SEQUÊNCIA DIDÁTICA 2

Pensamento algébrico, equação e função do 1º grau e áreas

Material do professor/a

Sumário

FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM

REALIZADORES

IDEALIZAÇÃO
Instituto Reúna

REALIZAÇÃO
Instituto Reúna
Instituto Unibanco

APOIO INSTITUCIONAL
Fundação Lemann
Imaginable Futures

INSTITUTO REÚNA

DIRETORA-EXECUTIVA
Kátia Stocco Smole

CONSELHO CONSULTIVO
Camila Pereira Cardoso
Marisa de Santana da Costa
Priscila Fonseca da Cruz
Wilson Martins Poit

CONSELHO FISCAL
Alex Rodrigues
Camila Anker
Emilio Carlos Morais Martos
Renata Borges La Guardia

COORDENAÇÃO DA INICIATIVA
Cléa Maria da Silva
Isabela Chiferi Vanelli
Lorena Polo
Mariana Costa Marcondes
Priscila Oliveira

EQUIPE DE AVALIAÇÃO
Beatriz Nunes
Filomena Siqueira
Nathaly Corrêa de Sá
Stefanny Lopes Fernandes

EQUIPE DE RELAÇÕES INSTITUCIONAIS E COMUNICAÇÃO
Fabiana Cabral
Milena Emilião
Roberto Martinez
Vinicius Pinto

ESTRATÉGIA E PRODUTO
Fabiana Cabral

EQUIPE DE PRODUÇÃO

CONSULTORIA PEDAGÓGICA
Marisa Balthasar

COORDENADORA DE MATEMÁTICA
Cristiane R. Chica - Mathema

COORDENADORA DE LÍNGUA PORTUGUESA
Eliane Aguiar

AUTORAS DO TEXTO DA JORNADA DE FORTALECIMENTO E APRESENTAÇÃO DA INICIATIVA
Carolina Rodrigues Miranda
Kátia Stocco Smole
Priscila Oliveira

AUTORAS DE MATEMÁTICA
Carla S. Moreno Battaglioli - Mathema
Cristiane R. Chica - Mathema
Sandra Regina Corrêa Amorim - Mathema

AUTORAS DE LÍNGUA PORTUGUESA
Eliane Aguiar- Porthema
Cláudia Barros Lima - Porthema
Taila Virgine Costa - Porthema

LEITURA CRÍTICA DE MATEMÁTICA
Kátia Stocco Smole
Daniela Arai
Fernanda Arantes e Silva

LEITURA CRÍTICA DE LÍNGUA PORTUGUESA
Daniela Arai
Fernanda Arantes e Silva
Marisa Balthasar
Paula Cristina Marques

LEITURA CRÍTICA COM FOCO EM PROJETO DE VIDA, JUVENTUDES E COMPETÊNCIAS SOCIOEMOCIONAIS
Carolina Rodrigues Miranda

LEITURA CRÍTICA COM FOCO EM DIVERSIDADE
Mayana Hellen Nunes da Silva

LEITURA CRÍTICA DO TEXTO DA JORNADA DE FORTALECIMENTO E APRESENTAÇÃO DA INICIATIVA
Cristiane R. Chica
Daniela Arai
Fernanda Arantes e Silva
Marisa Balthasar

REVISÃO DE TEXTO
Heloísa Orsi Koch Delgado
Mariane de Mello Genaro

PROJETO GRÁFICO E DIAGRAMAÇÃO
Thaís Bellini
Thaís Martho
Thiago Vieira

INFOGRAFIA
Alessandro Meiguins

INSTITUTO UNIBANCO

CONSELHO DE ADMINISTRAÇÃO

PRESIDENTE
Pedro Moreira Salles

VICE-PRESIDENTE
Pedro Sampaio Malan

CONSELHEIROS
Antonio Jacinto Matias
Claudia Costin
Cláudio de Moura Castro
Cláudio Luiz da Silva Haddad
Marcelo Luis Orticelli
Marcos de Barros Lisboa
Ricardo Paes de Barros
Rodolfo Villela Marino

DIRETORIA
Cláudio José Coutinho Arromatte
Jânio Gomes
Leila Cristiane Barboza Braga de Melo
Marcelo Luis Orticelli
Moises João do Nascimento
Paulo Sérgio Miron
Valéria Aparecida Marretto

EQUIPE TÉCNICA

SUPERINTENDENTE EXECUTIVO
Ricardo Henriques

GERENTES
João Marcelo A. S. Borges
Maria Julia Azevedo Gouveia
Mirela de Carvalho
Núbia Freitas Silva Souza
Tiago Borba

EQUIPE DE PRODUÇÃO

COORDENAÇÃO DE DESENVOLVIMENTO DA GESTÃO
Daniela Arai

EQUIPE
Fernanda Arantes e Silva
Letícia Daidone
Lisandra Saltini

Jornada de fortalecimento das aprendizagens no contexto do Novo Ensino Médio

Já tem algum tempo que as comunidades escolares buscam se adaptar a novas formas de ser e fazer escola, de ensinar e aprender. Com a homologação da BNCC (BNCC) em 2018[1], a disseminação de novas tecnologias e a divulgação de diferentes metodologias ativas, estratégias vêm sendo elaboradas para diminuir as desigualdades educacionais, garantir acesso e permanência de crianças, adolescentes e jovens na escola e assegurar os seus direitos de aprendizagem. Tudo isso a partir do compromisso com a educação integral e o foco no desenvolvimento de competências.

Porém, com os impactos trazidos pela pandemia de Covid-19, os desafios se intensificaram. Estudos mostram que, em novembro de 2020, cerca de 5 milhões de estudantes brasileiros não tiveram acesso à educação no Brasil[2]. O fechamento das escolas e a adoção de modelos de ensino remoto - com aulas gravadas ou ao vivo - que demandam equipamentos e internet, afastou muitos estudantes do cotidiano escolar, seja por falta de recursos ou dificuldade de engajamento com esses novos formatos. Estudos[3] e avaliações locais - como as do estado de São Paulo (Saresp 2021) - indicam que evasão e defasagem de aprendizagem se aprofundaram em níveis preocupantes. Pesquisa da UNESCO (2021)[4] indica que houve perdas de aprendizagem e risco de abandono escolar em muitos países, em especial naqueles nos quais há grande número de famílias em situação de pobreza e extrema pobreza como é o caso do Brasil.

Se muitas foram as dificuldades impostas à educação nos anos de 2020 e 2021, muitas também foram as reflexões suscitadas por esse período e ações colocadas em prática na educação, Brasil afora. Em um curto espaço de tempo, redes de ensino concretizaram oportunidades de colaboração entre si,com outras instâncias da gestão pública e da sociedade civil; práticas didáticas foram revisitadas, revitalizadas e criadas; estudantes tiveram espaço para fortalecer sua autonomia, assumindo maior protagonismo e ampliando suas habilidades de autogestão; ferramentas tecnológicas foram mais utilizadas; e as famílias se aproximaram da comunidade escolar. Neste contexto, destaca-se o compromisso dos educadores com os estudantes, assim como sua criatividade e competência na busca por soluções para assegurar a formação de todos.

1. Para ler o documento completo, acesse https://bityli.com/mecbncc. Complementar à BNCC, indicamos ainda a leitura da Lei nº 13.415/2017, disponível em: https://bityli.com/13415, que alterou a Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional e estabeleceu uma mudança na estrutura do ensino médio, e a Portaria nº 649, disponível em: https://bityli.com/649, que estabeleceu o Programa de Apoio ao Novo Ensino Médio. Além disso, recomendamos a leitura do referencial curricular do Ensino Médio do estado de sua atuação.

2. Cenário da Exclusão Escolar no Brasil. Estudo realizado pela Unicef, em parceria com o Cenpec. https://bityli.com/unicef. Acesso em: 22/02/2022.

3. Veja mais em Evasão escolar e o abandono: um guia para entender esses conceitos, disponível em https://bityli.com/iuobservatorio. Acesso em: 22/03/2022.

4. Para ler a pesquisa completa, acesse: https://bityli.com/dadosunesco. Acesso em: 22/03/2022.

Para enfrentar esse cenário, há também uma mobilização internacional em torno da recomposição das aprendizagens, isto é, um conjunto de ações que envolve a busca ativa para trazer os estudantes para a escola e um conjunto de ações pedagógicas, sistemicamente organizadas, para diminuir os impactos que o contexto da pandemia trouxe para a aprendizagem.

Vale à pena observar que, neste momento atípico enfrentado pelo cenário educacional, não estamos falando em recuperação das aprendizagens, ou seja, no processo em que alguns estudantes têm a oportunidade de retomar o que foi ensinado durante a sua trajetória escolar regular, presencial, e que não foram plenamente desenvolvidos conforme o esperado. Estamos falando de **recompor aprendizagens, ou seja, de garantir aprendizagens essenciais para todos os estudantes**, sem as quais a continuidade dos seus estudos atuais e futuros pode ficar muito comprometida.

É importante ter em vista que recompor as aprendizagens é um compromisso a ser assumido coletivamente pelas redes, escolas e professores, pois envolve planejamento conjunto e uma série de ações interconectadas. Em primeiro lugar, é preciso analisar as prioridades curriculares, isto é: entre todas as aprendizagens essenciais, quais são aquelas mais essenciais neste momento? Quanto mais foco nas aprendizagens, mais rapidamente será possível alcançar os objetivos esperados - e isso deve ser feito com olhos no passado, no presente e no futuro.

