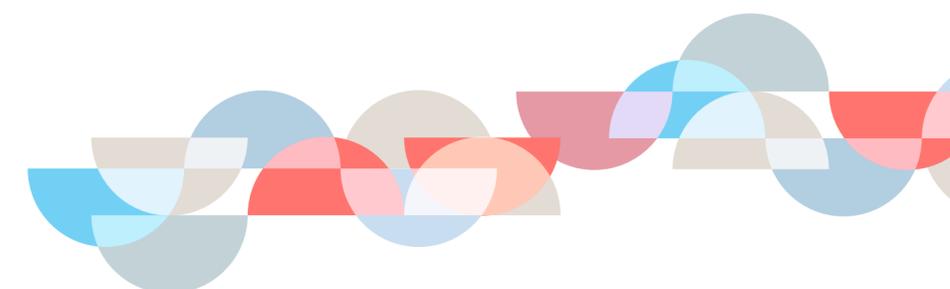
Essa escrita na forma de potências com expoentes negativos é uma convenção da linguagem matemática.

Proponha, então que, de forma coletiva, reescrevam as respostas do item II, que aparecem no quadro, utilizando multiplicação, em que um dos fatores é uma potência de 10. Espera-se que percebam o seguinte:

$$0,5 : 10^2 = 0,5 \cdot 10^{-2} \quad 5 : 10^3 = 5 \cdot 10^{-3} \quad 50 : 10^4 = 50 \cdot 10^{-4}$$

Retome o conceito de notação científica e pergunte qual dos números escritos no quadro representa o tamanho máximo de uma bactéria na forma de notação científica. Caso eles concluam que não existe essa escrita, desafie-os a escrevê-la. Espera-se que o estudante perceba que a forma procurada é  $5 \cdot 10^{-3}$ . Em seguida, convide-o a reescrever todos os números que aparecem no texto utilizando a notação científica.

Peça que os alunos identifiquem semelhanças e diferenças entre números grandes e pequenos, quando escritos em notação científica. Espera-se que identifiquem que os números grandes possuem expoentes positivos das potências de base 10 e que os números pequenos possuem expoentes negativos.



## Atenção para a avaliação!

As produções ou registros produzidos pelos estudantes podem se constituir em excelentes instrumentos para avaliar o seu caminhar rumo aos objetivos desejados.

Ao final desta etapa, propomos que realizem um podcast contando a um colega o que aprenderam sobre potências e notação científica.

Trata-se de uma produção que permitirá o encerramento do assunto com uma etapa de reflexão e sistematização de noções e conceitos. Sugerimos um podcast, por ser uma tipologia textual bem atual e de conhecimento dos estudantes, mas é possível solicitar a produção de uma síntese, resumo ou até mesmo um parecer sobre o tema desenvolvido. Neste tipo de proposta, os estudantes terão que roteirizar o seu podcast, que deverá ter, no máximo, três minutos. Essa escrita é essencial para fazer o

áudio e deverá ser entregue junto com o podcast. Para essa produção, os estudantes vão percebendo o caráter de fechamento do conteúdo e a importância de apresentar informações precisas, ideias centrais e significativas do tema abordado. Nesse momento, você aproveita para verificar como as noções e os conceitos foram compreendidos ou identificar equívocos que ainda permanecem, para reavaliar o seu planejamento e propor intervenções mais assertivas.

Não se pretende passar aqui a falsa impressão de que todos os estudantes acham simples a elaboração de registros ou que, desde o início, suas produções serão completas. São necessárias intervenções do professor para qualificar e melhorar esse processo. Então, ações em que os estudantes compartilhem suas produções, ouçam os áudios uns dos outros, discutam o que registraram e façam uma revisão coletiva são intervenções adequadas.

Nesse sentido, a produção de textos, áudio ou registros pelos estudantes não é solicitada para atribuição de nota, mas para se obter pistas sobre o caminhar do estudante em relação ao processo de ensino e aprendizagem.

O conjunto de informações obtidas com a análise dos registros dos estudantes, integrado às suas observações como professor, permitirá uma reflexão sobre os estudantes e sobre o seu próprio trabalho. De outro lado, constitui para o estudantes um momento de aprendizagem, um processo metacognitivo de pensar sobre a própria aprendizagem, organizando suas ideias para transformá-las em texto.

Para finalizar, você poderá propor outros exercícios envolvendo potenciação e notação científica e solicitar que os estudantes os resolvam utilizando o texto ou o áudio produzido como consulta. Você pode selecionar exercícios no material didático adotado.



## Gráfico de barras e os números racionais

2 AULAS

**Professor/a**, anuncie aos estudantes que, nesse momento, continuarão explorando gráficos e números. Os focos agora são os gráficos de barras (horizontais ou verticais) e os números racionais. Proponha que formem duplas para realizar as propostas abaixo. Diga que, no final, algumas duplas serão convidadas a socializar seus registros e suas conclusões.



## Orientações para a gestão da aula

Temos utilizado várias vezes o recurso do diálogo com a sala toda, chamado de roda de conversa. Nesses momentos, faça uma boa mediação de conversa, de modo que:

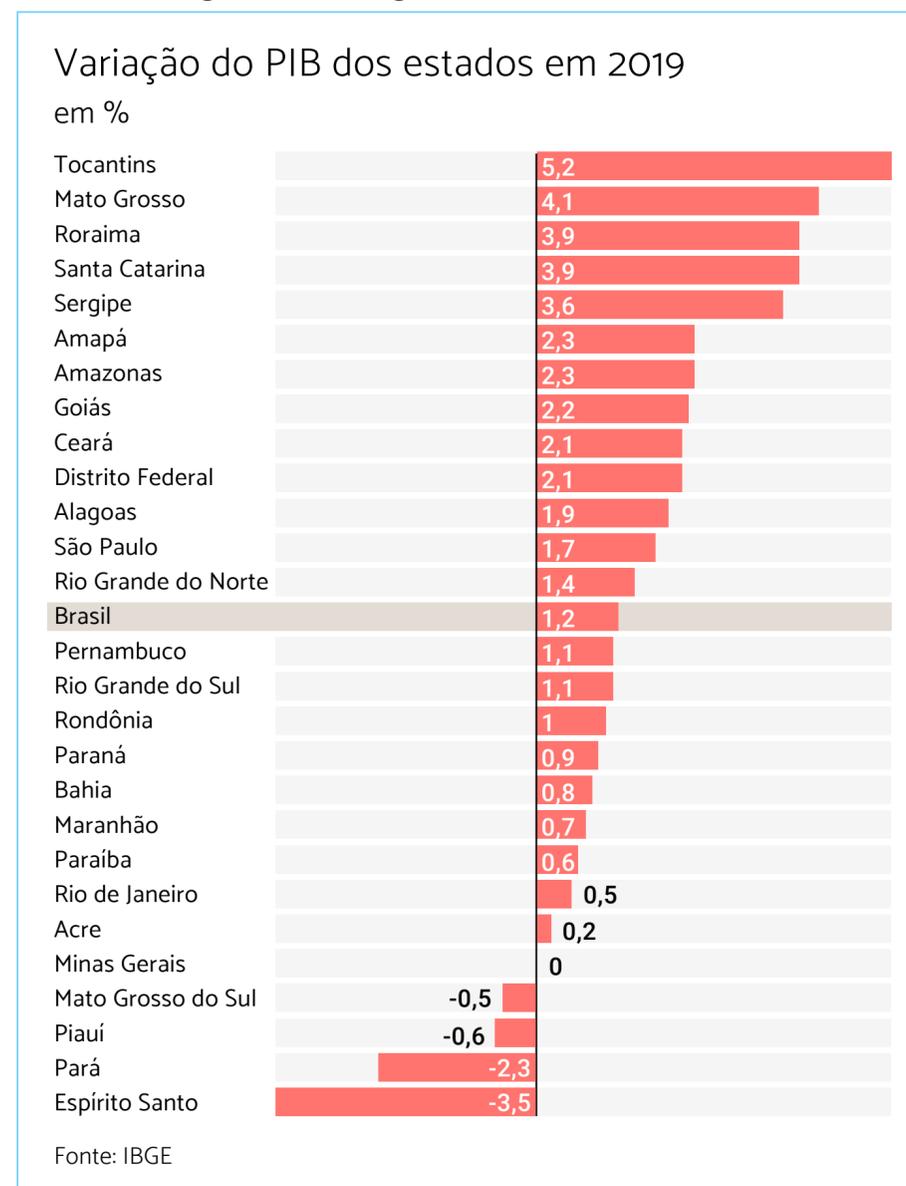
- um clima acolhedor às ideias seja instaurado, fazendo com que todos se sintam à vontade de compartilhar o que pensam e sentem. Quando houver divergências de opiniões, valorize todas, propondo uma atitude de respeito do grupo em relação à diversidade. Evidenciar as singularidades e coincidências de valores, ideias, habilidades e pontos de vista é importante para que a turma se conheça e se reconheça como tal;

- os mais tímidos sejam incentivados a se expressarem e a compartilharem momentos de fala com os colegas;
- os jovens não “personalizem” a participação em alguém, como, por exemplo, nos líderes dos quartetos, pois esse momento é de caráter coletivo;
- a importância do registro seja enfatizada, orientando os alunos a anotarem o que de mais importante for discutido.

Apresente as situações 5 e 6 do [Anexo 8](#) aos estudantes. Elas envolvem um trabalho com gráficos de barras horizontais e verticais e a exploração dos números racionais.

## QUESTÃO 5

Observe o gráfico a seguir



FONTE: TOCANTINS teve maior alta do PIB entre os estados em 2019. G1, 12 nov. 2021.

Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/11/12/tocantins-teve-maior-alta-do-pib-entre-os-estados-em-2019- apenas-4-tiveram-queda-aponta-ibge.ghtml>.

Acesso em: 25/06/2022.

a) Quais as informações contidas no gráfico? Como descobriu? Quais as informações representadas no eixo horizontal? E no eixo vertical?  
**Exemplo de resposta esperada:** o gráfico apresenta informações (em %) a respeito da variação do PIB do Brasil e dos seus estados. Essas informações estão no título do gráfico e no eixo vertical.

b) Converse com seu professor de geografia ou pesquise em revistas ou mesmo na internet: o que é PIB? O que significa dizer que a variação do PIB foi positiva? E o que significa se foi negativa?  
**Exemplo de resposta esperada:** o PIB (Produto Interno Bruto) é um indicador que funciona como um termômetro da economia. : quanto maior o PIB de um país, maior sua atividade econômica e por sua vez, quanto maior a atividade econômica de um país, mais se consome, vende e investe nele.

c) Segundo as informações contidas no gráfico, qual estado apresentou a maior variação percentual do PIB em 2019? Qual foi essa variação?  
**Exemplo de resposta esperada:** maior variação ocorreu em Tocantins e foi de 5,2%

d) Qual estado apresentou a menor variação percentual do PIB em 2019? Qual foi essa variação?  
**Exemplo de resposta esperada:** menor variação ocorreu no Espírito Santo e foi de -3,8%

e) Qual a diferença entre a maior e a menor variação do PIB? Escreva uma expressão matemática para representar essa situação.

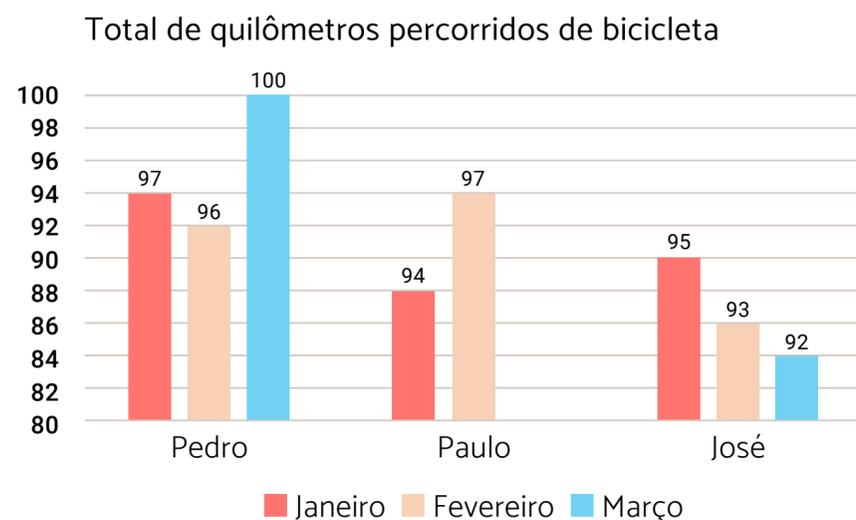
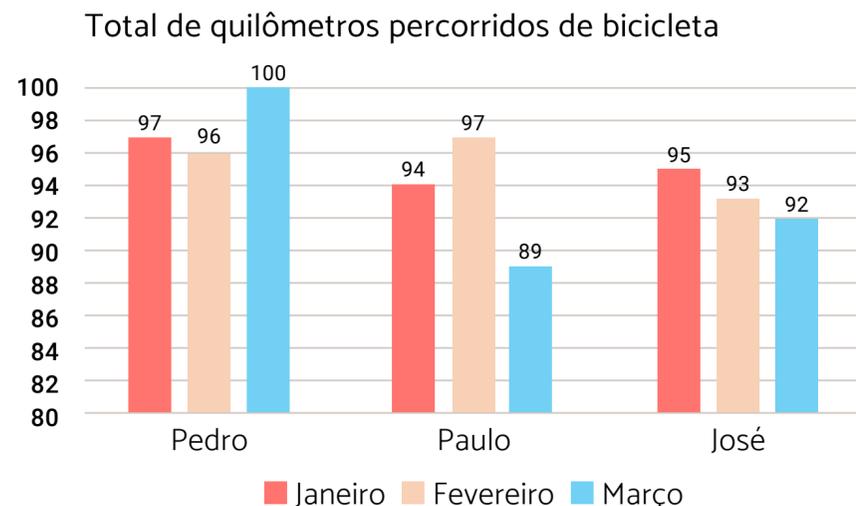
**Resposta:** Diferença:  $5,2 - (-3,8) = 9,0$

f) Quais os estados que apresentaram variação negativa do PIB (contração da economia)? Qual a diferença entre o índice de MS e do ES? Escreva uma expressão matemática para representar essa situação.

**Exemplo de resposta esperada:** os estados que apresentaram variação negativa do PIB foram: Mato Grosso do Sul, Piauí, Pará e Espírito Santo. A diferença entre o índice de MS e do ES é de 3,3% e pode ser representada por:  
 $-0,5 - (-3,8) = 3,3$

## QUESTÃO 6

Analise os gráficos a seguir:



a) Quais as informações que eles apresentam no eixo horizontal? E no eixo vertical?

**Exemplo de resposta esperada:** eixo horizontal: nome dos atletas e no eixo vertical a quantidade de quilômetros percorridos de bicicleta.

b) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

**Exemplo de resposta esperada:** semelhanças: mesmos atletas, mesma quantidade de quilômetros percorrida por eles em janeiro e março. Diferença: quilometragem de Paulo no mês de março.

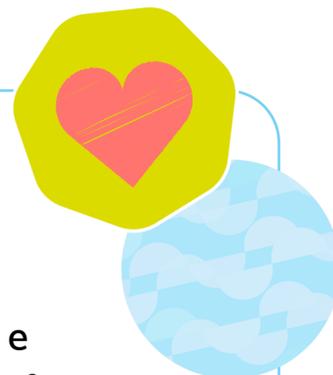
c) Qual o erro e a interpretação que o gráfico no 2 pode induzir? Por que isso acontece?

**Exemplo de resposta esperada:** como no gráfico 2 a escala está inadequada, pois começa no 90, pode dar a falsa impressão que Paulo não pedalou no mês de março.

**Professor/a,** no momento de discussão coletiva das atividades 5 e 6, converse com os estudantes

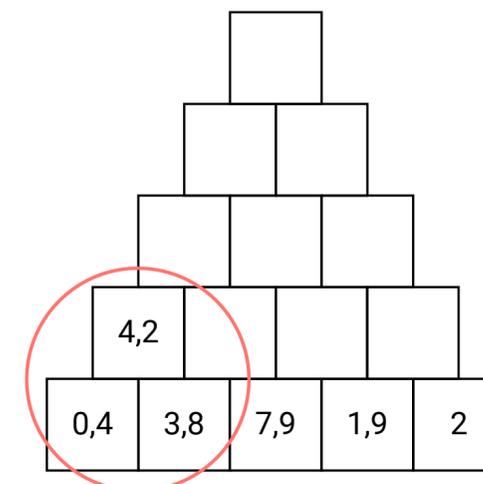
a respeito dos cuidados ao construir um gráfico de barras (horizontais ou verticais): as barras devem sempre possuir a mesma largura e o seu comprimento tem como referência a escala apresentada no eixo (no caso do gráfico do PIB, a escala está no eixo horizontal e no caso do gráfico dos quilômetros percorridos, a escala está no eixo vertical). Além disso, é importante que percebam que a distância entre as barras deve ser constante.

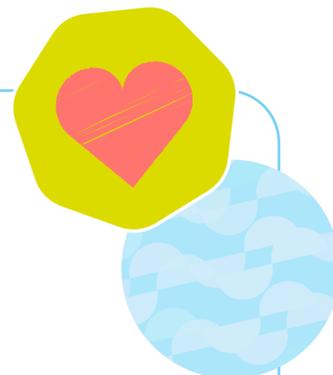
Ao explorar a Atividade 5, aproveite para retomar o conjunto dos números racionais (forma decimal) e as operações e comparações entre esses números. Caso identifique que os estudantes ainda não dominam as operações com números inteiros ou decimais, você pode utilizar a metodologia de aula invertida, para que retomem esses temas em momentos individuais de estudo (que podem ocorrer em casa ou na aula) e, posteriormente, converse com seus colegas e professor/a na aula, para solucionar suas dúvidas e avançar com suas aprendizagens.



## Dica

- Caso **opte pela aula invertida** para retomar as operações com números inteiros e com decimais, apresentamos a seguir materiais que podem ser disponibilizados para os estudantes.
- Se você identificar **fragilidade na adição e subtração** com os números inteiros, proponha que o estudante assista aos dois vídeos e resolva os exercícios, disponíveis em: <https://bitly.com/somasub> (acesso em 05/04/2022).
- Caso seja necessário **retomar multiplicação e divisão com números inteiros**, proponha que o estudante assista aos dois vídeos e resolva os exercícios, disponíveis em: <https://bitly.com/multipli> (acesso em 05/04/2022).
- Se você identificar **fragilidade na potenciação envolvendo números inteiros**, escolha e aplique algumas das propostas disponíveis em: <https://bitly.com/nova15> (acesso em 27/04/2022).
- Se você identificar **fragilidade na adição e subtração com os números racionais na forma decimal**, proponha situações desafiadoras envolvendo essas operações, como por exemplo:
  - Observe a figura e descubra o segredo: qual a relação entre os três números que estão dentro do círculo? Em seguida, escreva os números que estão faltando, seguindo sempre o mesmo “segredo”. Não vale usar a calculadora, o objetivo é que você treine o cálculo mental!

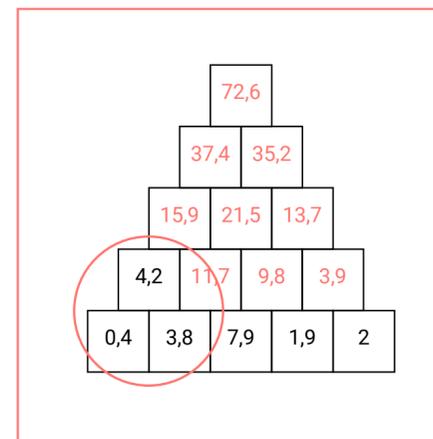




- A figura abaixo representa um quadro mágico, em que a soma dos elementos de cada linha, coluna e diagonal é um número constante, a chamada "constante mágica". Descubra essa constante no quadro ao lado e complete o quadro.

0,5		7	2
		3,5	
4	5		
6,5	1,5		8

Respostas esperadas:



0,5	7,5	7	2
6	3	3,5	4,5
4	5	5,5	2,5
6,5	1,5	1	8

Retomando o momento de discussão coletiva da Atividade 6, apresentada anteriormente, assegure-se que os estudantes concluam que as informações nos dois gráficos são as mesmas, porém a escala utilizada no gráfico 2 (começando no 90) não é a mais adequada e pode induzir o leitor a concluir, de forma equivocada, que Paulo não percorreu nenhuma distância no mês de março.

## Gráfico de setores e porcentagem

2 AULAS

**Professor/a**, anuncie aos estudantes que, para ampliar o estudo de gráficos e números, o foco agora é estudar o gráfico de setores e o cálculo de porcentagens.

Nesse momento, é importante conhecer o que os estudantes sabem a respeito de porcentagens e em que pontos eles ainda precisam avançar. Você pode fazer uma sondagem oralmente para obter um diagnóstico da turma. Apresente algumas perguntas norteadoras, como por exemplo:

Você já viu esse símbolo %?

Em quais situações ele aparece?

É possível escrever 60% na forma de fração?

O que significa calcular 10% de 80 reais?

O que é maior 50% de 80 ou metade de 80?

Encaminhe o diálogo de modo que percebam que a porcentagem aparece em gráficos, em índices tais como inflação, descontos, acréscimos, entre

outros. Garanta que percebam que a porcentagem está relacionada a uma fração, cujo denominador é 100; por exemplo, 60% também pode ser escrito como  $60/100=6/10=3/5$ , cuja metade é equivalente a 50%, e que existem diferentes estratégias para calcular porcentagem, sendo que algumas delas serão exploradas nas atividades apresentadas a seguir. Aborde, também, o conceito de proporcionalidade existente na porcentagem:

Se 10% de 50 é 5, então:

20% de 50 é 10 (o dobro de 10%)

30% de 50 é 15 (o triplo de 10%) etc.

Vale lembrar que perceber regularidades e fazer relações permitem que os cálculos se tornem cada vez mais significativos para os estudantes.

Proponha que formem duplas para realizar as propostas 7 e 8 apresentadas a seguir. Oriente-os a registrar suas estratégias e diga que, no final, algumas duplas serão convidadas para socializar seus registros e suas conclusões.

### QUESTÃO 7

Considere a seguinte situação: em uma escola, foram ofertadas três (3) eletivas para os 120 estudantes do ensino médio. Observe na tabela quais foram essas eletivas e qual o percentual de estudantes que escolheu cada uma delas.

- a) Denis escolheu o Laboratório de Química e decidiu investigar qual o percentual de estudantes que fizeram essa mesma escolha. Observe, na figura acima, os registros do jovem.

Eletiva	Total de estudantes	Percentual dos estudantes
Robótica	48	40%
Produção textual	42	35%
Laboratório de Química	30	25%
total	120	100%

- b) Você saberia explicar como ele pensou? Você acha que o raciocínio dele está correto?

**Exemplo de resposta esperada:** ele identificou que  $100 : 4 = 25$ , então para encontrar o total de estudantes de laboratório ele dividiu 120 por 4 e encontrou 30.

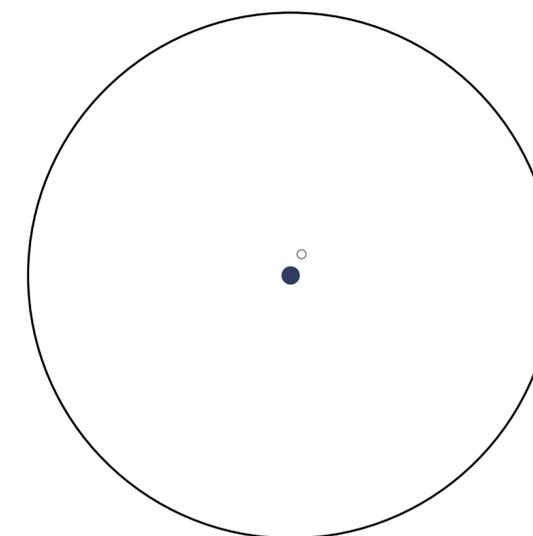
- c) Qual o número de estudantes que ele encontrou como resposta?

**Resposta:** 30

- d) Calcule o número de estudantes que optou por Produção Textual e Robótica e preencha a 3ª coluna da tabela acima. Você pode utilizar a mesma estratégia do Denis ou optar por outra estratégia com a qual você se sente mais seguro/a. Se desejar, pode utilizar a calculadora.

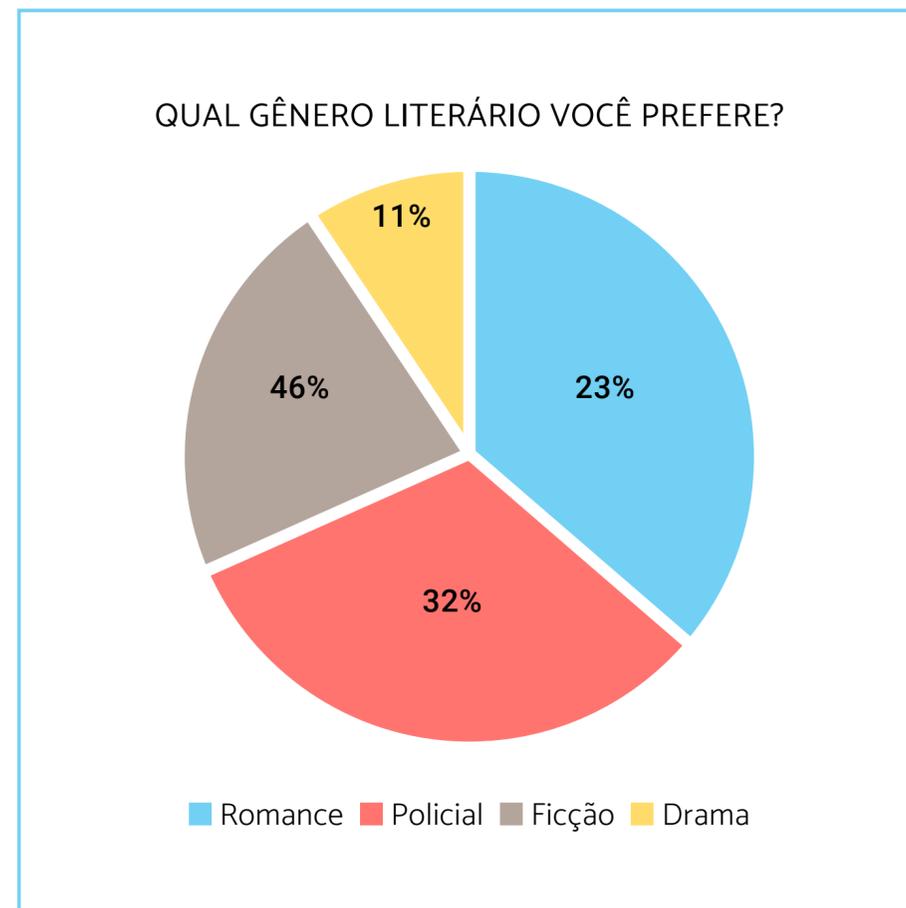
- e) O seu desafio agora é construir um gráfico de setores para representar esses dados (utilize o círculo disponibilizado abaixo). Mas, antes de começar, converse com seu colega como determinar a medida de cada ângulo desse gráfico. Registre os seus cálculos para socializar no momento de discussão coletiva e utilize transferidor para obter um gráfico bem preciso. E não esqueça de colocar os elementos necessários no gráfico: título, legenda e rótulos.

- f) O gráfico de setores é adequado para representar essa situação? Explique.



### QUESTÃO 8

Observe o gráfico a seguir.



- a) Quais as informações contidas no gráfico? Como descobriu?  
**Exemplo de resposta esperada:** as informações são os gêneros literários preferidos e o % de preferência de cada um deles. Eu descobri lendo o título e os rótulos que estão no gráfico.
- b) Você acha que tem algum erro na construção desse gráfico? Ele poderia dar origem a uma interpretação incorreta do leitor? Explique.
- c) Qual o percentual total que aparece no gráfico? Você saberia explicar por que isso aconteceu?
- d) O gráfico de setores é o mais indicado para representar essa situação? Por quê?

**Resposta esperada: para os itens b) c) e d):** o erro é que o percentual dos gêneros, somados, resultam em 112%, isso pode ter acontecido porque algumas pessoas votaram em mais de um gênero textual. O gráfico de setores não é o mais indicado para representar essa situação.

**Professor/a**, após a realização das propostas, convide os estudantes a contarem quais os cuidados que precisam ter para construir um gráfico de setores e quais as características desse tipo de gráfico. Geralmente, eles possuem a crença de que o gráfico de setores é indicado quando as informações estão em porcentagem e esse é momento de desconstruí-la, enfatizando que esse tipo de gráfico só pode ser utilizado para representar as partes de um todo (100%). Além disso, a área de cada setor circular deve ser proporcional ao valor que ela representa.

Aproveite o momento de discussão coletiva do exercício 7 para retomar o conceito de porcentagem relacionado à fração de denominador 100 e a proporcionalidade direta que existe no cálculo de porcentagem. É possível que a maioria dos estudantes conheça apenas a regra de três como uma estratégia para efetuar esses cálculos, então esse é o momento adequado para ampliar o repertório dos estudantes: convide as duplas que utilizaram diferentes estratégias para explicar como pensaram e fazer seus registros no quadro. No final, peça aos estudantes identificarem semelhanças e diferenças entre as resoluções apresentadas. Oriente-os a escolher o registro que mais chamou sua atenção e copiá-lo em seu caderno. Veja algumas possibilidades:

1

$$0,25 \cdot 120 = 30$$

2

$$\begin{array}{r} 120 \\ x \end{array} \begin{array}{l} \nearrow 100\% \\ \searrow 25\% \end{array}$$
$$\begin{array}{l} 100x = 120 \cdot 25 \\ 100x = 3\ 000 \\ x = 30 \end{array}$$

3

$$120 : 4 = 30$$

4

$$\begin{array}{l} 10\% \text{ de } 120 = 12 \begin{array}{l} \nearrow + \\ \searrow + \end{array} \begin{array}{l} 20\% \text{ de } 120 = 2 \cdot 10\% \text{ de } 120 = 2 \cdot 12 = 24 \\ 5\% \text{ de } 120 = 10\% : 2 \text{ de } 120 = 12 : 2 = 6 \end{array} \\ \hline 25\% \text{ de } 120 = 24 + 6 = 30 \end{array}$$

## ATIVIDADE EXTRA

# Cálculo mental: porcentagem

## 1 AULA EXTRA

Esta seção tem por finalidade auxiliar os estudantes a desenvolver fluência em alguns cálculos, de modo que possam melhorar a sua capacidade crítica, reflexão e a memória, fornecendo, assim, ferramentas que os liberam para pensar em aspectos mais complexos de um problema do que a realização de contas básicas. De modo geral, isso os auxiliará a:

- construir e selecionar procedimentos adequados à situação-problema apresentada;
- desenvolver e sistematizar procedimentos de cálculo e estratégias de verificação e controle de resultados;
- utilizar instrumentos de cálculo, decidindo, em cada situação, sobre a pertinência e vantagem que representa sua utilização.

**Lembre-se:** o que permite que os cálculos se tornem cada vez mais eficientes é incentivá-los a explicitar como pensaram para calcular e comparar sua forma de pensar

com a de outros estudantes. Ao comunicar o modo de pensar, é feita a exercitação de estratégias denominadas metacognitivas, ou seja, quando se reflete sobre o que se sabe e o que falta aprender, construindo relações entre ideias e consolidando aprendizagens. Ao mesmo tempo, ao se comunicar com os colegas, o estudante pode ampliar seu repertório de estratégias de cálculo ao conhecer outras formas de fazê-lo, diferentes das suas.

Vale lembrar que, nas atividades de cálculo mental, não é proibido o uso de registros e nem de lápis e papel, pois a ideia de cálculo mental não está associada a fazer “conta de cabeça”, mas sim, a efetuar cálculos sem os algoritmos convencionais

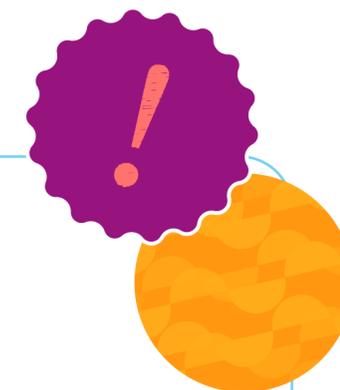
Nesta atividade, convide os estudantes a realizar uma proposta para desenvolver o cálculo mental de porcentagem. Veja o exemplo apresentado no quadro a seguir.

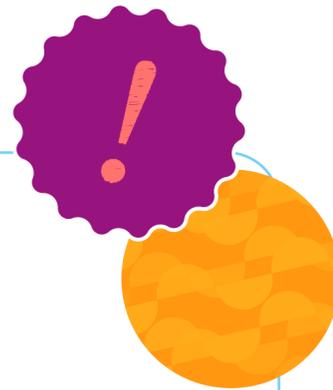
Você já sabe que a porcentagem é uma fração de denominador 100. Assim:

$$10\% = \frac{10}{100} = \frac{1}{10} \text{ então calcular } 10\% \text{ de } 80 \text{ significa efetuar}$$
$$\frac{10}{100} \cdot 80 = \frac{1}{10} \cdot 80 = 80 : 10 = 8$$

$$20\% = 2 \cdot 10\% = 2 \cdot \frac{10}{100} = 2 \cdot \frac{1}{10} = \frac{2}{10} = \frac{1}{5} \text{ então calcular } 20\% \text{ de } 80$$
$$\text{significa efetuar } \frac{20}{100} \cdot 80 = \frac{1}{5} \cdot 80 = 80 : 5 = 16 \text{ ou então}$$
$$20\% \text{ de } 80 = 2 \cdot 10\% \text{ de } 80 = 2 \cdot 8 = 16$$

$$50\% = 5 \cdot 10\% = 5 \cdot \frac{10}{100} = 5 \cdot \frac{1}{10} = \frac{5}{10} = \frac{1}{2} \text{ então calcular } 50\% \text{ de } 80$$
$$\text{significa efetuar } \frac{50}{100} \cdot 80 = \frac{1}{2} \cdot 80 = 80 : 2 = 40$$





Agora é a sua vez! Faça como nos exemplos anteriores: estabeleça relações e efetue os cálculos a seguir. Mas agora não é permitido o uso da calculadora, ok?

1. Complete a tabela calculando as porcentagens indicadas:

Número	10%	20%	30%	50%	60%	80%	150%
70							
110							
520							

2. Complete a tabela calculando as porcentagens indicadas:

Número	50%	25%	20%	10%	5%
100					
50					
150					
300					
500					

3. Calcule:

- a) 30% de 1500;
- b) 12% de 120;
- c) 25% de 900;
- d) 50% de 300;
- e) 90% de 450.

## “Bora” se preparar?

### 1 AULA

**Professor/a**, convide os estudantes a realizarem os exercícios a seguir. Eles podem trabalhar em duplas ou pequenos grupos, pois, assim, podem discutir as propostas, compartilhar as aprendizagens e escolher boas estratégias para resolver os desafios. Enquanto eles realizam os exercícios propostos, circule pela sala para solucionar possíveis dúvidas e fazer os alinhamentos necessários.

#### QUESTÃO 1

(ENEM) Para convencer a população local da ineficiência da Companhia Telefônica Vilatel na expansão da oferta de linhas, um político publicou no jornal local o gráfico I, ao lado. A Companhia Vilatel respondeu, publicando dias depois o gráfico II, em que pretende justificar um grande aumento na oferta de linhas. O fato é que, no período considerado, foram instaladas, efetivamente, 200 novas linhas telefônicas.