É fundamental que as redes e os educadores, junto às suas escolas tomem uma primeira decisão: **definir as aprendizagens prioritárias ou focais** que serão garantidas a todos os estudantes. Isso implica a revisão dos currículos pensados da seguinte maneira: “o que é estruturante que os estudantes aprendam este ano para que, nos anos seguintes, possam estar mais próximos das aprendizagens esperadas para cada série do Ensino Médio?”. Tendo em vista que os estudantes permaneceram cerca de dois anos em aulas remotas, recomenda-se analisar as habilidades focais do 8º ano e do 9º ano que precisam ser aprendidas para garantir as aprendizagens focais na série em que os estudantes estão em 2022[1].

A priorização curricular, então, mapeia as aprendizagens essenciais para o desenvolvimento dos estudantes e são capazes de colaborar para a construção de conhecimentos e competências importantes para o avanço ou conclusão dos estudos.

Este exercício deve estar associado aos processos de **avaliação diagnóstica,** a qual tem por objetivo saber se os estudantes estão próximos ou distantes das aprendizagens que foram consideradas essenciais. É importante que esse diagnóstico seja feito ainda no primeiro mês de aulas ou a cada novo ciclo para que os planejamentos das escolas levem em consideração o estágio dos estudantes, de modo a planejar e definir os focos mais urgentes de ação.

1. A série Mapas de Foco do Instituto Reúna (Mapas de Foco, Mapas de Foco nas Redes e Mapas de Foco na Escola) pode apoiar esse processo, ainda que esteja organizada para o 1º ao 9º ano, pois os critérios e processos sugeridos valem também para o Ensino Médio. Disponível em: https://bityli.com/mapasdefoco (acesso em 22/03/2022).

O passo seguinte à priorização curricular, é **planejar tempo para a formação dos professores,** com um plano de trabalho definido, para que possa ser acompanhado e avaliado. Os professores precisam realizar intervenções para garantir que os planos de aprendizagem traçados para os alunos se efetivem, para acompanhá-los sem perder de vista as necessidades individuais e socializar os resultados alcançados, oferecendo apoio constante para que sigam aprendendo. Para isso, a **avaliação processual e formativa**[1] é muito relevante.

A avaliação apoia o trabalho orientado para a recomposição das aprendizagens e serve de **bússola para o trabalho do professor:** mostram o ponto de partida em que os estudantes se encontram e a forma como eles estão compreendendo as atividades educativas, oferecem insumos para que sejam encontradas estratégias de correção de rota que melhor se adequem às necessidades dos estudantes e garantem que as aprendizagens, de fato, ocorram.

Vale lembrar que as avaliações formativas são importantes não só no contexto da recomposição das aprendizagens, mas também no contexto do Ensino Médio, visto que fazem parte de um conjunto de práticas voltadas à transformação dessa etapa de ensino, qualificando as práticas pedagógicas dos educadores e o desenvolvimento e engajamento dos estudantes.

A gestão, principalmente na figura do **diretor,** tem um papel essencial na organização dos espaços e na garantia dos tempos adequados para formações, atividades e avaliações, para que esse processo de recomposição das aprendizagens aconteça. É por meio de um trabalho planejado, direcionado e com liderança definida que as ações podem ser mais efetivas. Já a **coordenação pedagógica** é responsável pela formação e acompanhamento pedagógico dos professores, garantindo que essa etapa seja realizada com qualidade.

Um ponto que ainda merece destaque são as muitas ações que podem ser planejadas pela equipe da escola: ampliação dos tempos de aula com uso ou não de tecnologia, momentos de imersão específicos para atender estudantes com necessidades comuns, aulas de reforço com estagiários ou professores especialmente contratados para ajudar a resolver questões como dificuldades com leitura e escrita. No entanto, **a liderança desse processo de recomposição de aprendizagem na sala de aula é de quem atua com os estudantes, isto é, as professoras e professores.**

1. Avaliação processual e formativa é aquela que acompanha, de forma contínua, o processo de aprendizagem e o desenvolvimento dos estudantes. Nela, professores e gestores lançam mão de diferentes instrumentos avaliativos, cujos resultados servem de insumo para o (re)planejamento e a tomada de decisão das equipes escolares.

Por isso, é importante garantir que, a partir da formação, sejam feitas boas escolhas didáticas: uso de materiais adequados que garantam aulas organizadas, uso de materiais didáticos selecionados em função das expectativas de aprendizagem, e aplicação de metodologias ativas voltadas ao desenvolvimento integral dos estudantes.

Os **familiares ou responsáveis pelos estudantes,** quando envolvidos e comunicados sobre as estratégias adotadas pela escola, apoiam e mobilizam os alunos para estar em sala de aula e cumprir suas tarefas e compromissos. No Ensino Médio, em especial, um fator de relevância para a recomposição das aprendizagens e permanência na escola é o **projeto de vida,** uma maneira de apoiar o estudante a pensar sua trajetória presente e futura, a vislumbrar formas de avançar por meio da educação e entender como ele é também responsável pela recomposição de suas aprendizagens.

Tudo isso ganha ainda mais potência quando se tem um olhar permanente de rede, capaz não apenas de apoiar as priorizações e os planos de ação, mas essencialmente de acompanhar as execuções, apoiar as equipes gestoras das escolas e disseminar as práticas de recomposição de maneira ampla e coordenada. Esse papel deve ser assumido pelas **Secretarias de Educação** em conjunto com suas regionais, quando houver.

Vale reforçar que a recomposição é um trabalho que se faz urgente e necessário no cenário atual e envolve todos os atores escolares, para que os estudantes tenham garantido o seu pleno direito ao acesso à educação e, por consequência, a oportunidade de se desenvolverem integralmente na escola e muito além dela.

Para seguir se aprofundando nas estratégias que apoiam o trabalho voltado para recompor aprendizagens, acesse o documento: Percursos formativos e atividades para apoiar o Fortalecimento das Aprendizagens na escola e na rede, disponível em https://bityli.com/material-apoio:

O material, voltado para professores e gestores, contém sugestões de atividades, e indicações de formações da Plataforma Nosso Ensino Médio, que podem ser realizadas em diferentes momentos do ano. Acesse em https://bityli.com/nossoem.

Boas-vindas

INICIATIVA FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM

Para contribuir com todo esse movimento o Reúna e o Instituto Unibanco são parceiros no desenvolvimento de ações para o FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM, um convite para todas as redes de ensino do país. Nosso objetivo principal é apoiar os educadores em três movimentos: no mapeamento das lacunas, ou das aprendizagens que não ocorreram, dos jovens matriculados no Ensino Médio, na recomposição das mesmas e colocar o estudante como centro do processo de ensino aprendizagem.

Conheça os institutos envolvidos na iniciativa:

INSTITUTO REÚNA

A organização zela pela qualidade técnico-pedagógica da implementação da BNCC e das inovações do Ensino Médio. Desde 2019, tem como foco criar referências nacionais para a construção de um sistema educacional coerente. Seu propósito é construir bases consistentes para aprendizagens efetivas, mobilizadoras e para todos. Com uma abordagem que procura entender e antecipar desde as necessidades específicas das redes educacionais até as questões mais amplas dos sistemas de educação, o Instituto produz ferramentas que se adequam aos diferentes contextos e inspirem crianças e jovens.

INSTITUTO UNIBANCO

Desde 1982, o Instituto sem fins lucrativos apoia e desenvolve soluções para a melhoria da qualidade da educação pública no Ensino Médio. Seu objetivo é contribuir para a permanência dos estudantes na escola, melhoria da aprendizagem e redução das desigualdades educacionais. Além de resultados sustentáveis de aprendizagem, trabalha pela equidade no ensino, tanto entre as escolas quanto no interior de cada uma delas, com base em quatro valores fundamentais: conectar ideias, acelerar transformações, valorizar a diversidade e ser fundamentado em evidências.

Os recursos do FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM sugerem caminhos possíveis para que diretores escolares, coordenadores pedagógicos e professores continuem apoiando os estudantes a permanecerem ou retomarem suas jornadas escolares e possam se reconectar com suas trajetórias de aprendizagem. Isso se dá pela disponibilização de materiais, em especial sequências didáticas para a sala de aula de Língua Portuguesa e Matemática, bem como pautas para apoiar as equipes das secretarias de educação em atividades de formação continuada docente.

Ao falarmos em recomposição das aprendizagens, nos remetemos a uma reorganização dos currículos, das habilidades, conteúdos e práticas didáticas, para que, frente a tantos desafios, gestores, professores e estudantes, consigam mirar no que é prioritário naquele momento. A recomposição das aprendizagens é um processo que envolve diferentes ações, e não se encerra em apenas uma atividade ou momento do ano letivo. Para que a recomposição aconteça, o currículo priorizado deve substituir, temporariamente, o currículo em curso, de modo que os estudantes tenham tempo de desenvolver aprendizagens essenciais e alcancem uma base sólida capaz de permitir que sigam avançando nos estudos e/ou adentrem o mundo do trabalho nas etapas seguintes de escolaridade.

Os recursos do FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM indicam o uso de métodos ativos de aprendizagem, como a aprendizagem baseada em projetos e problemas, a sala de aula invertida, entre outros, colocam o estudante como centro do processo e caminham na direção de uma maior personalização do ensino, de forma que o professor consegue partir das demandas, desafios e avanços da turma em questão para fazer seu planejamento. Além disso, incentivam a aprendizagem colaborativa entre os estudantes. Essas ações se relacionam diretamente ao desenvolvimento das competências gerais e específicas das áreas, como previsto na BNCC.