Gráfico 1

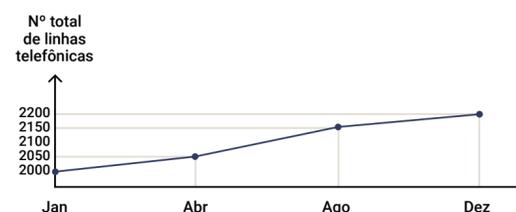
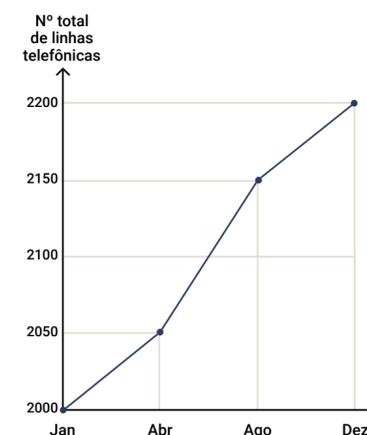


Gráfico 2



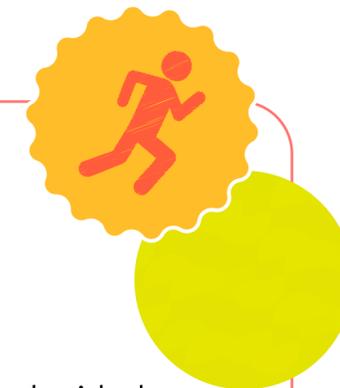
Analisando os gráficos, pode-se concluir que:

- a) o gráfico II representa um crescimento real maior do que o do gráfico I;
- b) o gráfico I apresenta o crescimento real, sendo o II incorreto;
- c) o gráfico II apresenta o crescimento real, sendo o gráfico I incorreto;
- d) a aparente diferença de crescimento nos dois gráficos decorre da escolha das diferentes escalas;
- e) os dois gráficos são incomparáveis, pois usam escalas diferentes.

#### QUESTÃO 2

(ENEM 2017) Uma das principais provas de velocidade do atletismo é a prova dos 400 metros rasos. No Campeonato Mundial de Sevilha, em 1999, o atleta Michael Johnson venceu essa prova, com a marca de 43,18 segundos. Esse tempo, em segundo, escrito em notação científica é:

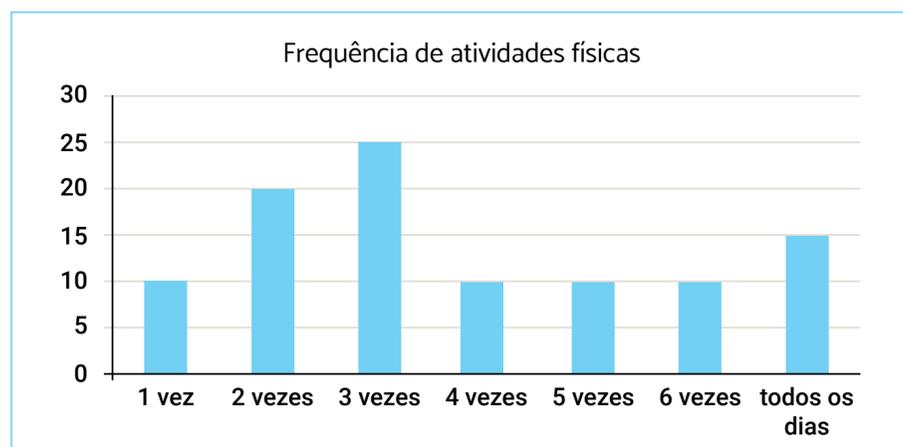
- a)  $0,4318 \times 10^2$
- b)  $4,318 \times 10^1$
- c)  $43,18 \times 10^0$
- d)  $431,8 \times 10^{-1}$
- e)  $4\,318 \times 10^{-2}$





### QUESTÃO 3

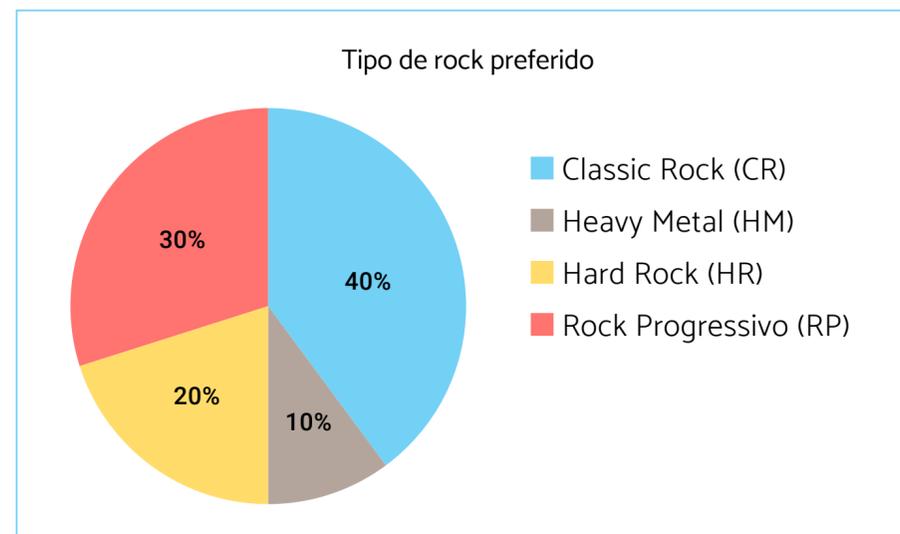
Uma pesquisa sobre a prática de atividade física foi realizada em um shopping center, em que os entrevistados eram convidados a responder se tinham o hábito de praticar alguma atividade física ao longo da semana e com que frequência a faziam. Cinquenta por cento afirmaram ter o hábito de praticar atividades físicas regularmente. A frequência semanal com que as faziam é a apresentada no gráfico abaixo. Qual é a porcentagem dos entrevistados que afirmaram fazer algum tipo de atividade física pelo menos 4 vezes por semana?



- a) 22,5%   b) 65%   c) 35%   d) 50%   e) 45%

### QUESTÃO 4

Certa emissora de rádio de rock fez uma pesquisa com 500 ouvintes sobre qual estilo de rock preferiam. O gráfico abaixo mostra o resultado dessa pesquisa.



A tabela que mostra o número de ouvintes associado ao gráfico acima é:

a)

Tipo de rock	CR	RP	HR	HM
Número de ouvintes	150	200	100	50

b)

Tipo de rock	CR	RP	HR	HM
Número de ouvintes	200	150	50	100

c)

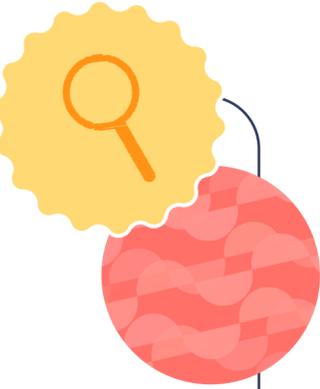
Tipo de rock	CR	RP	HR	HM
Número de ouvintes	200	150	100	50

d)

Tipo de rock	CR	RP	HR	HM
Número de ouvintes	150	200	50	100

e)

Tipo de rock	CR	RP	HR	HM
Número de ouvintes	50	100	200	150



## Atenção para a avaliação!

**Professor/a**, aproveite o momento de retomada dos exercícios da seção Bora se preparar para verificar e registrar o que os estudantes demonstram saber sobre os elementos de um gráfico e se conseguem construir e interpretar informações organizadas em gráficos. Verifique, também, se conseguem calcular porcentagem e utilizar notação científica de maneira adequada. Esses registros poderão ser muito úteis para preparar futuras intervenções, com o intuito de mitigar as fragilidades nas aprendizagens dos estudantes.

Esse é o momento de finalização de uma etapa, por isso é importante dar uma devolutiva para eles sobre

suas aprendizagens e, também, sobre sua postura de estudante. Incentive-os a realizarem uma nova autoavaliação: como se percebem agora, após esse tempo de estudo e dedicação às aulas. Questione como está a sua motivação para iniciar a próxima sequência e, finalmente, convide-os a escrever para si mesmos como se veem agora em relação ao estudo de matemática.

Esse processo de reflexão é mais um momento de aprendizagem. Embora ainda possam achar que sentem dificuldade em relação ao conteúdo, espera-se que se sintam mais confiantes e persistentes frente aos desafios e ao seu processo de aprendizagem.

## Conexões com o [Volume 1](#) e outras explorações

Realizamos, nesta atividade, a retomada do trabalho com números naturais, inteiros e racionais e, ao mesmo tempo, a exploração de diferentes tipos de gráficos, focando em habilidades do ensino fundamental dos anos finais. Centramos esforços no trabalho com potência, notação científica e porcentagem.

É possível **ampliar a exploração do trabalho com números**, abordando ainda a reta numerada e focando no desenvolvimento das seguintes habilidades - **EM13MAT104**, que trata do cálculo de taxas e índices; **EM13MAT203**, que aborda a simulação de juros compostos e simples com planilhas eletrônicas e **EM13MAT303**, que envolve interpretar e comparar situações envolvendo juros simples e compostos por meio de representações gráficas ou análise de planilhas.

Uma exploração aprofundada do estudo de gráficos foi realizada na **Sequência Didática 1, Volume 1 do**

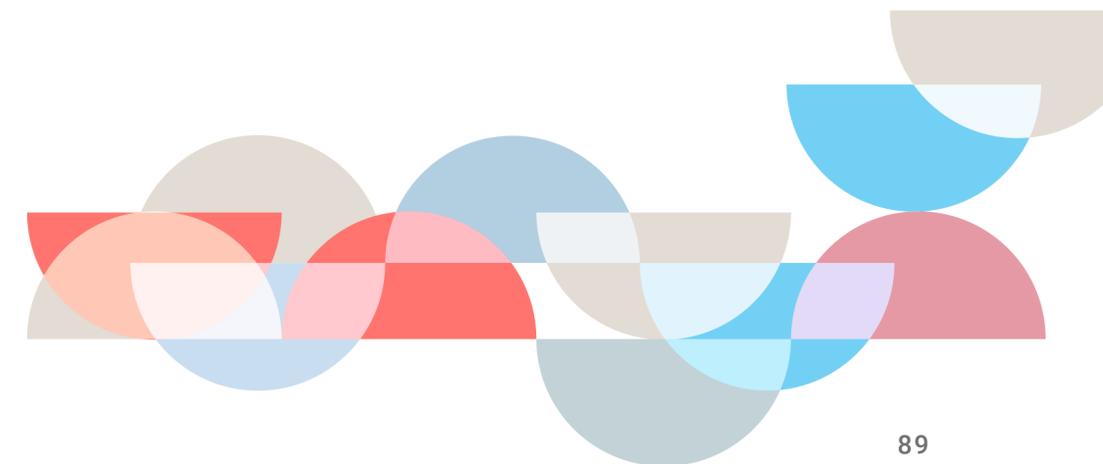
**Fortalecimento da Aprendizagem** (disponível em: <https://bityli.com/SD1>) do material Fortalecimento da aprendizagem. O foco dessa sequência foi a **análise de dados**, identificando a importância de seus elementos, reconhecendo qual o gráfico mais indicado para representar uma determinada situação e detectando possíveis erros de interpretação por conta da escala, por exemplo. Em seguida, foi realizado um estudo acerca das **medidas de tendência central: moda, média e mediana**, identificando qual delas melhor representa um determinado conjunto de dados, abordando deste modo as seguintes habilidades previstas no EM: **EM13MAT102, EM13MAT104, EM13MAT314 e EM13MAT316**.

Em se tratando do estudo de estatística, ainda é possível explorar, a partir da 2ª série do ensino médio, as habilidades **EM13MAT102**, que tem como foco a discussão acerca do uso de amostras não apropriadas; a habilidade **EM13MAT202**, cujo foco é planejar e executar pesquisa amostral para produção de gráficos e **EM13MAT406**, que amplia e complementa a habilidade

**EM13MAT316** com foco em frequência absoluta, relativa e acumulada.

O estudo de probabilidade se concentra no desenvolvimento de **três habilidades focais no ensino médio: EM13MAT311, EM13MAT312 e EM13MAT511**, que poderão ser desenvolvidas na 3ª série. Para essa abordagem, sugerimos que você consulte a **Sequência Didática 1, Volume 1 do Fortalecimento da Aprendizagem** (disponível em: <https://bityli.com/SD1>), em que exploramos a probabilidade da ocorrência de alguns eventos aleatórios sucessivos. Caso seja necessário retomar conceitos estruturantes de probabilidade, sugerimos que você faça uso dos seguintes materiais:

- Conceito de probabilidade, disponível em: <https://bityli.com/probabi>.
- Site do Mathema, disponível em: <https://bityli.com/mathemapro> e <https://bityli.com/roledados>.



## ATIVIDADE EXTRA

### Resolvendo outro tipo de problema

#### 1 AULA EXTRA

- **Foco:** resolução de um problema sem números.
- **Tempo sugerido:** 1 hora/aula
- **Possíveis materiais:** uma cópia do problema para cada grupo ou a sua versão digital para ser projetada para os estudantes

Quando o estudante se depara apenas com exercícios de aplicação dos conceitos e técnicas matemáticas estudadas anteriormente, não se transforma em um resolvido de problemas experiente, pois, nesses casos, busca na memória um exercício já conhecido e desenvolve passos análogos, muitas vezes de forma mecânica, não garantindo que seja capaz de utilizar seus conhecimentos em situações mais complexas.

Para impulsionar o desenvolvimento da habilidade de resolver problemas, é preciso apresentar situações que possibilitem aos estudantes mobilizar conhecimentos

adquiridos e criar novas estratégias de resolução, de modo a pensar por si mesmo, a argumentar, a perseverar na busca da solução e na tomada de decisão dentre os diferentes caminhos de resolução. Desta forma, é importante apresentar, com frequência e regularidade, problemas de lógica, estratégia, com muitas soluções ou mesmo sem solução. Nesta proposta, apresentaremos um em cada sequência didática.

Pensando nisso, reúna os estudantes em pequenos grupos e proponha a situação a seguir: anuncie que o desafio é resolver um problema sem números.

Incentive os jovens a ler e interpretar o texto com calma e atenção, visto que esse problema possui muitas informações que precisam ser “cruzadas” para resolvê-lo. Esclareça que eles podem fazer desenhos, esquemas ou tabelas para encontrar a resposta e que, no final, não devem esquecer de checar se a resposta encontrada torna verdadeira todas as premissas apresentadas. Mostre, também, que esse exercício pode parecer um pouco diferente, mas que você confia que eles conseguirão fazer e que gostarão de vencer o desafio.

André, Bruna, Caio, Daniel e Eliana são irmãos.  
Sabemos que:

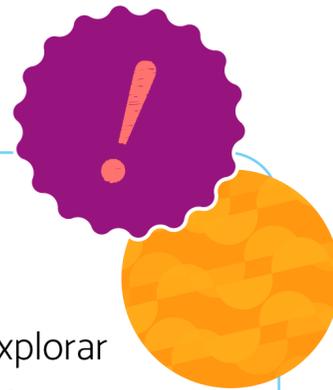
- André não é o mais velho.
- Caio não é o mais novo.
- André é mais velho que Caio.
- Eliana é mais velha que Caio e mais nova que André.
- Bruna é mais velha que André.

O seu desafio é descobrir a ordem de nascimento dos cinco irmãos. Após a leitura das informações, responda:

- Qual é o desafio que você precisa resolver?
- Quais as informações sobre André?
- Quais as informações sobre Caio?
- Quais as informações sobre Bruna?
- Quais as informações sobre Eliana?
- Como você vai organizar tantas informações?
- E no final, responda: qual a ordem de nascimento dos cinco irmãos.

**Resposta esperada:** do mais velho para o mais novo: Bruna, André, Eliana, Caio e Daniel.





## APÓS A RESOLUÇÃO

Enquanto os estudantes resolvem a situação proposta, circule pela sala e identifique os grupos que utilizaram diferentes estratégias. Após a resolução do problema, convide esses grupos para apresentá-las aos colegas.

## A IMPORTÂNCIA DA AULA

A sala de aula é um espaço no qual cada aluno desenvolve o conhecimento matemático a partir de experiências pessoais, juntamente com a interação com colegas e professor. Cada aula é um momento único de encontro, com um percurso bem definido, para que o estudante saiba o que vai aprender e o que se espera dele naquele tempo determinado. A abordagem colaborativa e problematizadora, nesse momento, deve garantir oportunidades de diálogo entre todos os participantes e favorecer a organização das

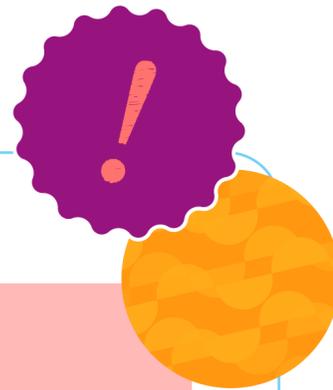
aprendizagens, a explicitação das dúvidas, a convivência entre os diferentes. Na aula, que se caracteriza como espaço de compartilhamento e construção de conhecimento, há lugar para errar, tentar, voltar atrás, confrontar ideias e aprender por aproximações.

Você, professor/a, atua para que haja um envolvimento consciente e assumido do estudante na realização das tarefas. A vivência de experiências de aprendizagem só ocorre com essa participação intensa. Daí a importância de se propor ao grupo situações fora da rotina e com algum grau de complexidade, ajudando-os a desenvolver capacidades como a determinação, a resiliência e a responsabilidade.

Todo esse processo deve acontecer em um ambiente em que os alunos propõem, exploram e investigam problemas que provêm tanto de situações reais quanto de situações lúdicas ou de investigações relacionadas à própria matemática. Esse é um ambiente positivo

que encoraja os alunos a propor soluções, explorar possibilidades, levantar hipóteses, justificar seu raciocínio e validar suas próprias conclusões. Como afirma Boaler (2019), desenvolver a mentalidade de crescimento porque a matemática será ensinada como uma “disciplina aberta e criativa, relacionada a conexões, aprendizagem e crescimento, onde os erros são encorajados e coisas incríveis acontecem” (p. 19).

A aula de matemática, voltada para um enfoque problematizador, exige do professor/a uma condução organizada e que respeite o tempo e a possibilidade de trabalho pessoal dos alunos, seja individualmente ou em grupos. Dessa forma, eles poderão se envolver nas atividades e ter disciplina e organização para pensar, analisar e discutir, que é o sonho da maioria dos educadores em relação aos seus alunos e suas aulas. John Van de Walle (2009, página), em seu livro, sugere o seguinte esquema para a condução da aula de problemas.



### FASE ANTES

(duração: 10-15 min)

Os alunos precisam compreender o problema.

Os alunos devem saber por que estão trabalhando com problemas.

Os alunos precisam saber o que aprenderão fazendo aquele problema.

### FASE DURANTE

(duração: 20-30 min)

Os alunos trabalham e o professor acompanha-os, observando, avaliando, anotando.

Os alunos precisam se concentrar, então não é hora de interromper para brincar com o aluno, nem fazer comentários desnecessários.

O professor deve atender apenas o aluno ou grupo, em caso de dúvida, não devendo responder para a “classe toda ouvir”.

O professor tem um problema extra com alunos que trabalham muito rápido na tarefa originalmente proposta.

### FASE DEPOIS

(duração: o restante da aula)

Os alunos são encorajados a partilhar suas soluções, dúvidas e processos realizados.

O professor escuta, aceita e questiona as apresentações.

A classe se torna uma comunidade de discussão e aprendizagem.

As soluções são analisadas, debatidas; e as conclusões, anotadas.

Uma síntese de ideias é feita.

WALLE, John A. Van de. **Matemática no Ensino Fundamental, Formação de Professores e Aplicação em Sala de Aula**. 6. ed. São Paulo: Artmed, 2009.

# Materiais de apoio



# Plano de estudos

Orientações para o estudante em momentos de autogestão



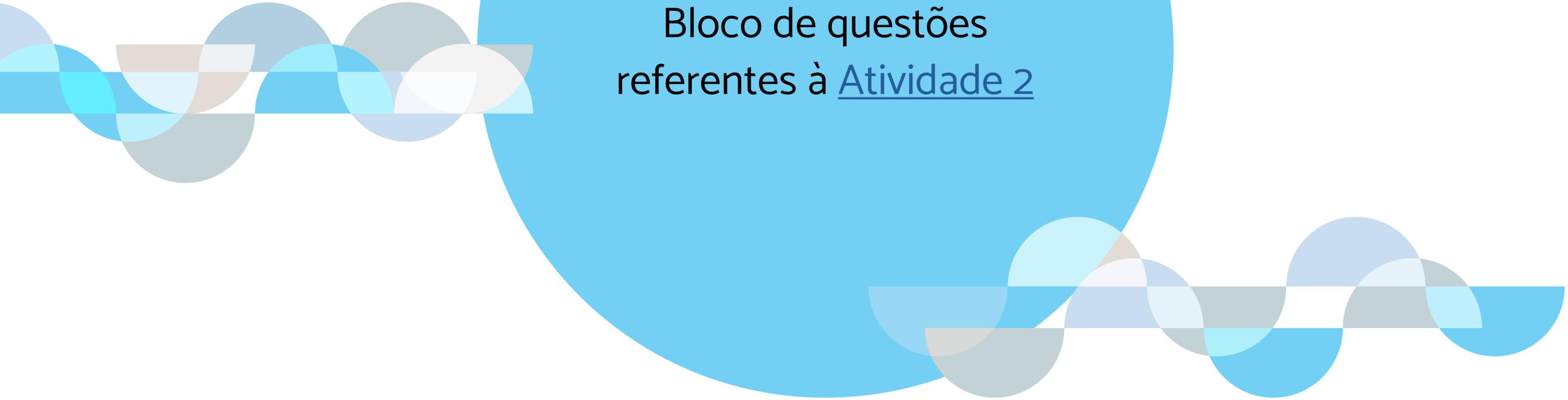
# Caro/a, professor/a,



As atividades a seguir têm como objetivo possibilitar que os estudantes **aprofundem as aprendizagens** construídas na 1ª sequência didática para o ensino médio, em momentos de estudos individuais. Lembramos que **estudar individualmente** é uma parte importante do processo de fortalecimento da aprendizagem. Assim, nesses momentos, o estudante depara-se com o que ele sabe e o que falta aprender.

Sugerimos que você convide os estudantes a resolver as questões a seguir, ao final de cada atividade vivenciada em sala, uma vez que elas estão diretamente relacionadas aos temas desenvolvidos em cada sequência didática.

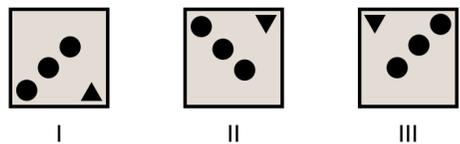
Incentive o estudante a consultar as anotações e materiais produzidos nas aulas, bem como oriente-o a registrar uma justificativa para as questões de múltipla escolha, lembrando-o de que **o importante não é a resposta certa, mas saber como chegar a ela**. Diga também que em caso de dúvidas, ele pode procurar os colegas ou o/a professor/a.



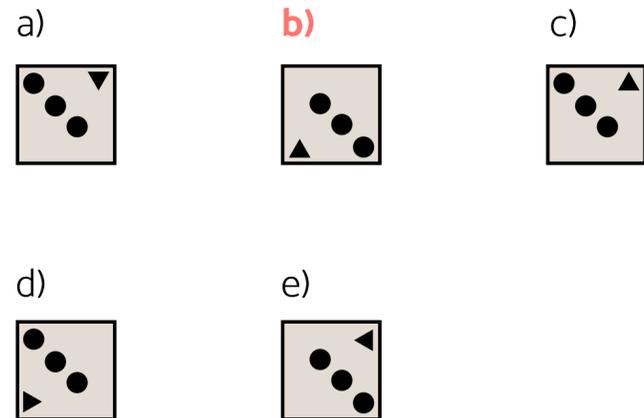
Bloco de questões  
referentes à Atividade 2

**QUESTÃO 1**

(ENEM) Um decorador utilizou um único tipo de transformação geométrica para compor pares de cerâmicas em uma parede. Uma das composições está representada pelas cerâmicas indicadas por I e II.

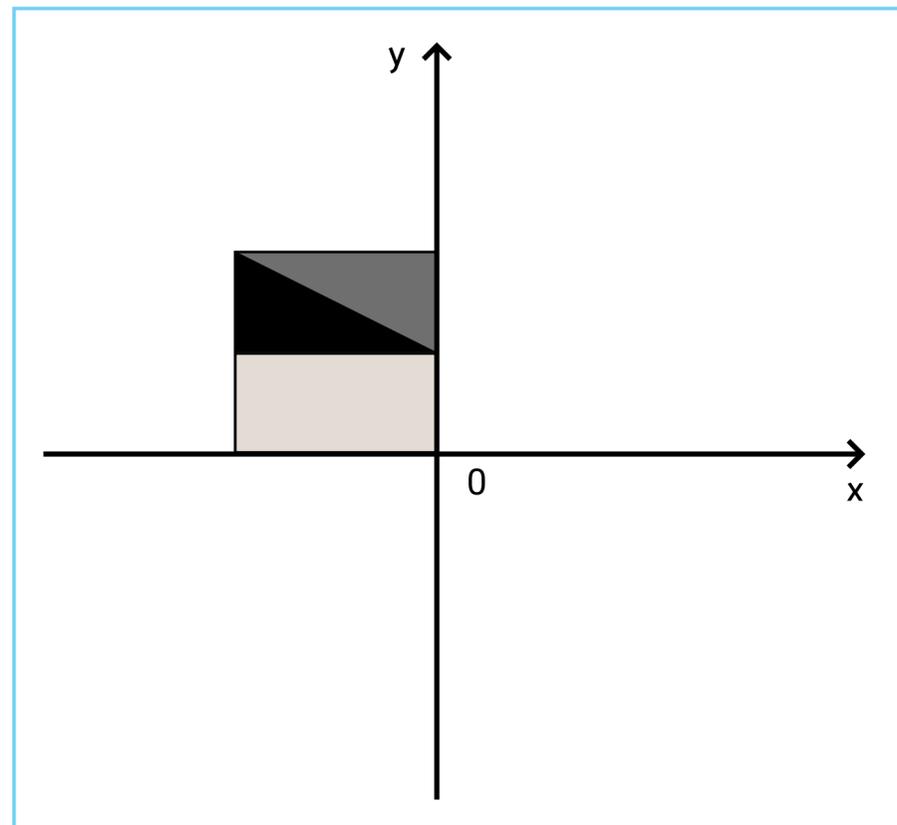


Utilizando a mesma transformação, qual é a figura que compõe o par com a cerâmica indicada por III?

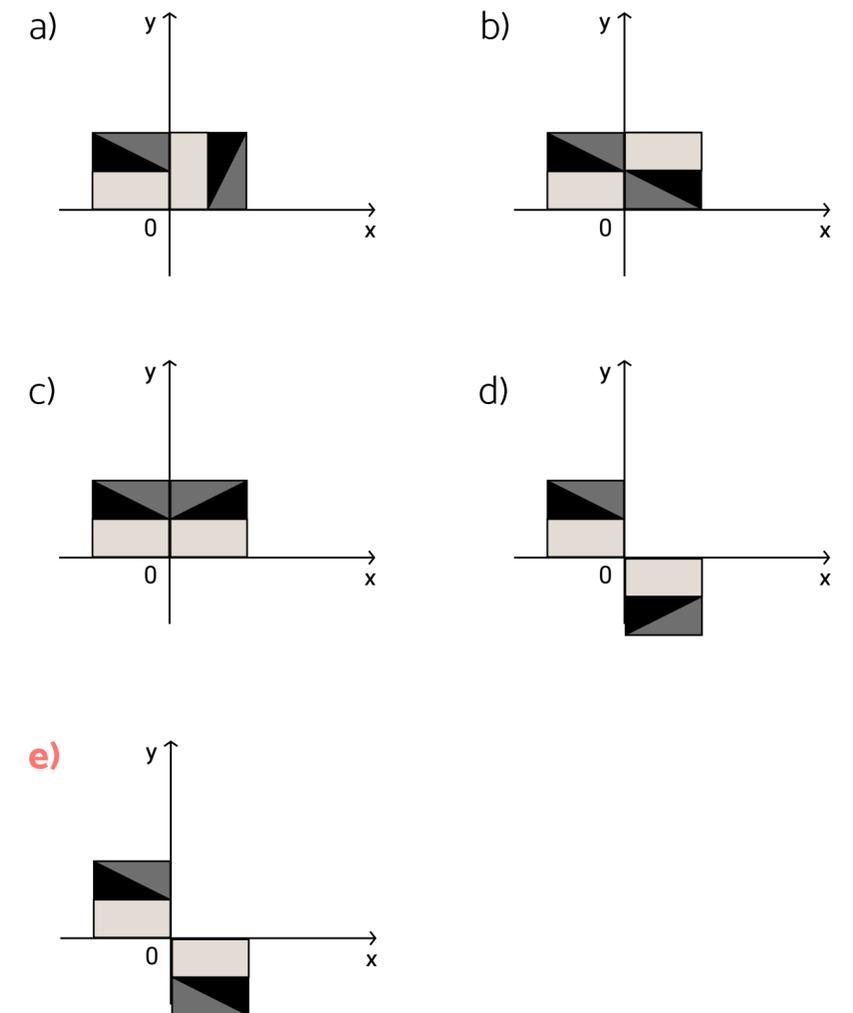


**QUESTÃO 2**

(ENEM – adaptado) Um programa de edição de imagens possibilita transformar figuras originais em outras mais complexas. Deseja-se construir uma nova figura a partir da original. A nova figura deve apresentar duas simetrias de reflexão: a primeira em relação ao eixo  $x$  e a segunda em relação ao eixo  $y$ .

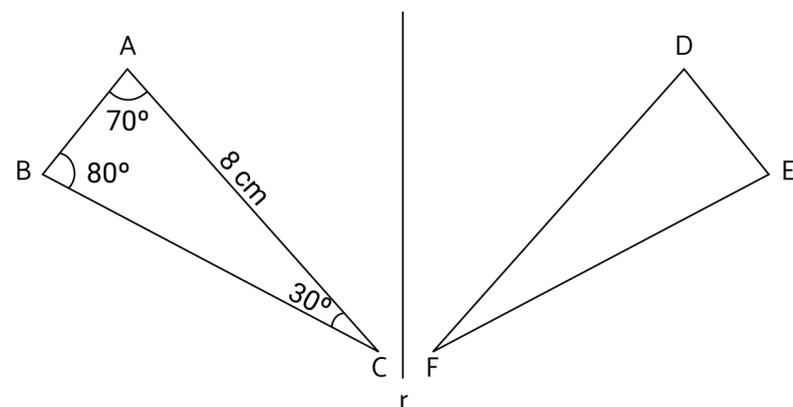


A imagem que representa a nova figura é:



### QUESTÃO 3

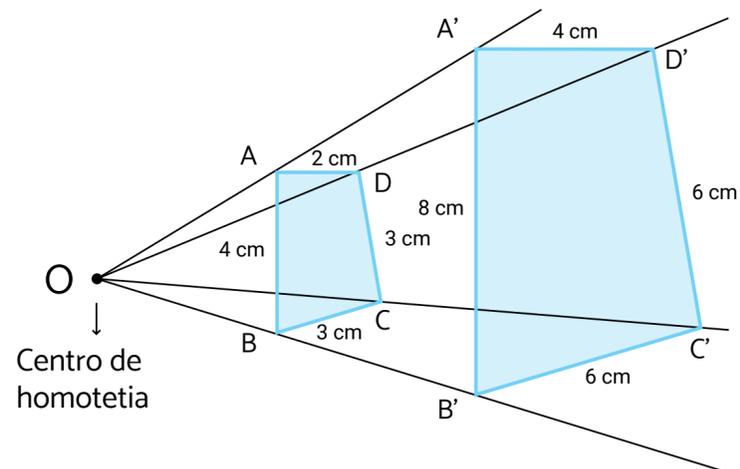
(SARESP - adaptado) Na figura abaixo, os triângulos ABC e DEF são simétricos em relação à reta r. Observando a figura, é correto afirmar que:



- a) o ângulo E mede  $80^\circ$
- b) o ângulo D mede  $30^\circ$
- c) o ângulo F mede  $70^\circ$
- d) o lado DE mede 8 cm
- e) o lado BC mede 8 cm

### QUESTÃO 4

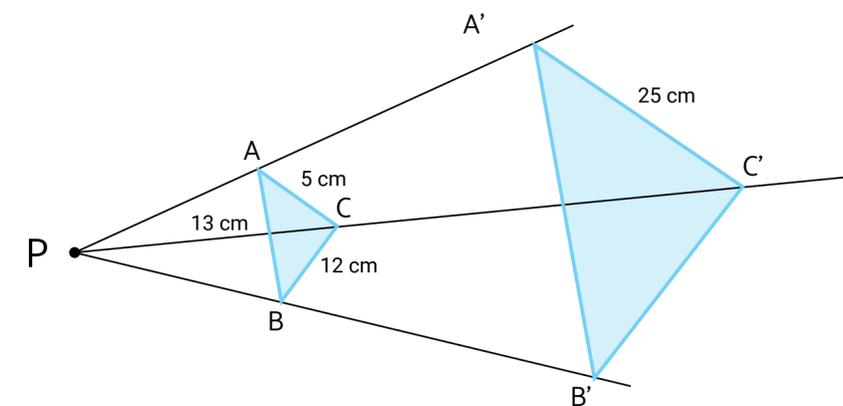
Pedrinho fez a ampliação de um quadrilátero ABCD, utilizando o método da homotetia. Qual foi a razão de semelhança utilizada pelo Pedrinho para obter o quadrilátero A'B'C'D'?



- a) 0,5
- b) 1
- c) 1,5
- d) 2

### QUESTÃO 5

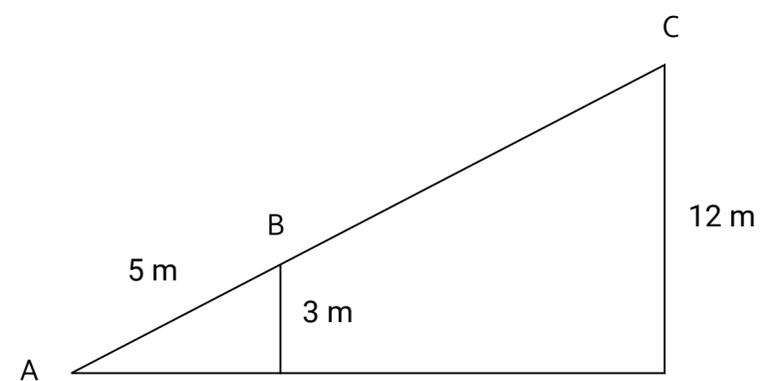
Determine o perímetro do triângulo A'B'C' da homotetia abaixo:



- a) 25 cm
- b) 100 cm
- c) 180 cm
- d) 30 cm
- e) 150 cm

### QUESTÃO 6

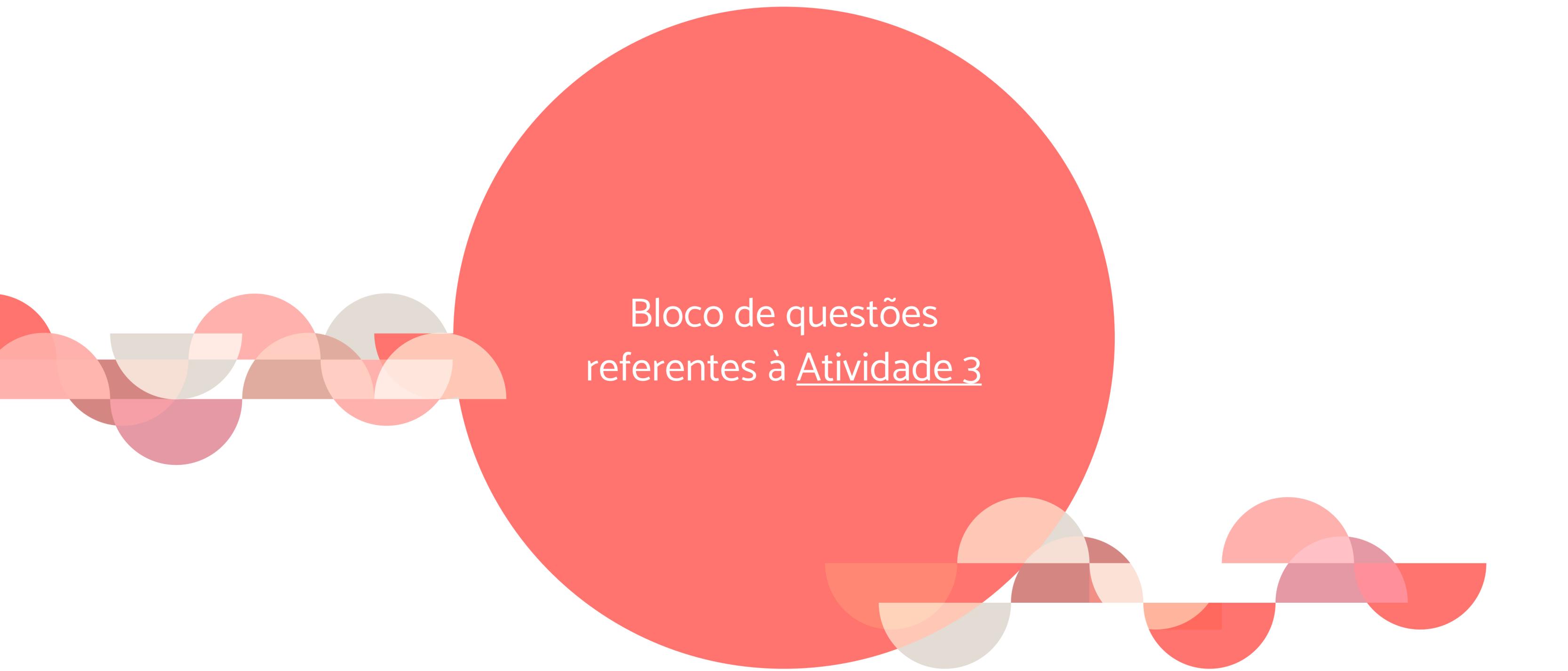
(SARESP) Priscila está subindo uma rampa a partir do ponto A em direção ao ponto C. Após andar 5 metros, ela para no ponto B, situado a 3 metros do chão, conforme a figura. Para que Priscila chegue ao ponto C, situado a 12 metros do chão, ela ainda precisa andar quantos metros?