E, como não poderia deixar de ser quando falamos em Novo Ensino Médio, a iniciativa FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM tem relação com os projetos de vida dos estudantes. Projeto de vida, em um sentido amplo, tem a finalidade de apoiar os estudantes a avaliar as trilhas de aprendizagem que eles queiram seguir ao longo e depois da sua trajetória escolar, desenvolver valores e competências que os preparem para essas escolhas, e também na construção de caminhos promissores para o seu desenvolvimento em todas as dimensões. É um exercício constante de tornar visível, na linha do tempo de cada um, descobertas, valores, escolhas, perdas e também desafios futuros, aumentando nossa percepção, aprendendo com os erros e projetando novos cenários de curto e médio prazo.

Na jornada do Fortalecimento da aprendizagem há uma intencionalidade de mobilização dos estudantes pela aprendizagem, fazendo com que eles vejam a importância da socialização dos avanços dos seus resultados e da adequação do nível de complexidade das propostas para que os estudantes se sintam envolvidos, capazes e aprendendo.

A escolha é por trabalhar com comunicação, autoconhecimento e autoconfiança (significativas para a construção da identidade dos jovens) além de persistência e capacidade de enfrentar e buscar soluções para as mais diversas situações-problema (mais voltadas para a continuidade dos estudos e para inserção no mundo do trabalho). As propostas das sequências didáticas são o veículo para esta mobilização.

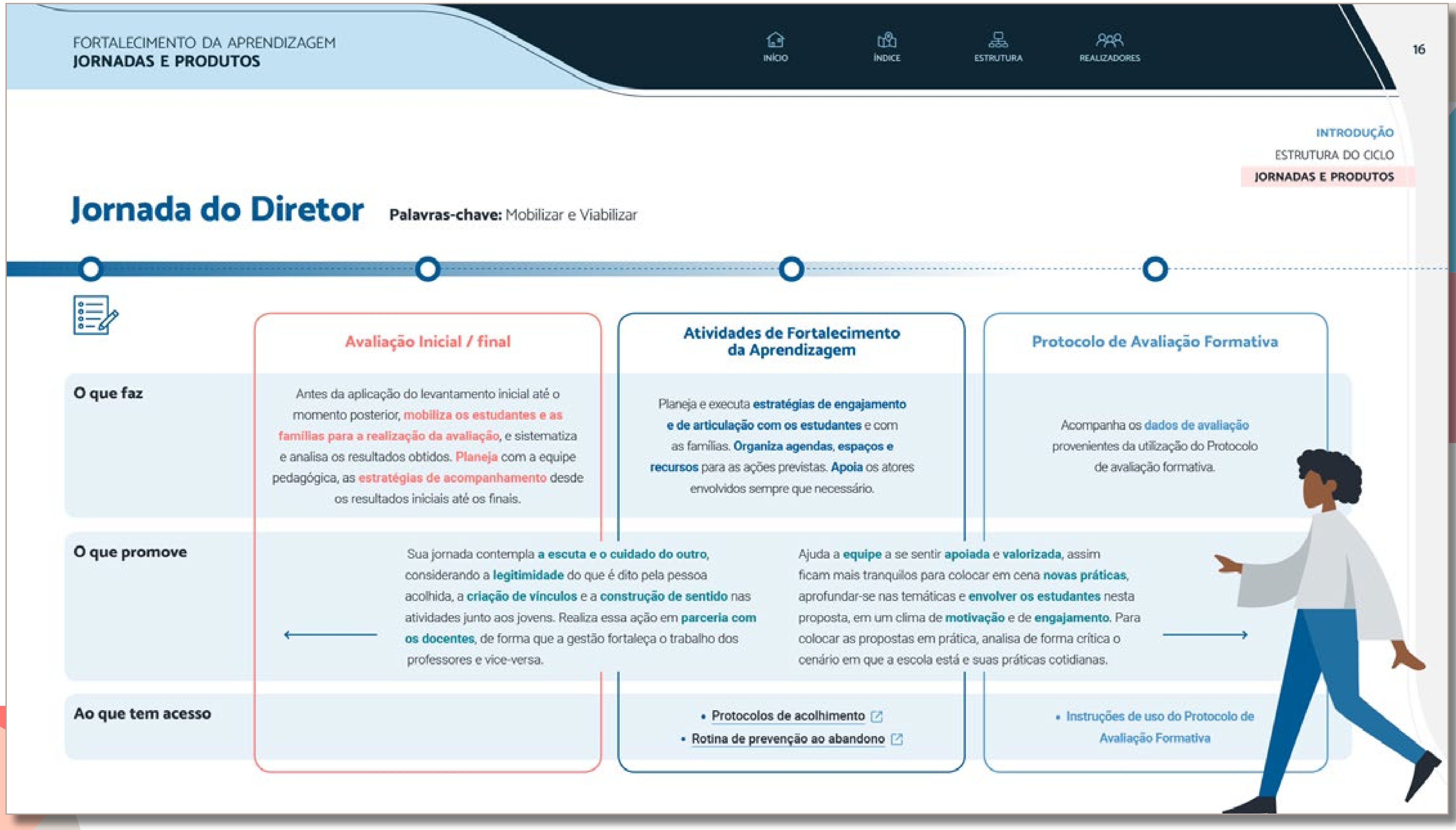
A jornada de Fortalecimento das Aprendizagens, com foco na recomposição, é feita por meio de algumas estratégias:

- **Acolhimentos dos estudantes –** Para que possam sentir que faz sentido estar na escola, engajando-se e sentindo-se corresponsáveis pelo processo de aprendizagem.
- **Adaptação do currículo –** Com a priorização de habilidades essenciais a serem desenvolvidas pelos estudantes.
- **Adaptação de práticas pedagógicas –** Visando a mobilização, engajamento e desenvolvimento dos jovens.
- **Avaliação inicial –** Ao iniciar o ciclo de aprendizagem com os estudantes, para mapear as lacunas de aprendizagem.
- **Avaliação formativa –** Durante todo o processo e partindo dos resultados das avaliações para elaborar o planejamento docente e realizar intervenções pedagógicas.
- **Material didático apropriado –** Elaborado especificamente no contexto da iniciativa, pensando nas realidades brasileiras e respeitando a autonomia de cada professor.
- **Formação –** Que prepara professores e gestores para o acolhimento dos estudantes e para a utilização dos materiais de recomposição das aprendizagens.

O **acolhimento dos estudantes** deve ser um dos primeiros passos e também um movimento contínuo na recomposição das aprendizagens. Do ponto de vista das sequências didáticas, a sugestão é criar um ciclo de acolhimento e melhoria, propondo ações contínuas e interligadas. Atividades de acolhimento socioemocional estão presentes nas sequências didáticas iniciais e acompanham toda a jornada do estudante. O objetivo é desenvolver o autoconhecimento, a autoconfiança e a persistência, além de aumentar sua autoestima em relação à capacidade de aprender. É possível encontrar ainda atividades que levantam questões em debate na contemporaneidade, mundo do trabalho e tecnologia, a fim de contribuir para a formação integral dos estudantes e se aproximar do contexto e das realidades juvenis.

Para um desafio como este, o trabalho colaborativo é essencial, com cada ator da comunidade escolar desempenhando um papel significativo:

- **Diretor/a escolar –** É o agente mobilizador do processo, aquele que viabiliza as ações de recomposição da aprendizagem na escola. Sua função é planejar e executar estratégias de engajamento e de articulação com os estudantes e com as famílias, organizando agendas, espaços e recursos para as ações previstas e apoiar os atores envolvidos sempre que necessário.



- **Coordenador/a pedagógico da escola ou pedagogo/a** – É a pessoa responsável por formar os professores em serviço, orientando, acompanhando e apoiando o grupo de docentes.

FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM
JORNADAS E PRODUTOS

INÍCIO | ÍNDICE | ESTRUTURA | REALIZADORES

15

INTRODUÇÃO
ESTRUTURA DO CICLO
JORNADAS E PRODUTOS

Jornada do coordenador pedagógico / formador

Palavras-chave: Formar e Acompanhar

	Avaliação Inicial / final	Atividades de Fortalecimento da Aprendizagem	Protocolo de Avaliação Formativa
O que faz	Forma os professores para a aplicação das provas de avaliação inicial e final. Apoia a análise e a discussão dos resultados, e colabora na definição de ações para a aprendizagem dos jovens.	Forma os professores em serviço, orientando, acompanhando e apoiando o grupo de docentes. Para tal, compreende como o professor se apropria, planeja e põe em prática as Sequências Didáticas que contemplam o acolhimento do estudante e o fortalecimento das aprendizagens em Língua Portuguesa e em Matemática.	Forma os professores para o acompanhamento das aprendizagens dos estudantes e incentiva o uso do protocolo.
O que promove	Coordenadores pedagógicos juntamente com os Diretores apoiam nas ações de busca e acolhimento dos jovens. Assim, quando o docente entra em ação, ele amplia e fortalece o acolhimento por meio do trabalho realizado em sala.	Apoia e forma os professores para realizarem o acolhimento socioemocional dos jovens, usarem novas metodologias de ensino, em classe, compreenderem a priorização curricular e prepararem, as devolutivas de avaliação dos estudantes, considerando o contexto em que a escola está inserida e as práticas que formam seu cotidiano.	Realiza o acompanhamento do trabalho do professor no dia a dia com o objetivo de traçar, conjuntamente, as estratégias de intervenção pedagógica e planejamento das aulas e atividades.
Ao que tem acesso		• Pautas Formativas de Matemática 1, 2, 3 e 4 • Pautas Formativas de Língua Portuguesa 1, 2, 3 e 4	• Instruções de uso do Protocolo de Avaliação Formativa

- Professor/a – É quem coloca as ações e atividades em prática na sala de aula, junto aos estudantes. Sua função é participar da formação continuada, de olho no currículo a ser usado no desenvolvimento de habilidades essenciais, planejar e executar sequências didáticas de forma adequada. É importante também que realize as atividades de acolhimento, aplique as avaliações formativas e oriente os estudantes na realização dos planos de estudos individuais em momentos de autogestão.


FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM
JORNADAS E PRODUTOS

INÍCIO ÍNDICE ESTRUTURA REALIZADORES 14

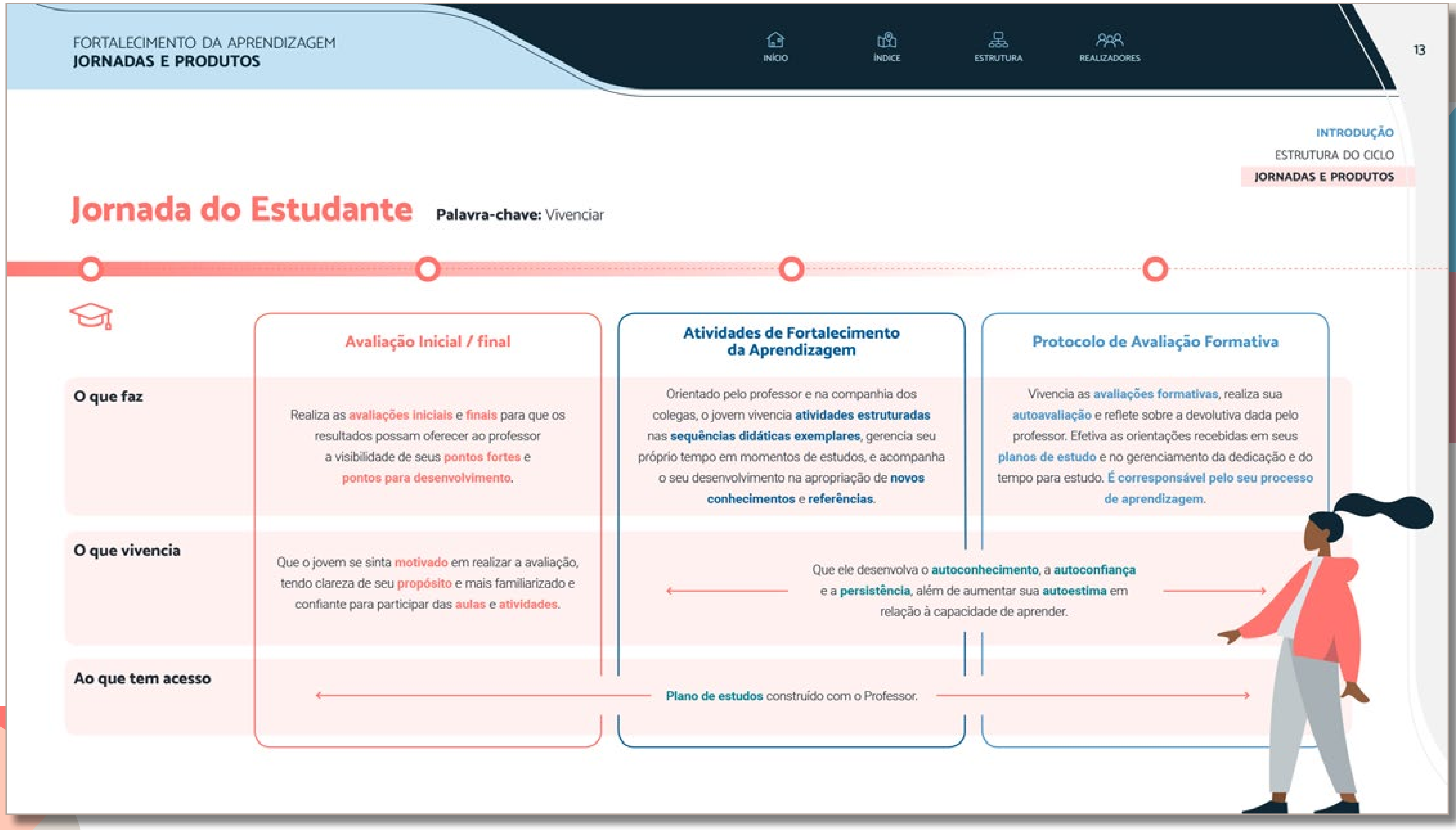
INTRODUÇÃO
ESTRUTURA DO CICLO
JORNADAS E PRODUTOS

Jornada do Professor

Palavras-chave: Promover, planejar e acompanhar

	Avaliação Inicial / final	Atividades de Fortalecimento da Aprendizagem	Protocolo de Avaliação Formativa
O que faz	Ao professor, cabe aplicar as avaliações inicial e final. A primeira delas é proposta na primeira Sequência Didática e, a segunda, prevista para o fim da terceira Sequência Didática. Ele também realiza a análise dos resultados e retoma as habilidades priorizadas.	Participa da formação continuada para apropriação das Sequências Didáticas. Planeja e executa as aulas com apoio das Sequências Didáticas. Complementa as Sequências com planos de estudos individualizados para momentos de autogestão dos estudantes e os acompanha. Acompanha, analisa e compartilha com a gestão da escola o percurso de aprendizagem de cada jovem.	Identifica momentos de avaliação conforme as situações de aula. Planeja e realiza as avaliações. Organiza os planos de estudo dos jovens com base nas autoavaliações e nas devolutivas das atividades de avaliação realizadas.
O que promove	O objetivo é que o professor consiga diagnosticar o estágio dos estudantes e orientar melhor a proposição de planos de estudos específicos e individualizados para eles.	A jornada docente começa no momento da formação, junto com a coordenação pedagógica, momento em que entende a proposta e se apropria do conjunto de ferramentas. Ao longo de toda a sua jornada, o professor realiza com os estudantes atividades de acolhimento socioemocional.	As devolutivas do docente, após as avaliações formativas, ajudam os estudantes a realizarem a autoavaliação, a organizar melhor a gestão do tempo e a dedicação aos estudos.
Materiais que terá acesso	• Anexos do Professor – Avaliação Inicial Matemática • Anexos do Professor – Avaliação Inicial Língua Portuguesa • Plataforma de apoio á Aprendizagem	• Sequências Didáticas de Matemática 1, 2 e 3 • Sequências Didáticas de Língua Portuguesa 1, 2 e 3 • Orientações para elaboração de planos de estudos em momentos de autogestão do estudante	• Protocolo de Avaliação Formativa

- **Estudante –** Deve ser o protagonista das ações, sendo corresponsável por sua aprendizagem. A jornada do estudante começa com uma avaliação inicial para identificar o ponto de partida do aprendizado, permitindo a análise de seus pontos fortes e de seus pontos de desenvolvimento. Depois disso, o estudante vai vivenciar as sequências didáticas e acompanhar seu próprio desenvolvimento pelas atividades de avaliação formativa que se encontram em cada sequência.


FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM
JORNADAS E PRODUTOS

INÍCIO ÍNDICE ESTRUTURA REALIZADORES

13

INTRODUÇÃO
ESTRUTURA DO CICLO
JORNADAS E PRODUTOS

Jornada do Estudante

Palavra-chave: Vivenciar

	Avaliação Inicial / final	Atividades de Fortalecimento da Aprendizagem	Protocolo de Avaliação Formativa
O que faz	Realiza as **avaliações iniciais** e **finais** para que os resultados possam oferecer ao professor a visibilidade de seus **pontos fortes** e **pontos para desenvolvimento**.	Orientado pelo professor e na companhia dos colegas, o jovem vivencia **atividades estruturadas** nas **sequências didáticas exemplares**, gerencia seu próprio tempo em momentos de estudos, e acompanha o seu desenvolvimento na apropriação de **novos conhecimentos** e **referências**.	Vivencia as **avaliações formativas**, realiza sua **autoavaliação** e reflete sobre a devolutiva dada pelo professor. Efetiva as orientações recebidas em seus **planos de estudo** e no gerenciamento da dedicação e do tempo para estudo. **É corresponsável pelo seu processo de aprendizagem.**
O que vivencia	Que o jovem se sinta **motivado** em realizar a avaliação, tendo clareza de seu **propósito** e mais familiarizado e confiante para participar das **aulas** e **atividades**.	Que ele desenvolva o **autoconhecimento**, a **autoconfiança** e a **persistência**, além de aumentar sua **autoestima** em relação à capacidade de aprender.	
Ao que tem acesso	**Plano de estudos** construído com o Professor.		

MATERIAIS PARA O FORTALECIMENTO DAS APRENDIZAGENS

Agora que você já sabe o que é a recomposição das aprendizagens, porque ela é importante no contexto do Novo Ensino Médio e como fazer o acolhimento dos estudantes, apresentamos materiais que poderão apoiar professores e equipe pedagógica a potencializar essa jornada.

Os materiais para o FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM foram elaborados com foco na recomposição das aprendizagens e tendo em vista as diferentes realidades brasileiras. O ponto de partida são habilidades da BNCC, presentes nos currículos referenciais do Ensino Médio, consideradas essenciais, selecionadas levando em conta a urgência no fortalecimento da relação entre os estudantes e o conhecimento e o tempo que se tem, e que deve ser aproveitado ao máximo, para uma ação efetiva de aprendizagem.

Para essa priorização curricular, foram consideradas três dimensões e, com base em cada uma delas, os seguintes critérios:

O engajamento dos estudantes e as exigências da vida em sociedade

- Atividades mais motivadoras, que permitam protagonismo dos estudantes.
- Trabalho transversal, com abordagem socioemocional, inclusiva e socialmente diversa.
- Favorecimento à inclusão de temas do mundo do trabalho, disparadores de saberes que permitam maior propriedade em processos seletivos.
- Possibilidade de desenvolvimento de saberes tecnológicos e digitais.

Os componentes curriculares de Língua Portuguesa e Matemática

- Abrangência de diferentes campos de atuação social da Língua Portuguesa e diferentes unidades temáticas de Matemática.
- Favorecimento de relações entre conceitos, processos e representações.
- Possibilidade de retomada de conhecimentos já adquiridos, para que o estudante avance em sua aprendizagem.
- Desenvolvimento das competências gerais e específicas da área ou do componente, previstas na BNCC e nos referenciais curriculares.

As demandas das avaliações nacionais

- Compatibilidade com descritores com baixo resultado nas avaliações SAEB para a 3ª série do Ensino Médio de 2019,
- As avaliações realizadas pelos estados em 2021 visando identificar o estado da aprendizagem de seus estudantes, em especial aquelas realizadas com as turmas de 9o ano e 3a série do Ensino Médio.
- Compatibilidade com descritores com baixo resultado nas avaliações diagnósticas realizadas pela rede.
- Compatibilidade com conteúdos mais cobrados no Exame Nacional do Ensino Médio (Enem).

Articulando os critérios dos três grupos acima, a expectativa é promover o desenvolvimento integral dos estudantes, permitindo que continuem estudando, trilhem um percurso de aprendizagem mais efetivo e adentrem no mundo do trabalho sentindo-se mais preparados.

MATERIAIS PARA O PROFESSOR

Para apoiar os docentes, as habilidades selecionadas foram distribuídas em três sequências didáticas exemplares para Língua Portuguesa e três para Matemática, sendo a primeira de cada componente sempre associada a conteúdos e contextos em que os jovens possuem algum conhecimento e propõem fazer retomadas do conhecimento para que os jovens reconheçam o que sabem e se sintam motivados para continuar aprendendo. Com isso, a ideia é justamente engajá-los na aprendizagem. Já as demais sequências têm como foco novos conhecimentos e habilidades nas quais os estudantes demonstram mais dificuldades tendo como referências as lacunas identificadas nas avaliações diagnósticas, sempre considerando o desenvolvimento de habilidades prioritárias para aprender mais e a preparação para desafios futuros na continuidade dos estudos ou no mundo do trabalho.

As propostas apresentadas como exemplares possuem uma lógica em seu desenvolvimento e apresentam atividades com resultados comprovados de aprendizagem. Do ponto de vista das sequências didáticas, a sugestão é criar um ciclo de acolhimento e melhoria, propondo ações contínuas e interligadas. No entanto, elas são sugestões, modelos que podem ser adaptados para o trabalho com os alunos e integradas a outras habilidades, respeitando as necessidades específicas identificadas em cada turma e a cultura de cada unidade escolar. O tempo de duração sugerido para cada proposta tem em média 16 horas/aula.

Além das sequências didáticas apresentadas, faz parte da iniciativa a Caixa de Ferramentas do Professor, com os seguintes materiais:

- Uma sugestão de avaliação inicial e outra de avaliação final, para acompanhar os jovens durante o processo.
- Os documentos Orientações ao professor e Propostas de intervenção na forma de orientações de estudos, para elaboração e execução de planos de estudos com sugestões de itens, vídeos e questões que podem compor tarefas estabelecidas pelo professor, para auxiliar os alunos em momentos de estudo individual e de autogestão.
- O Protocolo de Avaliação Formativa, documento com recursos estruturados para o acompanhamento e o registro sobre o processo de aprendizagem, além de orientações para compartilhar essas informações com os jovens e com a gestão da escola.
- Sugestões e estratégias para o desenvolvimento das aulas no contexto híbrido. Acesse o documento Como tornar as suas estratégias de ensino e aprendizagem híbridos com dicas de mediação.

MATERIAIS PARA A EQUIPE PEDAGÓGICA

Para apoiar o trabalho da equipe pedagógica, a Caixa de Ferramentas do Formador apresenta orientações para a realização dos momentos formativos, na forma de pautas, textos de apoio, conteúdos anexos e apresentações para apoiar os momentos formativos. As pautas formativas contemplam oito horas de formação para cada um dos componentes (Língua Portuguesa e Matemática) e têm como objetivo facilitar a compreensão das sequências didáticas, da metodologia proposta para o desenvolvimento das habilidades essenciais. As pautas formativas têm, ainda, as Instruções de uso do Protocolo de Avaliação Formativa, que auxilia a compreensão do Protocolo de Avaliação Formativa (presente na Caixa de Ferramenta do Professor).

Acesse os materiais do Volume 1 aqui:
https://www.institutoreuna.org.br/ensino-medio/content/Fortalecimento-da-Aprendizagem

CONECTANDO SEQUÊNCIAS

VOLUME 1 E VOLUME 2 DO FORTALECIMENTO DA APRENDIZAGEM

O Volume 1 do Fortalecimento da Aprendizagem tem os mesmos princípios de organização do Volume 2, mas foi feito para **atender, em um primeiro momento, aos estudantes da 3ª série do Ensino Médio,** que estavam finalizando a educação básica após um longo período de interrupção de aulas, e aos quais se desejava garantir aprendizagens essenciais para que eles se sentissem seguros para participar de processos seletivos para o ensino superior, além de garantir conhecimentos que permitissem seguir no mundo do trabalho.

Já o Volume 2 amplia esse olhar para apoiar a recomposição de aprendizagens aos estudantes que iniciam o percurso pelo Novo Ensino Médio.

Por isso, leva em conta os Mapas de Foco da BNCC do Instituto Reúna para 8ºs e 9ºs anos, bem como o Referencial para Seriação das Matrizes Curriculares de Língua Portuguesa e Matemática no Ensino Médio e as Matrizes Curriculares da Fundação Roberto Marinho.

Todos esses documentos se relacionam à BNCC (2018) e, por consequência, aos currículos referenciais dos estados. Por isso, favorecem a organização temporária das aprendizagens de tal forma a garantir o *continuum* curricular e as aprendizagens essenciais que não foram alcançadas no final do ensino fundamental, e que podem comprometer o desenvolvimento dos estudantes no ensino médio.

Apesar desses focos específicos, os dois volumes são complementares e podem ser utilizados em conjunto a depender do diagnóstico da aprendizagem dos estudantes, uma vez que, se constituem por atividades exemplares, para apoiar os ajustes que se fizerem necessários nas três séries. As atividades foram pensadas para os diferentes momentos que eles irão se deparar no seu percurso formativo, como reflexões que os apoiam a pensar na sua trajetória ao longo das séries e nos caminhos que irão seguir após a conclusão dos estudos escolares.

Nossa recomendação é para que os professores de Língua Portuguesa e Matemática das primeiras séries do ensino médio **iniciem pelo Volume 2 e que, conforme indicação, utilizem complementarmente o Volume 1**. Os recursos formativos disponibilizados foram referenciados nas propostas dos dois Volumes. Materiais como livros didáticos, projetos, planos de aula, entre outros, são importantes para o desenvolvimento das propostas como complementares ao que as Sequências Didáticas propõem.

VOLUME 2 DO FORTALECIMENTO DAS APRENDIZAGENS

Como o Volume 2 foi pensado para apoiar a recomposição das aprendizagens no contexto da implementação da nova arquitetura do Ensino Médio, em especial para apoiar a Formação Geral Básica segundo os pressupostos da BNCC, são destaques na proposta:

- Consolidação, aprofundamento e ampliação das aprendizagens iniciadas no ensino fundamental, que marca o pressuposto de progressão das aprendizagens na educação básica previsto na BNCC. Isto significa que as sequências orientam recompor as aprendizagens não realizadas anteriormente pelos estudantes, bem como desenvolver as essenciais para a série em que está.
- A avaliação processual em compromisso com a abordagem formativa ganha mais evidência, com orientações de diferentes momentos, instrumentos e estratégias para observar as evidências de aprendizagem e nela intervir.
- O compromisso com o desenvolvimento integral dos/das jovens fica mais evidente, com proposição de situações de aprendizagem que mobilizam o desenvolvimento de aspectos das competências gerais da BNCC simultaneamente ao desenvolvimento de competências e habilidades específicas dos componentes, apoiando o professor a perceber como os desafios propostos e os caminhos metodológicos escolhidos concorrem para isso.
- O exercício de priorização curricular é apresentado de forma modelar e formativa, e abre caminhos para o professor estabelecer relações com as propostas do Volume 1 e com outras que seja do seu repertório, evitando-se a ideia de seriação das aprendizagens, ao mesmo passo em que reforça a lógica da progressão das aprendizagens na medida em que as atividades vão se complexificando.

Todo o material é flexível e adaptável, sendo possível integrá-los com outros recursos e estratégias didáticas já utilizadas pelos professores.

Bom trabalho!

Introdução

Olá, professor/a!

Seja bem-vindo a segunda sequência didática de Matemática.

Iniciamos esta sequência com um quadro contendo as habilidades priorizadas que serão contempladas neste percurso. Essas informações podem auxiliar no planejamento do professor e no acompanhamento da recomposição da aprendizagem dos estudantes.

Assim como na primeira sequência didática, nesta proposta o estudante também é desafiado constantemente a manter-se reflexivo e crítico. As metodologias utilizadas promovem a investigação e a formulação de hipóteses, e desenvolvem a autonomia e o protagonismo no jovem. Além dos aspectos cognitivos, o desenvolvimento das competências socioemocionais, como comunicação, colaboração, autoconfiança e persistência, também permeia todas as propostas, colaborando com a formação integral do jovem.