- a) 20 m
- b) 15 m**
- c) 10 m
- d) 5 m

### QUESTÃO 7

Para ampliar seus estudos sobre triângulos semelhantes, sugerimos alguns exercícios online, exercícios on-line, como os disponíveis em: <https://bityli.com/triangulos> (acesso em 31/03/2022). Agora, alguns exercícios mais desafiadores, como os disponíveis em: <https://bityli.com/triangulos1>. Nestes, você vai ter que pensar um pouco mais, mas você consegue. Não tenha pressa e, se precisar, retome as anotações realizadas durante as aulas (acesso em 31/03/2022).



Bloco de questões  
referentes à Atividade 3

### QUESTÃO 8

(UFRJ) O censo populacional realizado em 1970 constatou que a população do Brasil era de 90 milhões de habitantes. Recentemente, o censo estimou uma população de 150 milhões de habitantes. A ordem de grandeza que melhor expressa o aumento populacional é:

- a)  $10^6$
- b)  $10^7$**
- c)  $10^8$
- d)  $10^9$
- e)  $10^{10}$

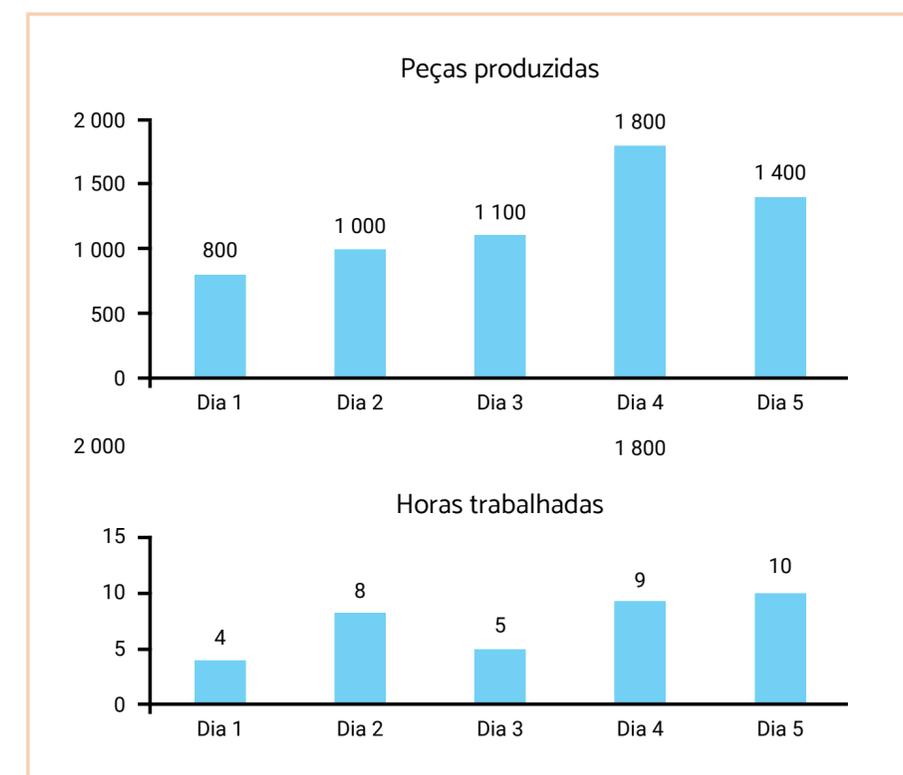
### QUESTÃO 9

(ID da Questão: 1973. Código do Descritor: M263 - Questões - fase 2) O preço de custo de uma mercadoria é de R\$ 640,00. Qual deve ser o valor de venda dessa mercadoria para que a porcentagem de lucro, sobre o preço de venda, seja de 20%?

- a) R\$ 840,00
- b) R\$ 800,00
- c) R\$ 660,00
- d) R\$ 512,00
- e) R\$ 768,00**

### QUESTÃO 10

(ENEM) Os gráficos representam a produção de peças em uma indústria e as horas trabalhadas dos funcionários no período de cinco dias. Em cada dia, o gerente de produção aplica uma metodologia diferente de trabalho. Seu objetivo é avaliar a metodologia mais eficiente para utilizá-la como modelo nos próximos períodos. Sabe-se que, nesse caso, quanto maior for a razão entre o número de peças produzidas e o número de horas trabalhadas, maior será a eficiência da metodologia. Em qual dia foi aplicada a metodologia mais eficiente?



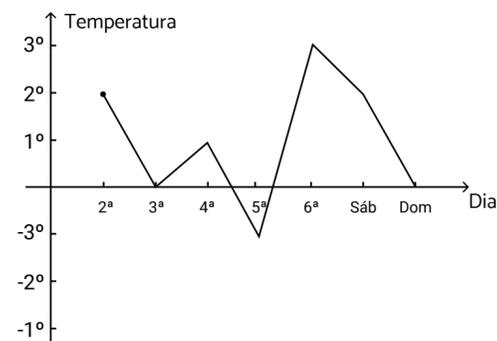
- a) 1
- b) 2
- c) 3**
- d) 4
- e) 5

**QUESTÃO 11**

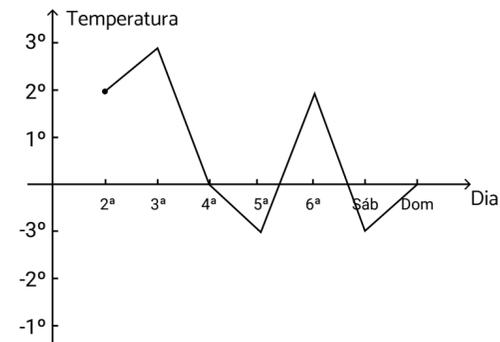
(Prova Brasil) A tabela ao lado mostra as temperaturas mínimas registradas durante uma semana do mês de julho, em uma cidade do Rio Grande do Sul. Qual é o gráfico que representa a variação da temperatura mínima nessa cidade, nessa semana?

Dia	Mínima Temperatura
2ª feira	2°
3ª feira	0°
4ª feira	-1°
5ª feira	3°
6ª feira	2°
Sábado	-2°
Domingo	0°

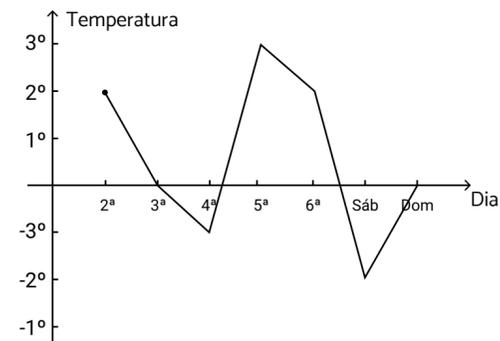
a)



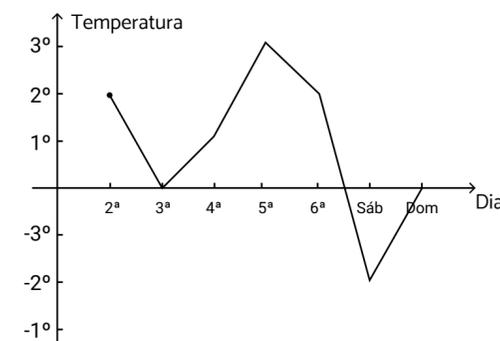
b)



c)

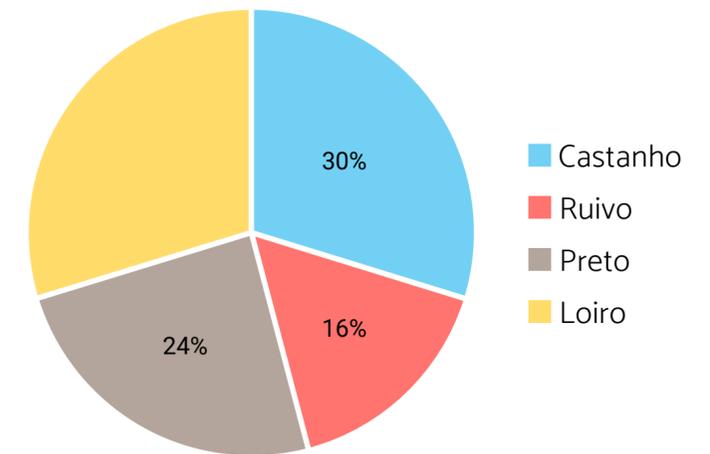


d)



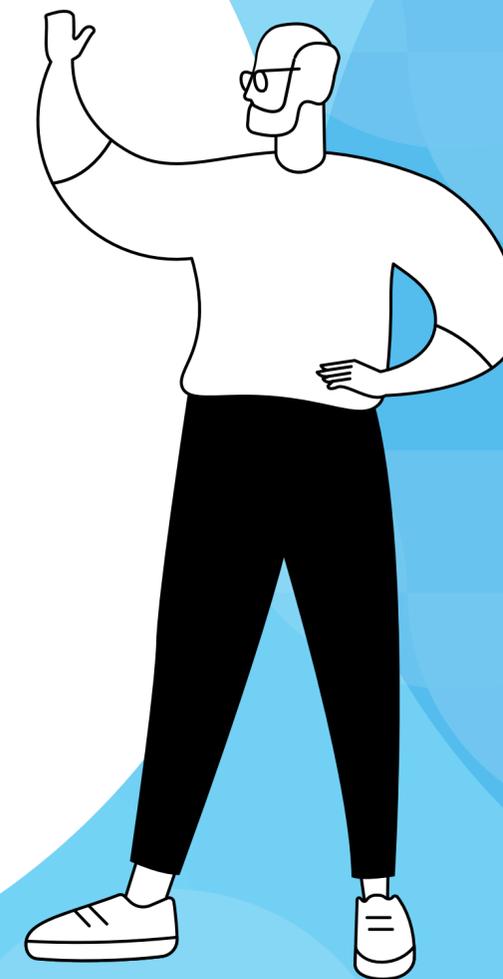
**QUESTÃO 12**

(OBM - adaptado) Os resultados de uma pesquisa das cores de cabelo de 1.200 pessoas são mostrados no gráfico abaixo. Quantas dessas pessoas possuem cabelo loiro?



- a) 300
- b) 330
- c) 360**
- d) 380
- e) 400

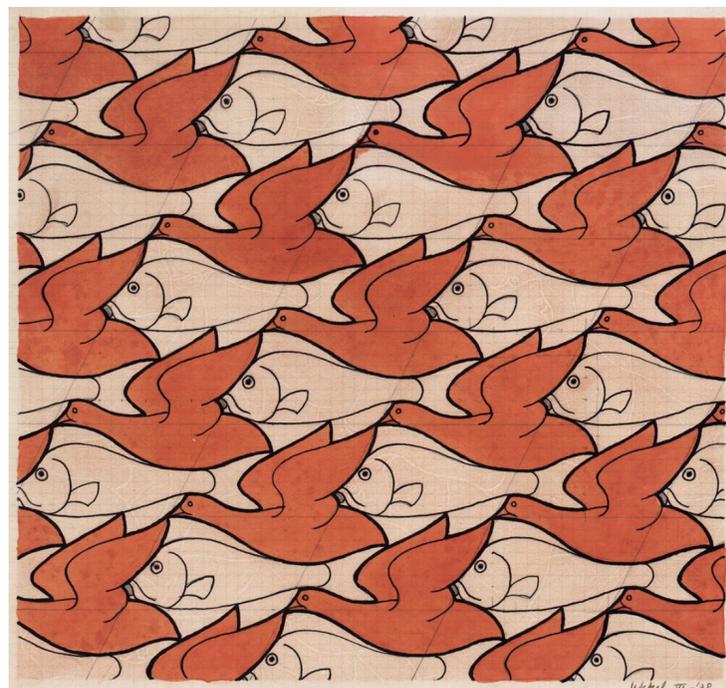
# Anexo 1



## ANEXO 1

# Simetria de translação

## ETAPA 1



FONTE: WIKIART. Bird Fish. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/bird-fish>. Acesso em: 25 jun. 2022.

Observe a gravura *Bird fish* de M.C. Escher (1938).

Agora, converse com seus colegas a respeito dos seguintes temas.

- Qual o nome da obra? Qual seria o motivo para o artista ter dado esse nome à gravura?
- Quais os elementos que você identifica na imagem?

Foque sua atenção apenas nas figuras das aves.

- Elas têm todas a mesma forma? E o mesmo tamanho? O que elas têm de diferente?
- Há algum padrão de repetição das figuras?
- Quais os elementos que o artista considerou para repetir as imagens das aves?

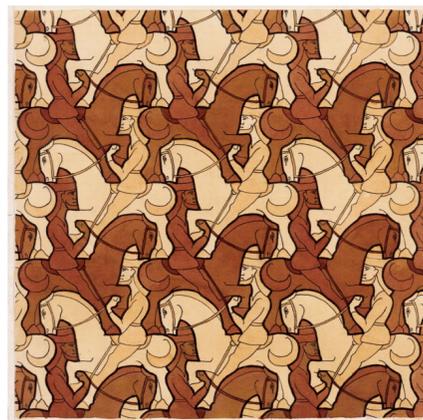
Foque sua atenção apenas nas figuras dos peixes.

- Elas têm todas a mesma forma? E o mesmo tamanho? O que elas têm de diferente?
- Há algum padrão de repetição das figuras? Qual é este padrão?
- Quais os elementos que o artista considerou para repetir as imagens das aves?

Registre as conclusões do grupo.

**ANEXO 1** ▶ **ETAPA 2**

Assinale qual das obras de Escher abaixo apresenta o mesmo tipo de movimento apresentado na obra *Bird fish*. Explique sua resposta, apontando as semelhanças e as diferenças observadas. Registre suas conclusões.

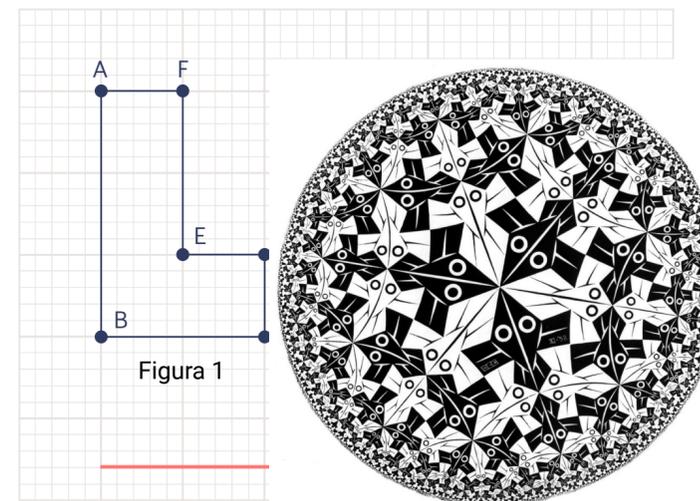


Horseman (M. C. Escher)  
Fonte: WIKIART. Horseman. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/horseman-1>. Acesso em: 25 jun. 2022.



O limite do círculo (M. C. Escher)  
Fonte: WIKIART. O limite do círculo. Disponível em: <https://www.wikiart.org/pt/maurits-cornelis-escher/o-limite-do-circulo-i-1958>. Acesso em: 25 jun. 2022.

Você percebeu? O movimento observado nas obras de Escher é denominado de simetria de translação. A repetição da figura se faz deslocando-a sempre em uma mesma direção e sentido.



Agora é a sua vez! O seu último desafio dessa “estação” é fazer como Escher e produzir uma faixa decorativa ou uma imagem a partir da simetria de translação. Para isso:

- Utilize uma malha quadriculada e crie uma figura inicial. Ela pode ter o formato que desejar.
- Converse com seus colegas e decida os elementos necessários para transladar essa imagem (como, por exemplo, a direção).
- Aplique a simetria de translação na figura inicial para

obter uma bela faixa decorativa ou uma linda gravura. Utilize canetas coloridas ou lápis de cor.

- Não esqueça de colocar o nome dos componentes do grupo na figura elaborada, pois ela será utilizada em outro momento.
- Para finalizar, registre quais elementos você precisou considerar na simetria de translação. Se necessário, volte à etapa 1 desta atividade e complete sua resposta relativa à seguinte questão: quais elementos o artista considerou para repetir as imagens das aves?