As atividades aqui apresentadas podem potencializar a aprendizagem do estudante, porém o professor/a poderá planejar suas aulas, inserir mais atividades ou mesmo não contemplar alguma das propostas apresentadas, de acordo com as necessidades de seus estudantes.

Nessa sequência didática, o foco das atividades 1 e 2 é o pensamento algébrico, enfatizando o desenvolvimento da linguagem específica da álgebra, a identificação de padrões e generalizações, a análise da interdependência entre grandezas e a resolução de problemas por meio de equações. Associado ao pensamento algébrico, essa sequência também contempla o início do pensamento computacional, salientando a importância dos algoritmos. Na proposta 2, ampliamos o trabalho do campo numérico, trazendo os números irracionais e reais, e iniciamos as discussões acerca das funções.

Na atividade 3, além da compreensão do conceito de perímetro e área e a aprendizagem significativa das expressões matemáticas relacionadas ao cálculo dessas medidas, será explorado o conceito de grandezas direta e inversamente proporcionais.

Ao final das atividades, encontram-se indicações para que você organize a ampliação de estudos do estudante em seus momentos de autogestão.

Nesta proposta, a ideia é que o estudante seja avaliado durante todo o processo (avaliação processual e formativa), além de realizar autoavaliação ao longo das atividades, tomando consciência do seu processo de aprendizagem. **Bom trabalho!**

No quadro a seguir, você encontra a relação das **Competências Específicas e Habilidades de Matemática** na etapa da **BNCC do Ensino Médio** selecionadas para essa Sequência Didática, bem como sua relação com as **Habilidades do EF Anos Finais, e descritores do SAEB.**

Tempo sugerido: 24 horas/aula

TEMA - NÚMEROS REAIS, PENSAMENTO ALGÉBRICO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU			
PARTE 2 - PENSAMENTO ALGÉBRICO E EQUAÇÃO DO 1º GRAU			
Competências específicas da área: propostas para o Ensino Médio	**Habilidades focais do EF: anos finais que são conhecimentos prévios**	**Descrição das habilidades focais de matemática do EM**	**Descritores SAEB**
2. Desenvolver o raciocínio lógico, o espírito de investigação e a capacidade de produzir argumentos convincentes, recorrendo aos conhecimentos matemáticos para compreender e atuar no mundo. 3. Compreender as relações entre conceitos e procedimentos dos diferentes campos da Matemática (Aritmética, Álgebra, Geometria, Estatística e Probabilidade) e de outras áreas do conhecimento, sentindo segurança quanto à própria capacidade de construir e aplicar conhecimentos matemáticos, desenvolvendo a autoestima e a perseverança na busca de soluções.	(EF09MA02) Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.		• Reconhecer um número irracional. • Identificar a localização de números irracionais na reta numérica.

TEMA - NÚMEROS REAIS, PENSAMENTO ALGÉBRICO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU			
PARTE 2 - PENSAMENTO ALGÉBRICO E EQUAÇÃO DO 1º GRAU			
Competências específicas da área: propostas para o Ensino Médio	**Habilidades focais do EF: anos finais que são conhecimentos prévios**	**Descrição das habilidades focais de matemática do EM**	**Descritores SAEB**
5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas.	(EF07MA13) Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita. (EF07MA15) Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas. (EF08MA06) Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.	(EM13MAT510) Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada.	Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas. D32 Identificar a expressão algébrica que expressa uma regularidade observada em sequências de números ou figuras (padrões). D30 Calcular o valor numérico de uma expressão algébrica.

TEMA - NÚMEROS REAIS, PENSAMENTO ALGÉBRICO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU			
PARTE 2 - PENSAMENTO ALGÉBRICO E EQUAÇÃO DO 1º GRAU			
Competências específicas da área: propostas para o Ensino Médio	Habilidades focais do EF: anos finais que são conhecimentos prévios	Descrição das habilidades focais de matemática do EM	Descritores SAEB
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. 4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma $ax + b = c$, fazendo uso das propriedades da igualdade. (EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.	(EM13MAT315) Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema (equação do 1º grau). (EM13MAT405) Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.	D33 Identificar uma equação ou inequação do 1º grau que expressa um problema. Descrever, por meio de um texto, as etapas necessárias para efetuar um procedimento matemático (resolver uma equação do 1º grau). Representar pontos no plano cartesiano associados a uma equação de 1º grau com duas variáveis.
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente.	(EF08MA07) Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano. (EF08MA08) Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.	(EM13MAT301) Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	D34 Identificar um sistema de equações do 1º grau que expressa um problema. D35 Identificar a relação entre as representações algébrica e geométrica de um sistema de equações do 1º grau.

TEMA - NÚMEROS REAIS, PENSAMENTO ALGÉBRICO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU			
PARTE 3 - FUNÇÃO DO 1º GRAU			
Competências específicas da área: propostas para o Ensino Médio	Habilidades focais do EF: anos finais que são conhecimentos prévios	Descrição das habilidades focais de matemática do EM	Descritores SAEB
4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas. 3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. 5. Investigar e estabelecer conjecturas a respeito de diferentes conceitos e propriedades matemáticas, empregando estratégias e recursos, como observação de padrões, experimentações e diferentes tecnologias, identificando a necessidade, ou não, de uma demonstração cada vez mais formal na validação das referidas conjecturas e comunicação de resultados de problemas.	(EF09MA06) Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.	(EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais. (EM13MAT501) Investigar relações entre números expressos em tabelas para representá-los no plano cartesiano, identificando padrões e criando conjecturas para generalizar e expressar algebricamente essa generalização, reconhecendo quando essa representação é de função polinomial de 1º grau. (EM13MAT404) Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.	Reconhecer uma função polinomial de 1º grau por meio de seus coeficientes. D24 Reconhecer a representação algébrica de uma função do 1º grau dado o seu gráfico. Reconhecer uma função polinomial de 1º grau por meio de sua escrita algébrica. Reconhecer a representação gráfica de uma função do 1º grau. Interpretar o gráfico e a representação algébrica de funções definidas por mais de uma sentença.

TEMA - NÚMEROS REAIS, PENSAMENTO ALGÉBRICO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU			
PARTE 4 - ÁREAS DE QUADRILÁTEROS, TRIÂNGULOS E CÍRCULOS E GRANDEZAS PROPORCIONAIS			
Competências específicas da área: propostas para o Ensino Médio	**Habilidades focais do EF: anos finais que são conhecimentos prévios**	**Descrição das habilidades focais de matemática do EM**	**Descritores SAEB**
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. 2. Propor ou participar de ações para investigar desafios do mundo contemporâneo e tomar decisões éticas e socialmente responsáveis, com base na análise de problemas sociais, como os voltados a situações de saúde, sustentabilidade, das implicações da tecnologia no mundo do trabalho, entre outros, mobilizando e articulando conceitos, procedimentos e linguagens próprios da Matemática.	(EF07MA31) Estabelecer expressões de cálculo de área de triângulos e de quadriláteros. (EF07MA32) Resolver e elaborar problemas de cálculo de medida de área de figuras planas que podem ser decompostas por quadrados, retângulos e/ou triângulos, utilizando a equivalência entre áreas. (EF08MA19) Resolver e elaborar problemas que envolvam medidas de área de figuras geométricas, utilizando expressões de cálculo de área (quadriláteros, triângulos e círculos), em situações como determinar medida de terrenos.	(EM13MAT307) Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.	D13 Resolver problema envolvendo o cálculo de área de figuras planas. D5 Reconhecer a conservação ou modificação de medidas dos lados, do perímetro, da área em ampliação e/ou redução de figuras poligonais usando malhas quadriculadas.

TEMA - NÚMEROS REAIS, PENSAMENTO ALGÉBRICO, EQUAÇÃO E FUNÇÃO DO 1º GRAU			
PARTE 4 - ÁREAS DE QUADRILÁTEROS, TRIÂNGULOS E CÍRCULOS E GRANDEZAS PROPORCIONAIS			
Competências específicas da área: propostas para o Ensino Médio	**Habilidades focais do EF: anos finais que são conhecimentos prévios**	**Descrição das habilidades focais de matemática do EM**	**Descritores SAEB**
3. Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. 4. Compreender e utilizar, com flexibilidade e precisão, diferentes registros de representação matemáticos (algébrico, geométrico, estatístico, computacional etc.), na busca de solução e comunicação de resultados de problemas.	(EF08MA12) Identificar a natureza da variação de duas grandezas, diretamente, inversamente proporcionais ou não proporcionais, expressando a relação existente por meio de sentença algébrica e representá-la no plano cartesiano. (EF08MA13) Resolver e elaborar problemas que envolvam grandezas diretamente ou inversamente proporcionais, por meio de estratégias variadas. (EF09MA08) Resolver e elaborar problemas que envolvam relações de proporcionalidade direta e inversa entre duas ou mais grandezas, inclusive escalas, divisão em partes proporcionais e taxa de variação, em contextos socioculturais, ambientais e de outras áreas.	(EM13MAT314) Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras –velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc. (EM13MAT401) Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica. (EM13MAT506) Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.	D29 Resolver problema que envolva variação proporcional, direta ou inversa, entre grandezas.

Neste quadro você encontra o **resumo das atividades** desta Sequência Didática, bem como os **objetivos específicos** e o **tempo sugerido** para cada uma delas.

	ATIVIDADE	TEMPO SUGERIDO	OBJETIVOS ESPECÍFICOS	RESUMO
1	Sequências: padrão e generalização, linguagem algébrica e equações do 1º grau	12 horas/aula	Retomar os conceitos de variável e de incógnita, a escrita algébrica e o cálculo do valor numérico de expressões algébricas. A resolução de equações do 1º grau e de sistemas de equações do 1º grau também é contemplada nesta atividade.	A proposta está dividida em: **Momento 1** Acolhimento: para conhecer as experiências dos estudantes relacionadas ao tema álgebra e para retomar regularidades e generalizações (1 aula). **Momento 2** Rotação por estações - Sequências: padrão e generalização em linguagem algébrica (2 aulas). **Momento 3** Organizando as aprendizagens (1 aula). **Momento 4** Resolvendo equações do 1º grau (1 aula). **Momento 5** O passo a passo para resolver uma equação do 1º grau (1 aula). **Momento 6** Resolvendo problemas que podem ser modelados por equação do 1º grau (2 aulas). **Atividade Extra** Cálculo Mental envolvendo resolução de equação do 1º grau. **Momento 7** Sistemas de equações do 2º grau: Resolução gráfica e algébrica (método da adição e da substituição) (3 aulas). **Bora se preparar?** (1 aula).
2	Funções do 1º grau	6 horas/aula	Construção do conceito de função e o reconhecimento dos elementos e das características das funções do 1º grau.	A proposta está dividida em: **Momento 1** Construindo o conceito de função e definindo função do 1º grau (2 aulas). **Momento 2** Ampliando o universo numérico: conhecendo os números irracionais e os números reais (2 aulas). **Momento 3** Estudando o domínio de uma função (1 aula). **Bora se preparar?** (1 aula).
3	Áreas de triângulos e quadriláteros e grandezas direta e inversamente proporcionais	5 horas/aula	Além da compreensão do conceito de perímetro e área e a aprendizagem significativa das expressões matemáticas relacionadas ao cálculo dessas medidas, nesta proposta será abordado o conceito de grandezas direta e inversamente proporcionais.	**Momento 1** Perímetro, área e grandezas proporcionais (2 aulas). **Momento 2** Área de quadriláteros e de triângulos (2 aulas). **Bora se preparar?** (1 aula).
4	Resolução de problemas	1 aula extra		**Aula extra** Nesta aula de resolução de problemas, traremos um problema de travessia, sem números (1 aula).

ORIENTAÇÕES GERAIS

UMA CONVERSA INICIAL

Sabemos dos grandes desafios de ensinar matemática nos tempos atuais: muitos estudantes com habilidades ainda não consolidadas, alguns com experiências não muito agradáveis em relação a essa área do conhecimento e outros ainda muito desmotivados. Por isso, é necessário buscar atividades que motivem/engajem os estudantes e que possibilitem retomar habilidades propostas para os anos finais do Ensino Fundamental e integrá-las com as propostas para o Ensino Médio para que o estudante avance, isto significa que podemos priorizar atividades que simultaneamente ensinem o que não aprenderam nos anos anteriores e que permitam avançar para as aprendizagens essenciais esperadas para a 1ª série do Ensino Médio.

Esse cenário enfatiza a necessidade de um bom planejamento e uma boa gestão da sala de aula que favoreçam consolidar, ampliar e aprofundar os conhecimentos matemáticos dos estudantes no Ensino Médio, conforme previsto na BNCC. Além disso, o desenvolvimento intencional de competências gerais da BNCC, como aquelas ligadas a resiliência, abertura ao novo, autoconfiança e autogestão, é essencial para que os estudantes permaneçam motivados para aprender, confiem em sua capacidade para isso e continuem suas trajetórias escolares.

Gostaríamos de dividir com você alguns pontos importantes relacionados à gestão das aulas:

- No início da aula, coloque no quadro o que será feito e, ao final, avalie se o proposto foi realmente realizado por todos.

- Destaque as aprendizagens feitas e avalie com os estudantes o que pode ser melhorado.

- Reserve momentos das aulas para dialogar com os estudantes sobre o desenvolvimento de competências ligadas a resiliência emocional, abertura ao novo e autogestão, apoiando-os a observarem como estão se desenvolvendo do ponto de vista socioemocional. Reforce a importância da persistência, determinação, autoconfiança e curiosidade para aprender.

- Para o trabalho em duplas ou grupos, você pode estabelecer combinados: algumas vezes eles escolherão com quem trabalhar, outras vezes você fará isso para apoiar que todos possam se ajudar e avançar; pode estabelecer dias fixos para o trabalho em grupo e já pedir que organizem a sala antes da sua chegada; explique a importância de as mesas estarem próximas para que todos se ouçam; proponha sempre que uma pessoa cuide para que todos falem, que outra apoie no controle do tempo e que haja ainda uma pessoa para ser o porta-voz do grupo. Você pode ver uma experiência interessante sobre isso em "Alunos trabalhando em grupos", disponível em: bityli.com/tr-grupo (acesso em 06/2022).

- Depois do trabalho em duplas ou grupos, organize a sala em um grande círculo e proponha que alguns estudantes registrem no quadro suas soluções, por escrito, de modo que todos possam analisar semelhanças, diferenças e eventuais erros nas soluções encontradas. Você pode ver uma experiência interessante sobre isso em "Alunos refletem sobre seu trabalho em grupos", disponível em: bityli.com/alunos-trabalho-gp (acesso em 06/2022).

- Para cada atividade, incentive os estudantes que apresentaram diferentes resoluções a explicar como pensaram. Você pode escolher quem vai socializar suas estratégias durante a realização da proposta enquanto circula pela sala.

- Organize sistematizações da aprendizagem como fechamento das atividades. Incentive os estudantes a tomar nota das conclusões de cada proposta.

- Com base nos dados de avaliação/dúvidas/diferenças de aprendizagem, planeje uma aula a cada semana ou a cada 15 dias para apoiar estudantes em necessidades específicas. Você pode, por exemplo:

  - Propor atividades diferentes para estudantes com dúvidas nas mesmas habilidades.
  - Propor diferentes atividades na sala para contemplar estudantes com dúvidas em diferentes habilidades.
  - Organizar grupos de modo que estudantes que sabem mais possam apoiar os colegas que ainda estão com dificuldades em algum determinado tema.

- Nas atividades que considerar mais pertinentes, destaque a importância da Matemática para a vida dos estudantes para além da escola e promova a reflexão sobre a relação das aprendizagens deste componente curricular com seus projetos de vida.

LEITURAS INDICADAS

- Para saber mais sobre as ideias envolvidas no ensino de álgebra, sugerimos a leitura do texto "Uma reflexão sobre o ensino de álgebra", de Maria Ignez Diniz, disponível em: bityli.com/reflex-algebra (acesso em 18/04/2022).

- Para refletir a respeito do momento atual da educação, dos grandes desafios do professor para mitigar as fragilidades nas aprendizagens dos estudantes, e para saber mais sobre a recomposição de aprendizagem, sugerimos o texto "Recomposição das aprendizagens em contextos de crise", disponível em: bityli.com/recomp-em-crise (acesso em 25/04/2022).

- Para a recomposição da aprendizagem em matemática, é preciso desenvolver a fluência dos estudantes e, para isto, é preciso exercitá-la. Para saber mais sobre treino e exercitação, sugerimos a leitura do texto "Treino ou exercitação?", de Kátia Stocco Smole e Cristiane Chica, disponível em: bityli.com/treino-ou-exerc (acesso em 31/05/2022).

- Para saber mais sobre Mentalidade de Crescimento, sugerimos a leitura do texto "Mentalidade de Crescimento", disponível em bityli.com/ment-de-cresc (acesso em 02/06/2022).

- Filme "Escritores da liberdade", no qual uma jovem professora, chocada com a violência que seus alunos enfrentam fora da escola, ajuda-os a descobrir todo o potencial que eles possuem, disponível em: bityli.com/net-edl (acesso em 09/06/2022).

Atividades

Atividade 1

ATIVIDADE 1

SEQUÊNCIAS: PADRÃO, GENERALIZAÇÃO EM LINGUAGEM ALGÉBRICA E EQUAÇÕES DO 1º GRAU

Foco:

O foco inicial da atividade é retomar os conceitos de variável e de incógnita, a escrita algébrica e o cálculo do valor numérico de expressões algébricas. A resolução de equações do 1º grau e de sistemas de equações do 1º grau também é contemplada nesta atividade.

A proposta aqui apresentada visa desenvolver três habilidades focais previstas para o Ensino Fundamental:

- **(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
- **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas
- **(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Vale observar que as atividades propostas podem servir como revisão para os estudantes que já desenvolveram essas habilidades e que eles podem ser incluídos como tutores para aqueles que ainda precisam desenvolvê-las com os temas apresentados.

Essas habilidades envolvem conhecimentos prévios para o desenvolvimento da habilidade **(EM13MAT510)** Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada, proposta para o Ensino Médio.

Tempo sugerido: 10 horas/aula.

Possíveis materiais:

Estação 1

- 1 cópia impressa ou virtual do Anexo 1 – Padrão, generalização e linguagem algébrica.
- Caderno do estudante para os registros.

Estação 2

- 1 cópia impressa ou virtual do Anexo 2 – Uma máquina de calcular diferente.
- Caderno do estudante para os registros.