# Anexo 2



## ANEXO 2

# Simetria de reflexão

## ETAPA 1

Observe a gravura *Systematic Study*- M.C. Escher (1936).



FONTE: WIKIART. Systematic Study. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/systematic-study>. Acesso em: 25 jun. 2022.

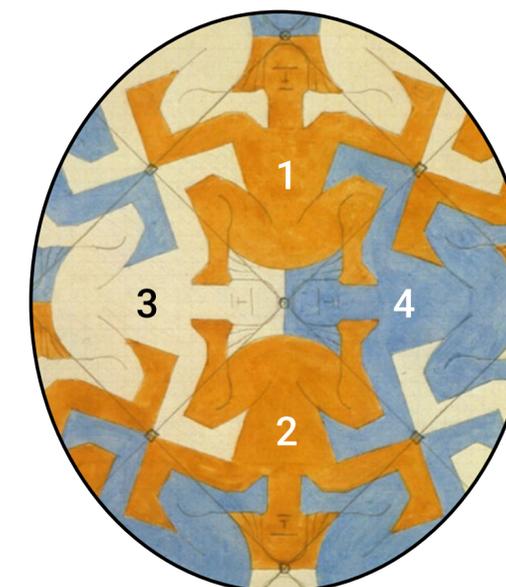
Agora, converse com seus colegas a respeito dos seguintes temas.

- Qual o nome da obra? Qual seria o motivo para o artista ter dado esse nome à gravura?
- Quais os elementos que você identifica na imagem?
- Eles têm todas a mesma forma? E o mesmo tamanho? O que elas têm de diferente?
- Há algum padrão de repetição das figuras?

Observe a imagem a seguir, que é um recorte da obra *Systematic Study*.

- Considere as figuras 1 e 2 da. Elas têm a mesma forma? E o mesmo tamanho? O que elas têm de diferente?
- A partir da figura 1, é possível obter a figura 2? Como?
- É possível obter a figura 4 a partir da 3? Como?

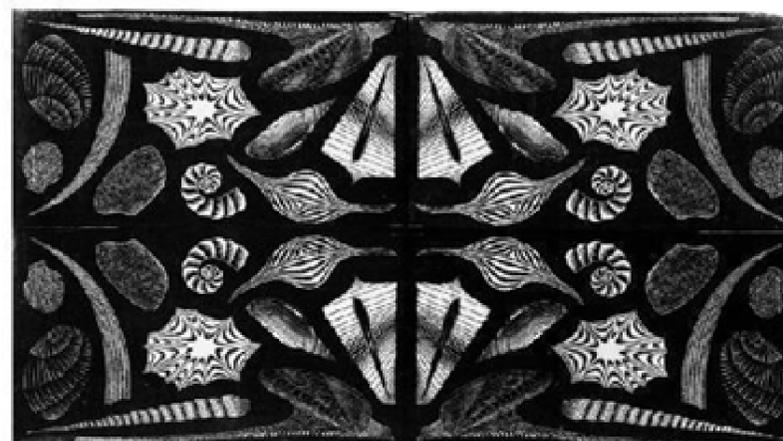
Registre as conclusões do grupo.



Assinale qual das obras de Escher abaixo apresenta o mesmo tipo de simetria daquela apresentada na obra *Systematic Study*. Explique sua resposta, apontando as semelhanças e as diferenças observadas. Registre suas conclusões.

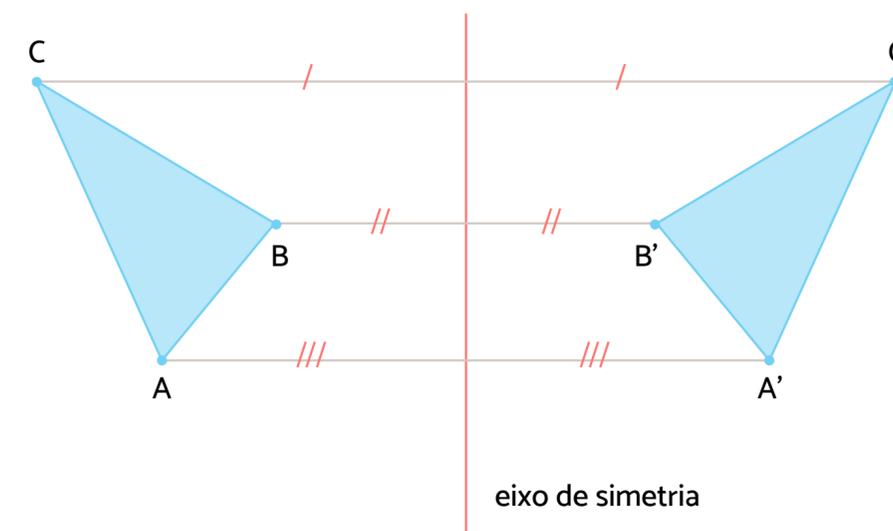


FONTE: WIKIART. Two birds. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/two-birds>. Acesso em: 25 jun. 2022.



FONTE: WIKIART. Sea shells. Disponível em: [https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/not\\_detected\\_204649](https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/not_detected_204649). Acesso em: 25 jun. 2022.

Você percebeu? A simetria que você estudou nessas obras é a simetria de reflexão ou axial. Na simetria de reflexão, quando dobramos a imagem a partir de um eixo de simetria, a figura pode ser perfeitamente sobreposta a outra. Isso acontece porque pontos simétricos estão em lados opostos, mas a uma mesma distância do eixo de simetria.



**ANEXO 2****ETAPA 3**

Agora é a sua vez! O seu último desafio dessa “estação” é fazer como Escher e produzir uma faixa decorativa ou uma imagem a partir da simetria de reflexão. Para isso:

- Pegue uma folha de papel e dobre-a algumas vezes.
- Desenhe uma figura na folha dobrada e recorte-a. Dessa forma, você vai obter várias figuras iguais (visto que a folha estava dobrada).

- Faça uma composição com essas figuras, utilizando a simetria de reflexão, para obter uma faixa decorativa. Cole todas as figuras da faixa decorativa e trace (use régua) todos os eixos de simetria utilizados para essas reflexões. Se achar adequado, você pode apoiar-se em uma malha quadriculada, para ajudar na sua elaboração.
- Para finalizar, registre quais os elementos que você precisou considerar na simetria de reflexão.

# Anexo 3

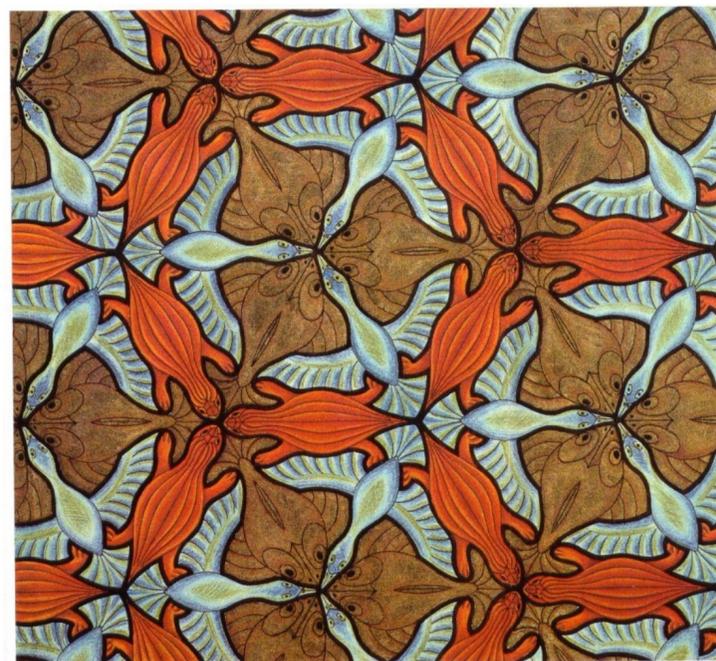


### ANEXO 3

## Simetria de rotação

### ETAPA 1

Observe a obra *Symmetry Drawing* de M.C. Escher - 1948.



FONTE: WIKIART. Symmetry drawing. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/symmetry-drawing>. Acesso em: 25 jun. 2022.

Agora, converse com seus colegas a respeito dos seguintes temas.

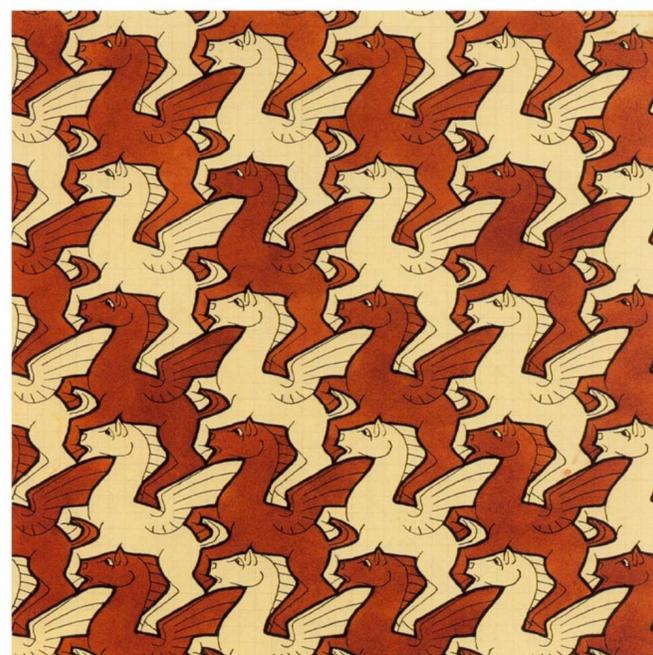
- Qual o nome da obra?
- Quais os elementos que você identifica na imagem?
- Foque sua atenção apenas nas figuras desenhadas na cor marrom. Elas têm todas a mesma forma? E o mesmo tamanho? O que elas têm de diferente?
- Observe a figura 1 na gravura ao lado. Qual movimento que o artista precisou fazer nessa figura para obter a figura 2? Quais os elementos que precisam ser considerados para realizar esse movimento?
- Para obter a figura 3, a partir da figura 2, o autor pode considerar os mesmos elementos citados anteriormente? Explique.

Registre as conclusões do grupo.

Assinale qual das obras de Escher abaixo apresenta o mesmo tipo de simetria daquela apresentada na obra *Symmetry Drawing*. Explique sua resposta, apontando as semelhanças e as diferenças observadas. Registre suas conclusões.

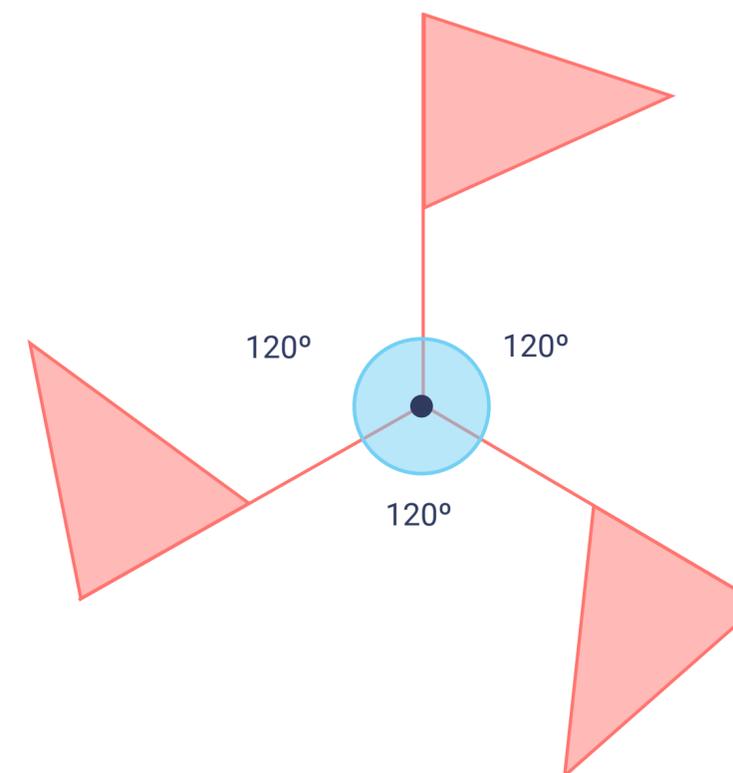


FONTE: WIKIART. Shells and starfish. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/shells-and-starfish>. Acesso em: 25 jun. 2022.



FONTE: WIKIART. Pegasus (n. 105). Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/pegasus-no-105-1959>. Acesso em: 25 jun. 2022.

Você percebeu? Nessas obras de Escher, a simetria que você estudou se chama rotação. A rotação de uma figura é obtida pelo giro (medida de um ângulo) em torno de um ponto (vértice do ângulo de giro) em um determinado sentido.



Agora é a sua vez! O seu último desafio dessa “estação” é fazer como Escher e produzir uma imagem a partir da simetria de rotação com o apoio da tecnologia.

Você pode fazer uma imagem a partir da simetria de rotação, utilizando uma malha quadriculada (disponível no final deste documento) e materiais de desenho geométrico: régua, compasso, transferidor.

Caso tenha acesso a recursos tecnológicos, você pode utilizar, por exemplo, o Geogebra, disponível em: <https://bitly.com/Geogebra>, ou mesmo na loja do seu smartphone para produzir uma imagem a partir da simetria de rotação. Veja algumas orientações para trabalhar com esse aplicativo sugerido:

- Acesse o aplicativo Geogebra, disponível em: <https://bitly.com/Geogebra> ou, então, baixe-o em seu celular (disponível na loja do smartphone).
- Selecione o ícone “polígono” no 5º botão da barra de ferramentas disponível na parte superior da tela.
- Desenhe um polígono/figura na malha quadriculada disponível na tela.
- Marque um ponto na malha quadriculada, que será o referencial da rotação (sugerimos a origem do plano cartesiano disponível): selecione “ponto” no 2º botão da barra de ferramentas disponível na parte superior da tela e clique sobre o ponto que deseja marcar.
- Obtenha uma nova figura, a partir da rotação da figura inicial. Selecione a opção “Rotação em torno de um ponto”, disponível no 9º botão da barra de ferramentas. Depois, clique sobre a imagem inicial e o ponto referencial para a rotação. Em seguida, indique os novos elementos envolvidos na simetria, que serão solicitados (medida do ângulo e sentido).
- Pronto. Você encontrou a nova figura, utilizando a rotação.
- Repita o processo quantas vezes desejar, para completar a sua gravura.
- Imprima a gravura construída, tire uma foto ou reproduza-a em um papel se possível. Não esqueça de colocar o nome dos componentes do grupo na figura elaborada, pois ela será utilizada em outro momento.
- Registre, para finalizar, quais os elementos que você precisou considerar na simetria de rotação. Se necessário, volte na etapa 1 dessa atividade e complete sua resposta relativa à seguinte questão: quais os elementos que precisam ser considerados para realizar esse movimento?

# Anexo 4



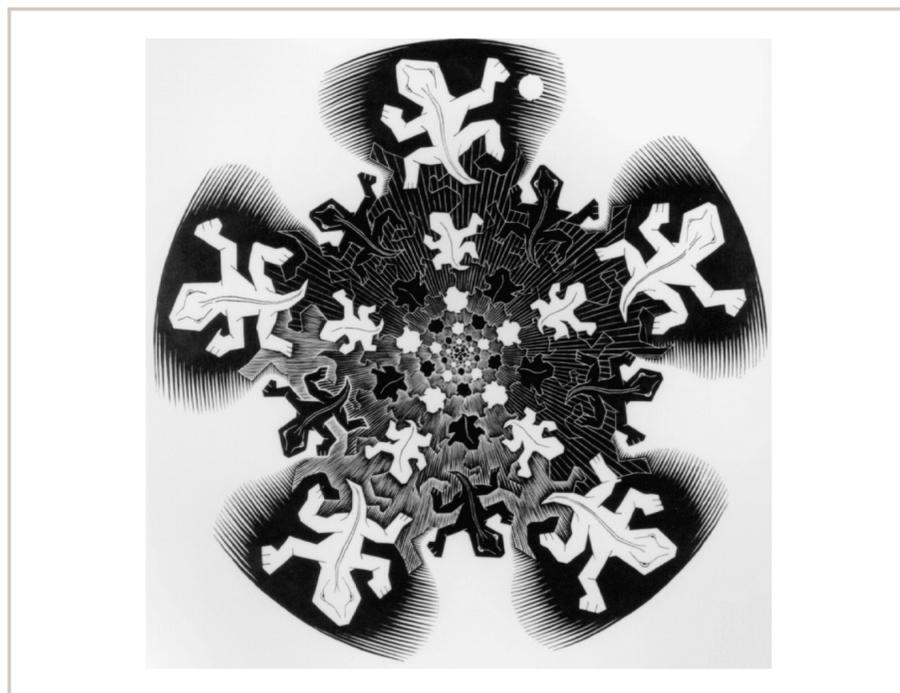
## ANEXO 4

# Homotetia

## ETAPA 1

Observe a obra *Development II* de M.C. Escher – 1939

.



FONTE: WIKIART. Development II. Disponível em: <https://www.wikiart.org/en/m-c-escher/development-ii>. Acesso em: 25 jun. 2022.

Agora, converse com seus colegas a respeito dos seguintes temas.

- Qual o nome da obra?
- Quais os elementos que você identifica na imagem?
- Quais pontos chamam a sua atenção?

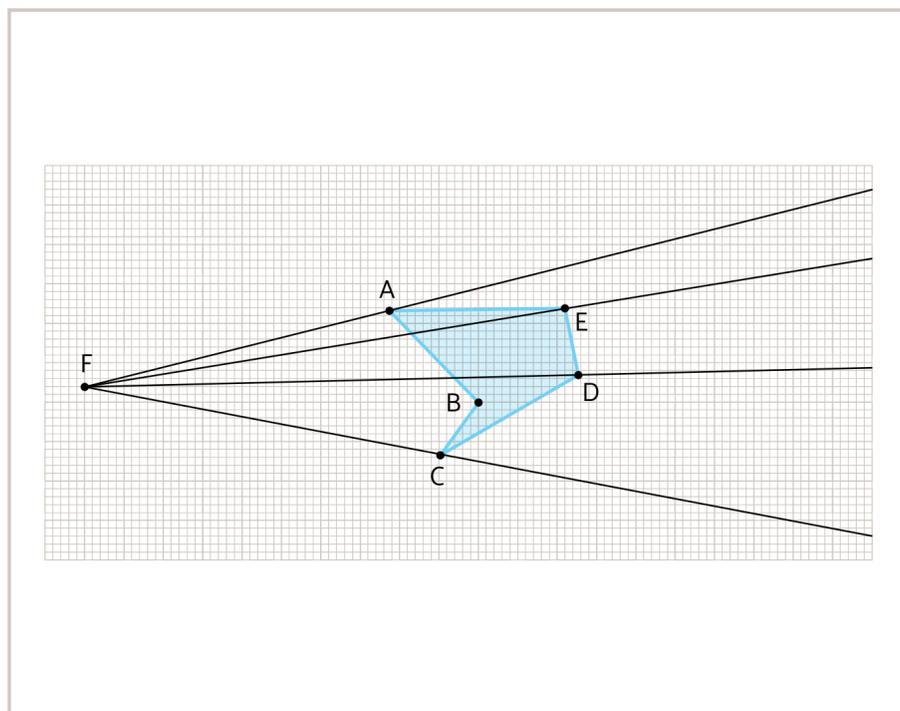
Foque sua atenção na parte da obra destacada na figura a seguir. O que você observa?

- Observe as imagens 1 e 2. Quais as semelhanças e diferenças entre elas?
- Elas possuem a mesma forma?
- Elas possuem o mesmo tamanho?



**ANEXO 4 ▶ ETAPA 2**

Agora é com você! Observe o polígono da figura abaixo. O seu desafio é fazer como Escher: desenhar um novo polígono, que tenha a mesma forma, porém tamanho diferente: ele deve ser menor que o polígono dado (redução). Discuta com seus colegas qual a melhor estratégia para resolver esse desafio. Obs.: utilizar materiais de desenho geométrico, como régua e/ou compasso, pode auxiliar na resolução da proposta.



O próximo passo é desenhar, na malha quadriculada, um polígono que tenha a mesma forma e seja maior que a figura inicial (ampliação). Como resolver esse desafio?

Converse com seus colegas sobre o seguinte tema: quais os elementos foram considerados para ampliar ou reduzir a figura inicial? Registre-os!

Não esqueça de colocar o nome dos componentes do grupo na figura elaborada, pois ela será utilizada em outro momento.

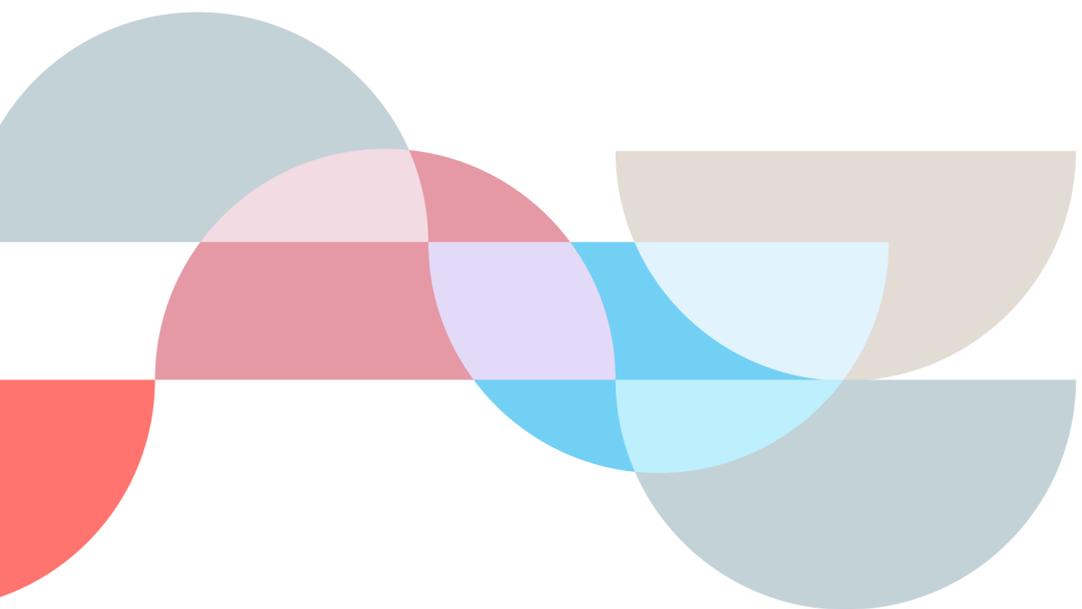
Agora, recorte as três figuras e investigue.

- Quais as semelhanças e diferenças entre elas?
- Existe alguma regularidade entre as medidas dos ângulos correspondentes das figuras? Qual?
- Existe alguma regularidade entre as medidas dos lados homólogos das figuras? Qual?

Registre suas conclusões.

Você percebeu?

As figuras obtidas apresentam tamanhos diferentes. Contudo, os ângulos correspondentes entre elas são iguais e todos os lados correspondentes são proporcionais. Nesse caso, para obter uma figura a partir de outra, a transformação geométrica utilizada recebe o nome de homotetia. O ponto F da figura acima é chamado de centro de homotetia. A razão (divisão) entre a medida do lado da figura construída e a medida do lado da figura construída é chamada de razão de semelhança.

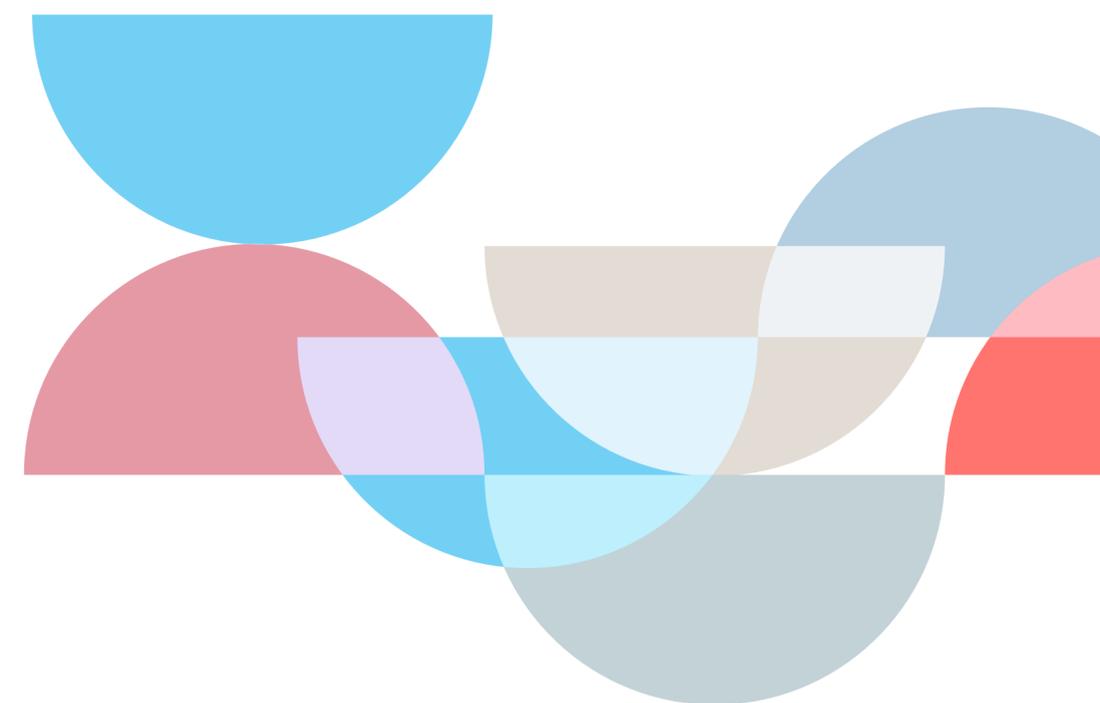
**ANEXO 1****▶ ETAPA 3**

Para conhecer um pouco mais sobre a razão de semelhança de figuras homotéticas, acesse <https://bitly.com/Geogebra2>. Movimente o controle deslizante  $r$  (razão de semelhança), seguindo as seguintes orientações:

- Atribua, para  $r$ , valores maiores do que 1. Qual a regularidade observada?
- Atribua, para  $r$ , valores menores do que 1. Qual a regularidade observada?
- Atribua  $r = 1$  e analise as figuras obtidas.

Registre suas conclusões.

Caso não seja possível o acesso, analise as figuras disponibilizadas pelo seu professor.

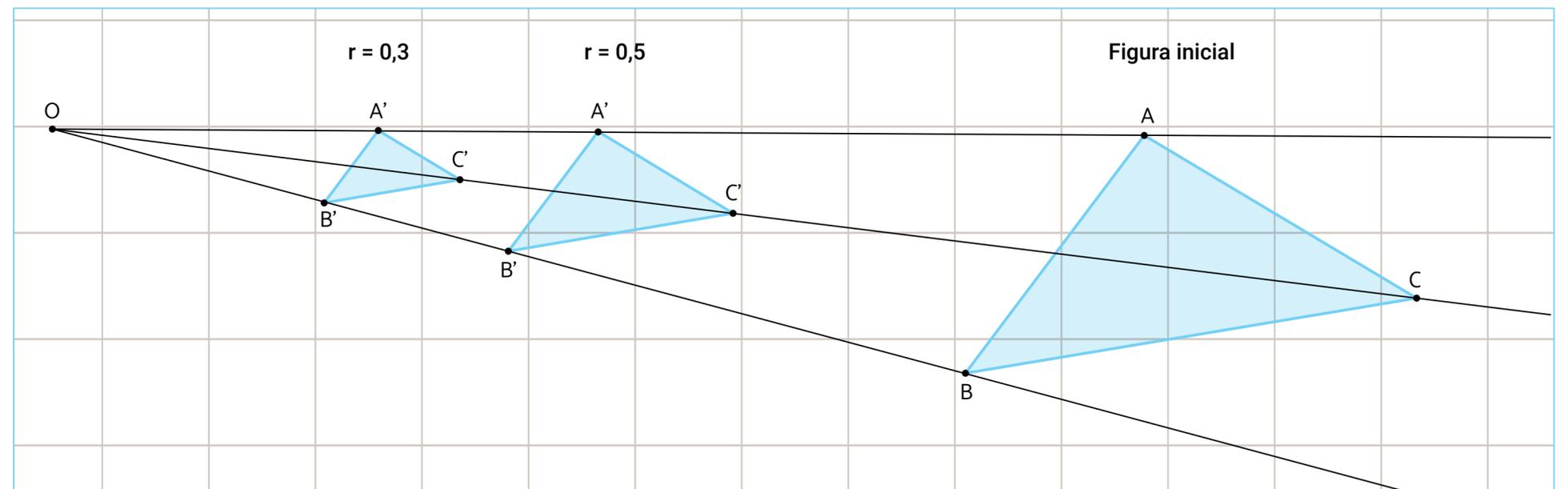
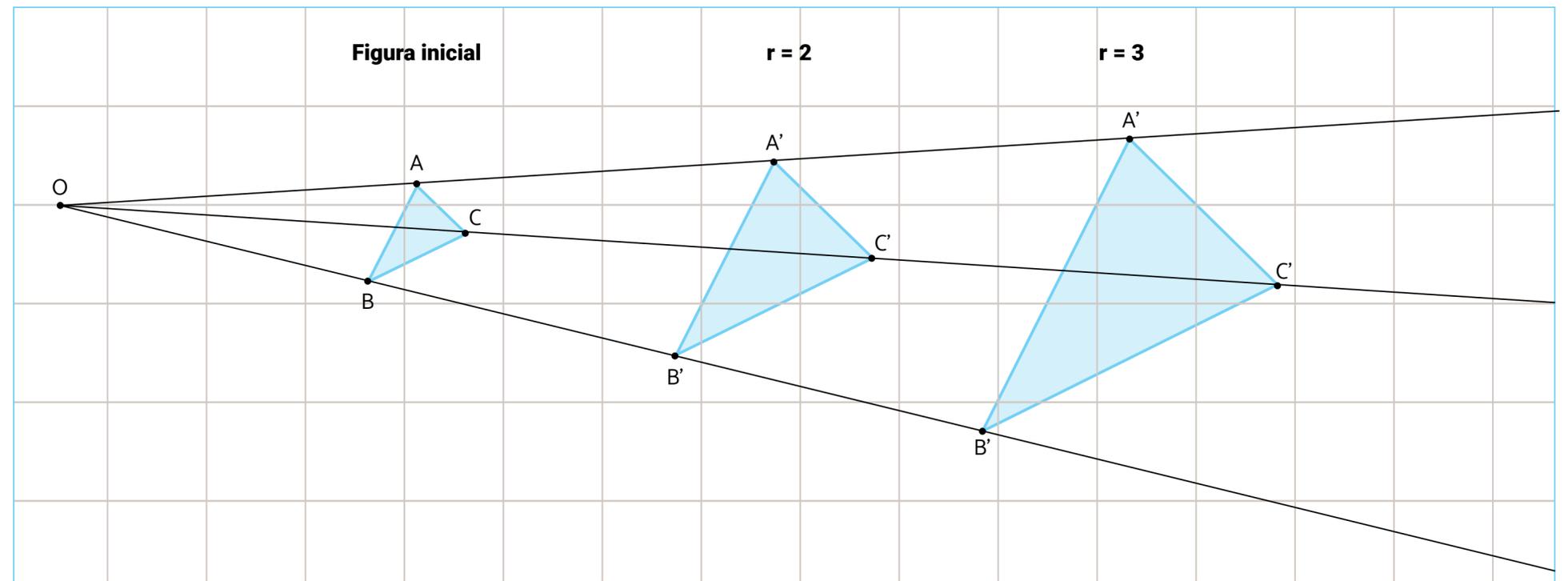


# Anexo 5



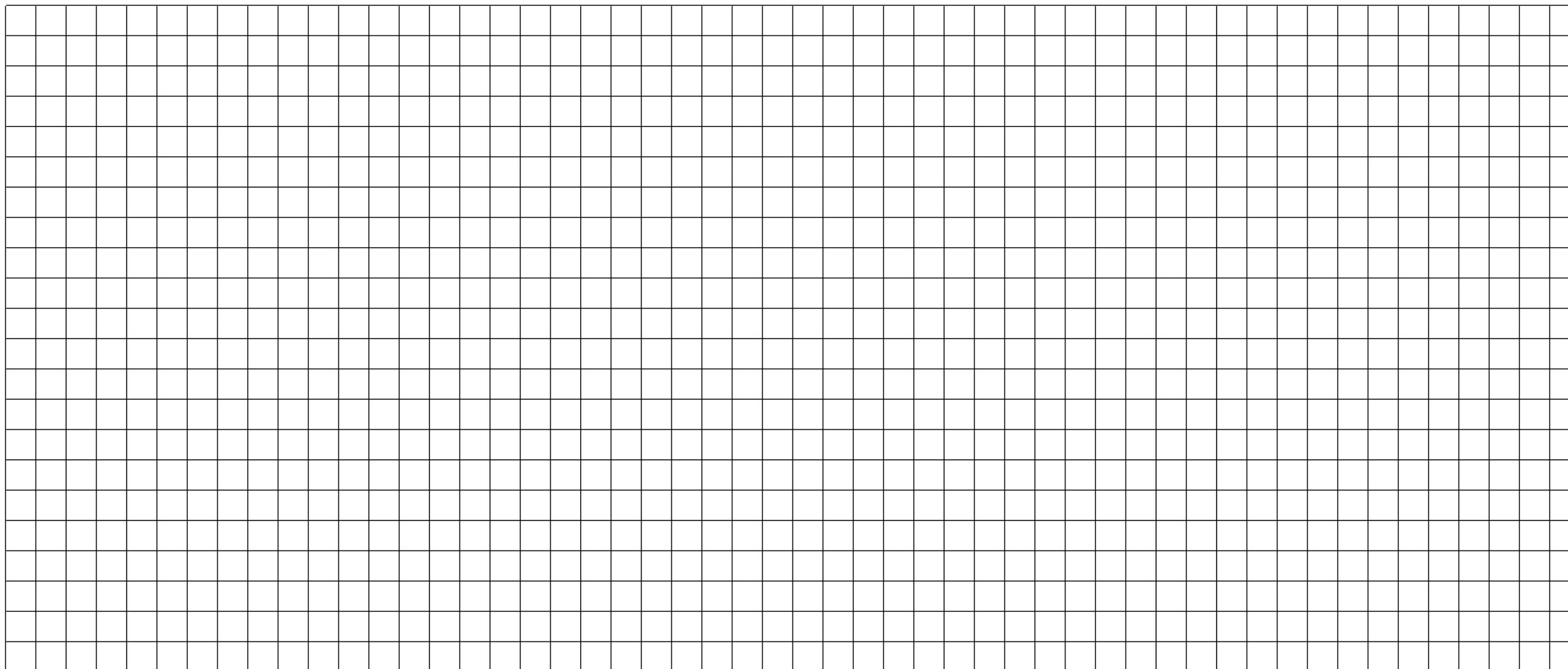
**ANEXO 5**

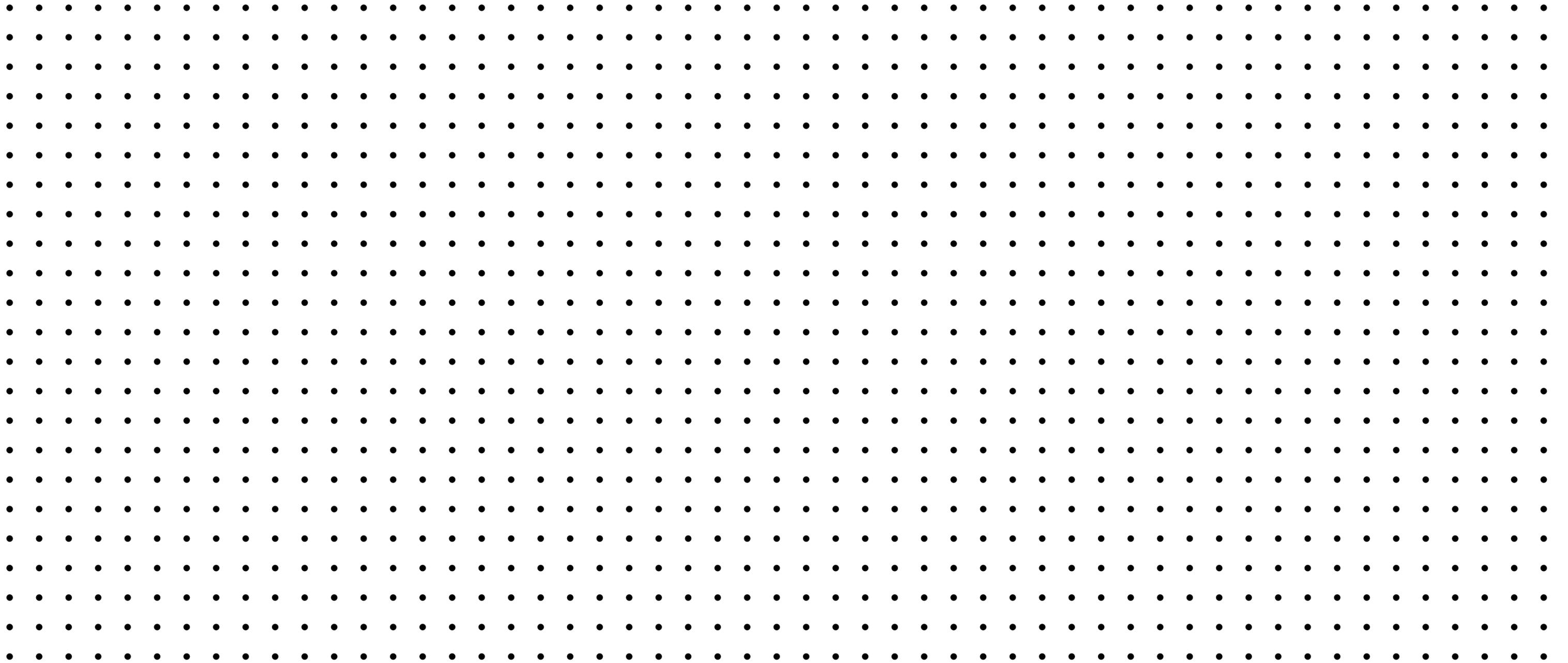
**Figuras para serem disponibilizadas**



# Anexo 6







# Anexo 7



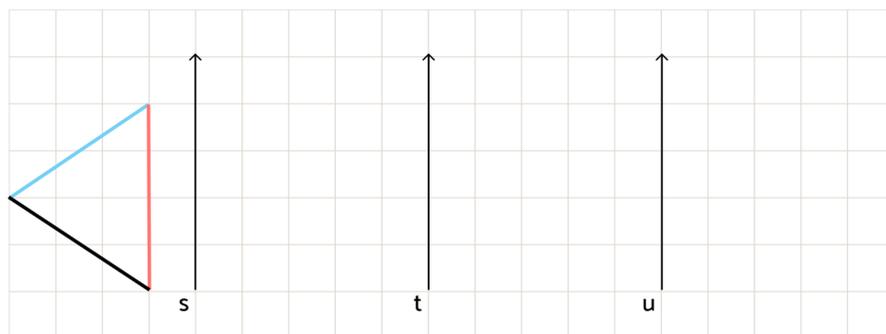
## ANEXO 7

# Movimentos e congruência

### ETAPA 1

Faça reflexões sucessivas do triângulo, de acordo com as retas dadas. Pinte os lados correspondentes da mesma cor do triângulo inicial.

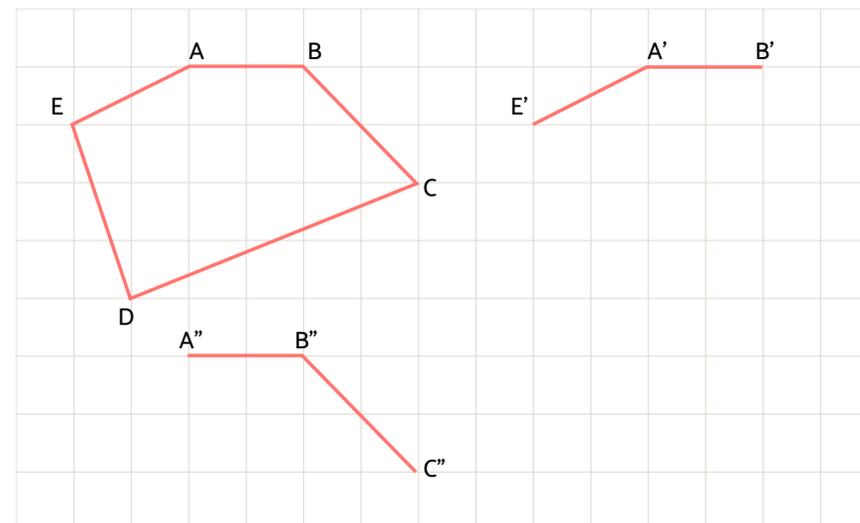
- Meça os lados e os ângulos de cada triângulo desenhado e verifique se são iguais ou diferentes das medidas do triângulo dado.
- Podemos afirmar que os triângulos são congruentes? Por quê?



### ETAPA 2

Reproduza a figura ABCDE duas vezes na malha quadriculada, de tal modo que o lado AB se transforme em A'B' e em A''B''. Observe que os desenhos já foram começados, complete-os:

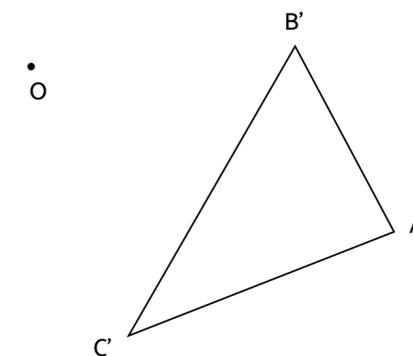
- Como são os três desenhos feitos na malha?
- O que eles têm em comum?
- E o que têm de diferente?



### ETAPA 3

Observe o triângulo A'B'C' e siga as instruções:

- Una cada ponto desse triângulo ao ponto O.
- Marque na semirreta OA' a medida do segmento OA', a partir de A' e obtenha o ponto A''.
- Na semirreta OB', transporte a medida do segmento OB', de modo a obter o segmento B'B''.
- Use o mesmo procedimento com relação a O e C'.
- Una os pontos A'', B'' e C''.
- Compare os triângulos A'B'C' e A''B''C''. O que eles têm em comum?



# Anexo 8



## ANEXO 8

# Gráficos de linha

## ETAPA 1

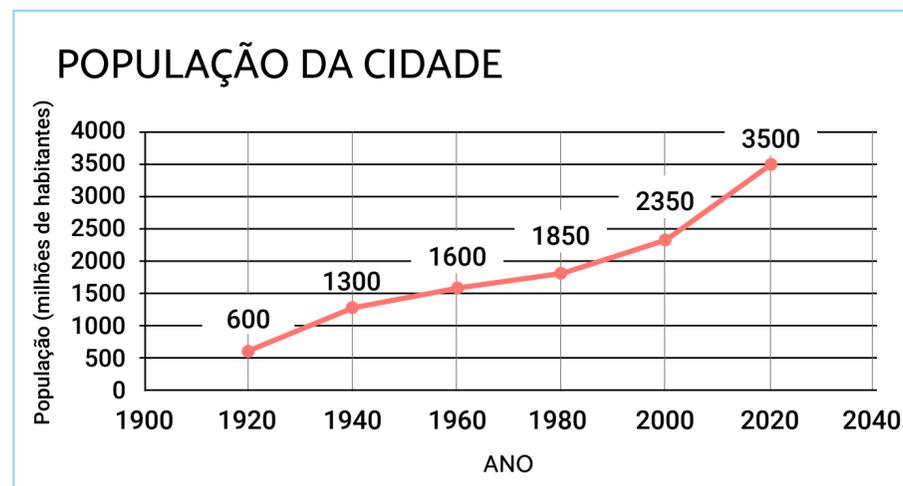
Observe o gráfico a seguir.



FONTE: CARVALHO, L. Enem 2017 tem o menor número de inscritos confirmados desde 2013. G1, maio 2017. Disponível em: <https://g1.globo.com/educacao/enem/2017/noticia/enem-2017-teve-pelo-menos-61-milhoes-de-inscricoes-confirmadas.ghtml>. Acesso em: 25/06/2022.

- Quais as características desse gráfico? Para que situações ele é indicado? Quais os pontos de atenção no momento da construção desse tipo de gráfico?
- Quais as informações que apresenta?
- Segundo os dados observados, houve diminuição no número de inscritos em algum momento? Quando?
- Em que ano ocorreu o maior número de inscritos? Qual foi esse número? Escreva-o por extenso (como se lê).
- Qual a diferença entre o número de inscritos em 2016 e 2015?
- O menor número de inscritos que aparece no gráfico é 4,1. Escreva esse número por extenso. Esse é um número natural? O que representa a vírgula que aparece na escrita desse número?

Um pesquisador realizou um estudo a respeito do crescimento populacional de uma determinada cidade e construiu o gráfico abaixo para apresentar os resultados dessa pesquisa.



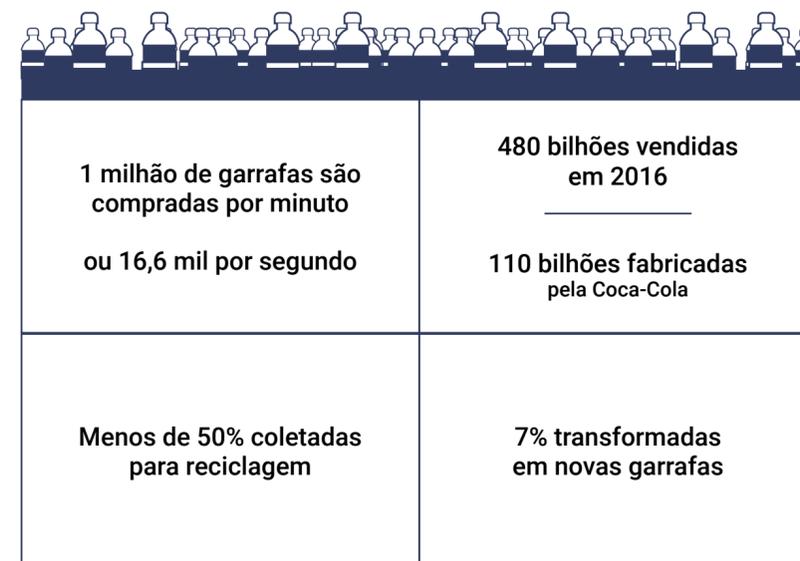
- Escreva um pequeno texto, contando sobre as informações contidas no gráfico. Descreva as características do crescimento da população estudada.
- Um estatístico afirmou, após analisar atentamente o gráfico e identificar erro nessa construção, que esta não representa corretamente o crescimento populacional da cidade estudada.
  - Converse com seus colegas: que erro seria esse?
  - Após encontrar o erro, construa corretamente o gráfico. Você pode utilizar uma planilha eletrônica ou um plotador de gráficos (como o Geogebra, disponível em: <https://bityli.com/Geogebra>, ou mesmo planilhas eletrônicas como o Excel), para essa construção. Caso não seja possível, utilize um papel quadriculado.

Observe o infográfico apresentado na figura.

- Quais as informações que ele apresenta?
- Segundo esse infográfico, quantas garrafas foram vendidas em 2016?
  - Escreva esse número, explicitando todas as suas ordens e classes.
  - Escreva esse número a partir de um produto.
  - Escreva esse número a partir de um produto de maneira que um dos fatores seja uma potência de 10.

## GARRAFAS DE BEBIDAS

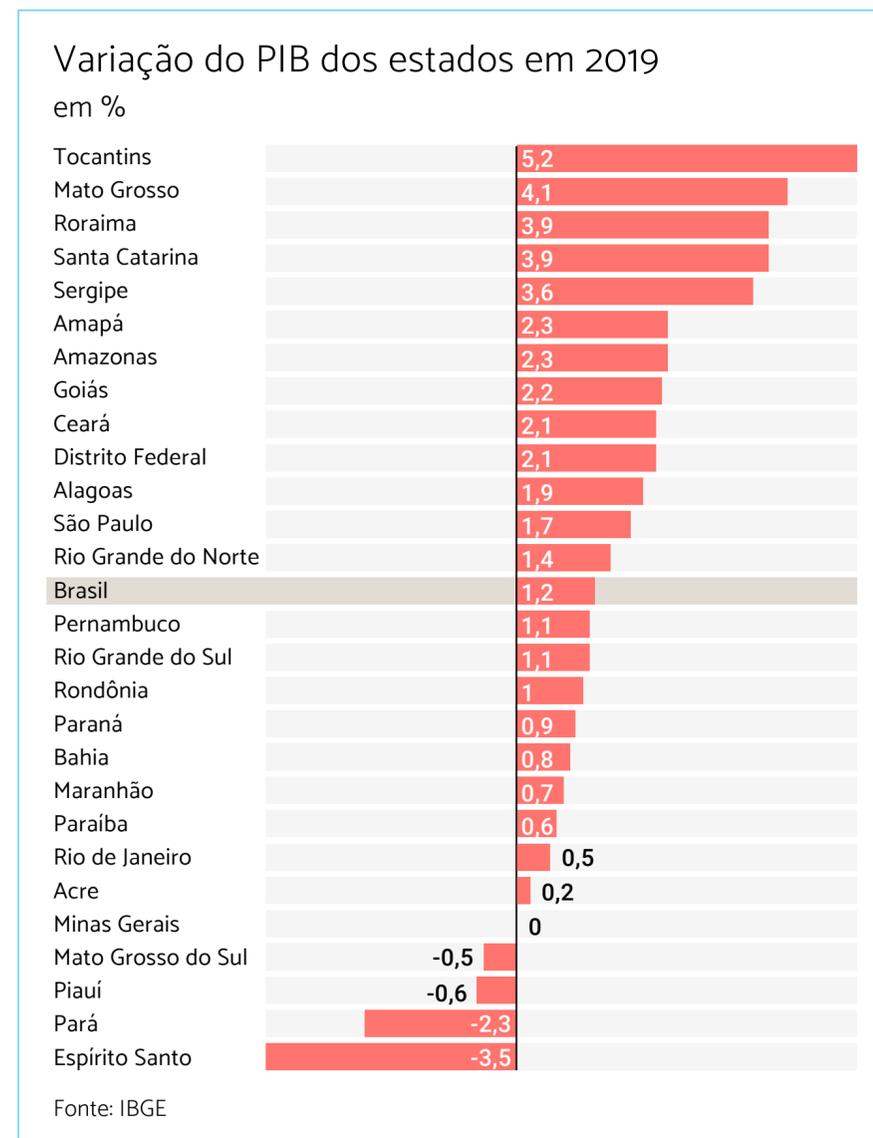
### Um "mar" de plástico



Fonte: Euromonitor

FONTE: CINCO gráficos que explicam como a poluição por plástico ameaça a vida na Terra. BBC News, dez. 2017. Disponível em: <https://www.bbc.com/portuguese/geral-42308171>. Acesso em: 25 jun. 2022.

Observe o gráfico a seguir.



Fonte: TOCANTINS teve maior alta do PIB entre os estados em 2019. G1, 12 nov. 2021.

Disponível em: <https://g1.globo.com/economia/noticia/2021/11/12/tocantins-teve-maior-alta-do-pib-entre-os-estados-em-2019- apenas-4-tiveram-queda-aponta-ibge.ghtml>.

Acesso em: 25 jun. 2022.

- a) Quais as informações contidas no gráfico? Como descobriu? Quais as informações representadas no eixo horizontal? E no eixo vertical?  
**Exemplo de resposta esperada:** o gráfico apresenta informações (em %) a respeito da variação do PIB do Brasil e dos seus estados. Essas informações estão no título do gráfico e no eixo vertical.

- b) Converse com seu professor de geografia ou pesquise em revistas ou mesmo na internet: o que é PIB? O que significa dizer que a variação do PIB foi positiva? E o que significa se foi negativa?  
**Exemplo de resposta esperada:** o PIB (Produto Interno Bruto) é um indicador que funciona como um termômetro da economia. : quanto maior o PIB de um país, maior sua atividade econômica e por sua vez, quanto maior a atividade econômica de um país, mais se consome, vende e investe nele.

- c) Segundo as informações contidas no gráfico, qual estado apresentou a maior variação percentual do PIB em 2019? Qual foi essa variação?  
**Exemplo de resposta esperada:** maior variação ocorreu em Tocantins e foi de 5,2%

- d) Qual estado apresentou a menor variação percentual do PIB em 2019? Qual foi essa variação?  
**Exemplo de resposta esperada:** menor variação ocorreu no Espírito Santo e foi de -3,8%

- e) Qual a diferença entre a maior e a menor variação do PIB? Escreva uma expressão matemática para representar essa situação.

**Resposta:** diferença  $5,2 - (-3,8) = 9,0$

- f) Quais os estados que apresentaram variação negativa do PIB (contração da economia)? Qual a diferença entre o índice de MS e do ES? Escreva uma expressão matemática para representar essa situação.

**Resposta:** Os estados que apresentaram variação negativa do PIB foram: Mato Grosso do Sul, Piauí, Pará e Espírito Santo.

Analise os gráficos a seguir.

- a) Quais as informações que eles apresentam no eixo horizontal? E no eixo vertical?

Exemplo de resposta esperada: eixo horizontal: nome dos atletas e no eixo vertical a quantidade de quilômetros percorridos de bicicleta.

- b) Quais as semelhanças e diferenças entre eles?

Exemplo de resposta esperada: semelhanças: mesmos atletas, mesma quantidade de quilômetros percorrida por eles em janeiro e março. Diferença: quilometragem de Paulo no mês de março.

- c) Qual o erro e a interpretação que o gráfico no 2 pode induzir? Por que isso acontece?

Exemplo de resposta esperada: como no gráfico 2 a escala está inadequada, pois começa no 90, pode dar a falsa impressão que Paulo não pedalou no mês de março.