Estação 3

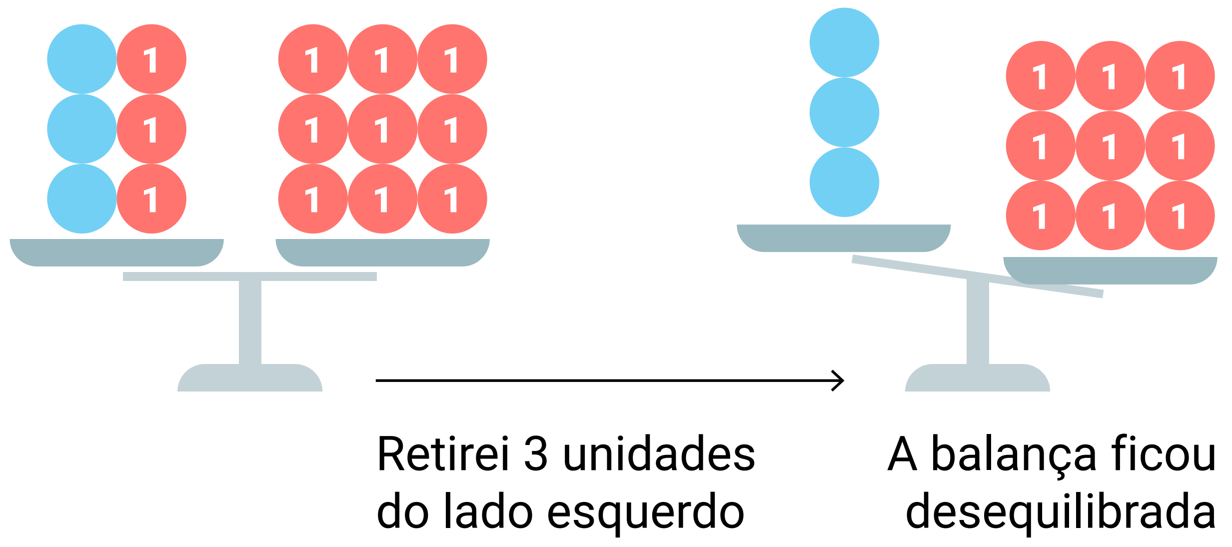
- 1 kit do jogo *Maneiras de escrever*, contendo as cartas azuis e amarelas recortadas, diponível no Anexo 3.
- 1 cópia impressa ou virtual das tabelas da Etapa 2.
- Caderno do estudante para os registros.

Estação 4

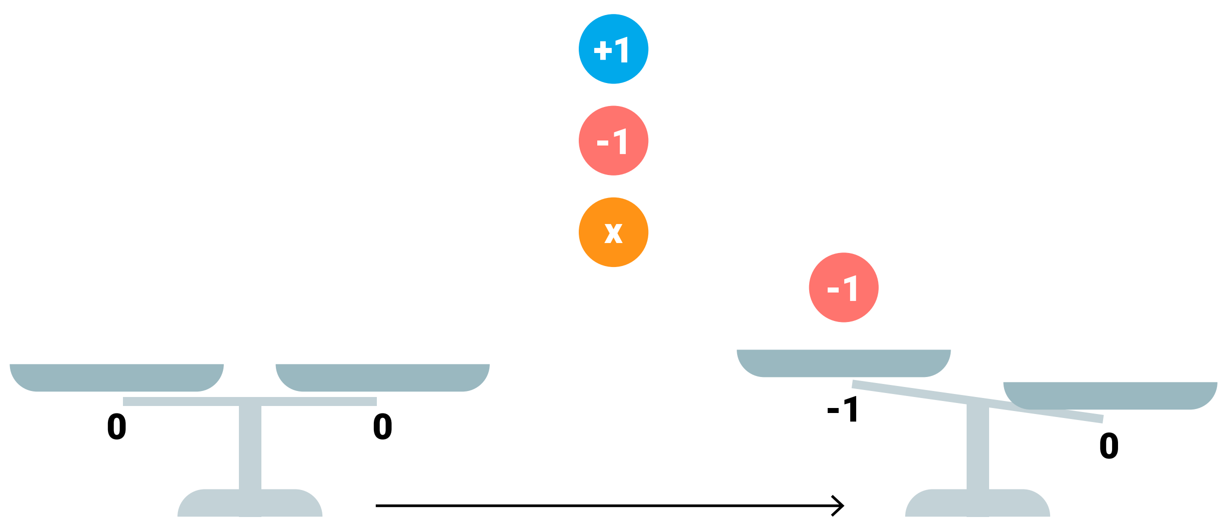
- 1 cópia do Anexo 4.
- Caderno do estudante para os registros.

- Acesso ao aplicativo *Explorador de Igualdade*. Caso o acesso ao aplicativo não seja possível, providencie a imagem da balança (disponível no Anexo 4, pode ser na versão impressa ou projetada para os estudantes) e peça que realizem as alterações solicitadas, utilizando desenhos para representá-las no exemplo A, ilustrado a seguir.
- Figuras com balanças (disponíveis no Anexo 6, que podem ser na versão impressa ou na versão digital para projetar para os estudantes).
- Acesso ao aplicativo *Model Algebra Equations*, disponível em: bityli.com/algebra-eq. Apesar de estar em inglês, ele é muito intuitivo: clique sobre uma das setas para inserir o ícone selecionado (x, +1 ou -1) em um dos pratos da balança. Veja, a seguir, o exemplo B. Caso não seja possível o acesso, o professor/a poderá disponibilizar algumas equações e solicitar que os estudantes realizem desenhos para representar a balança inicial e as alterações realizadas para resolver a equação.
- Um conjunto de símbolos/orientações (disponíveis no Anexo 5) impresso com as orientações recortadas.
- Imagens das balanças, tabelas e sistemas que estão presentes ao longo dessa sequência didática (podem ser na versão impressa ou virtual, que poderá ser projetada para o estudante). Outra possibilidade é disponibilizá-las no próprio quadro da sala de aula.

Exemplo A



Exemplo B



Orientações gerais

Professor/a, iniciamos essa segunda sequência didática com o tema **Pensamento Algébrico**. Antes de conhecer as atividades sugeridas, vale uma reflexão sobre o ensino e a aprendizagem de álgebra nos anos finais do Ensino Fundamental e no Ensino Médio. Embora ela ocupe grande parte do tempo das aulas de Matemática nestes segmentos, é do conhecimento de todos os professores que a maioria dos estudantes encontra muitas dificuldades para aprender álgebra. Essas dificuldades podem estar relacionadas ao fato de que, muitas vezes, os temas desta unidade temática da matemática na BNCC são apresentados aos estudantes como regras prontas, sem significado, sem justificativas, sem que eles entendam o porquê delas. Assim, em um primeiro momento, eles até aplicam essas regras de forma mecânica, mas logo em seguida esquecem os procedimentos utilizados.

Neste cenário, faz-se necessário um novo olhar para o ensino de Álgebra. As atividades apresentadas nesta sequência didática representam algumas alternativas para atribuir novos significados ao desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes do Ensino Médio. Vale ressaltar que o ensino e a aprendizagem de álgebra devem contemplar as quatro ideias nela envolvidas:

Mesmo que seus estudantes tenham estudado esse tema antes, sugerimos que façam essas atividades para que possam relembrar, entender melhor a relação entre ideias importantes envolvidas no ensino de Álgebra e garantir a alfabetização dos estudantes nessa linguagem com atividades que lhes permitam desenvolver um conjunto de habilidades para pensar e resolver situações no campo algébrico, tais como:

- Expressar generalidades com base na observação de regularidades numéricas ou geométricas.
- Reconhecer a letra como incógnita, isto é, representação de valor indeterminado ou genérico.
- Reconhecer situação na qual duas ou mais variáveis se relacionam e, neste caso, a letra como variável numa relação algébrica.
- Expressar a relação entre as variáveis algebricamente, graficamente, por tabelas, esquemas.
- Traduzir uma situação-problema em uma equação ou inequação.

Vale a pena ler a respeito da importância da Matemática visual, disponível em bityli.com/mat-visual (acesso em 05/06/2022).

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 1

2 aulas > Aula 1:

Acolhimento

Professor/a, para iniciar esta segunda SD, sugerimos uma conversa para conhecer as experiências dos estudantes relacionadas ao tema álgebra. Faça algumas perguntas para motivar a discussão, como:

- Você já estudou álgebra?
- O que você lembra desse estudo?

Peça que contem sobre o que lembram a respeito desse conteúdo. Não se assuste nem comente caso digam que não sabem, que não gostam, que é difícil, que não entendem nada. Esse é um momento de acolhida dessas impressões. Você pode também pedir que desenhem em um pequeno cartão ou pedaço de papel um emoji de triste, feliz ou indiferente para mostrar o que sentem. Podem deixar o emoji no caderno e, depois, quando finalizar a sequência de atividades, vocês podem retomar essa percepção inicial para que eles avaliem se mudaram ou não seu sentimento em relação à álgebra.

Lembre-os sempre que são capazes de aprender álgebra, que você confia nisso e que as atividades que virão vão ajudá-los nesse processo, mas que precisarão trabalhar em cada atividade com foco, que devem fazer perguntas quando tiverem dúvidas e que não devem desistir.

Apresente a eles a sequência de figuras ao lado.

Peça que, em duplas ou grupos, discutam como cada figura foi formada. Sugerimos que você entregue aos estudante papel quadriculado e canetinhas coloridas para que eles montem as sequências apresentadas com desenhos e que mostrem, usando cores, como percebem o padrão de crescimento sendo construído de uma figura para a outra.

É importante incentivar os estudantes a encontrar múltiplas formas de descrever os padrões por meio da codificação por cores e palavras, esse movimento aguça o olhar para a observação e para a percepção dos padrões, e é um ponto de partida importante para representações mais abstratas.

Além disso, é possível trabalhar o desenvolvimento das Competências Gerais 2 e 4 da BNCC, bem como as competências 3 e 4 de matemática para o Ensino Médio. Você pode relembrar essas competências aqui: Matemática e suas tecnologias, disponível em: bityli.com/mat-e-tec (acesso em 05/06/2022).

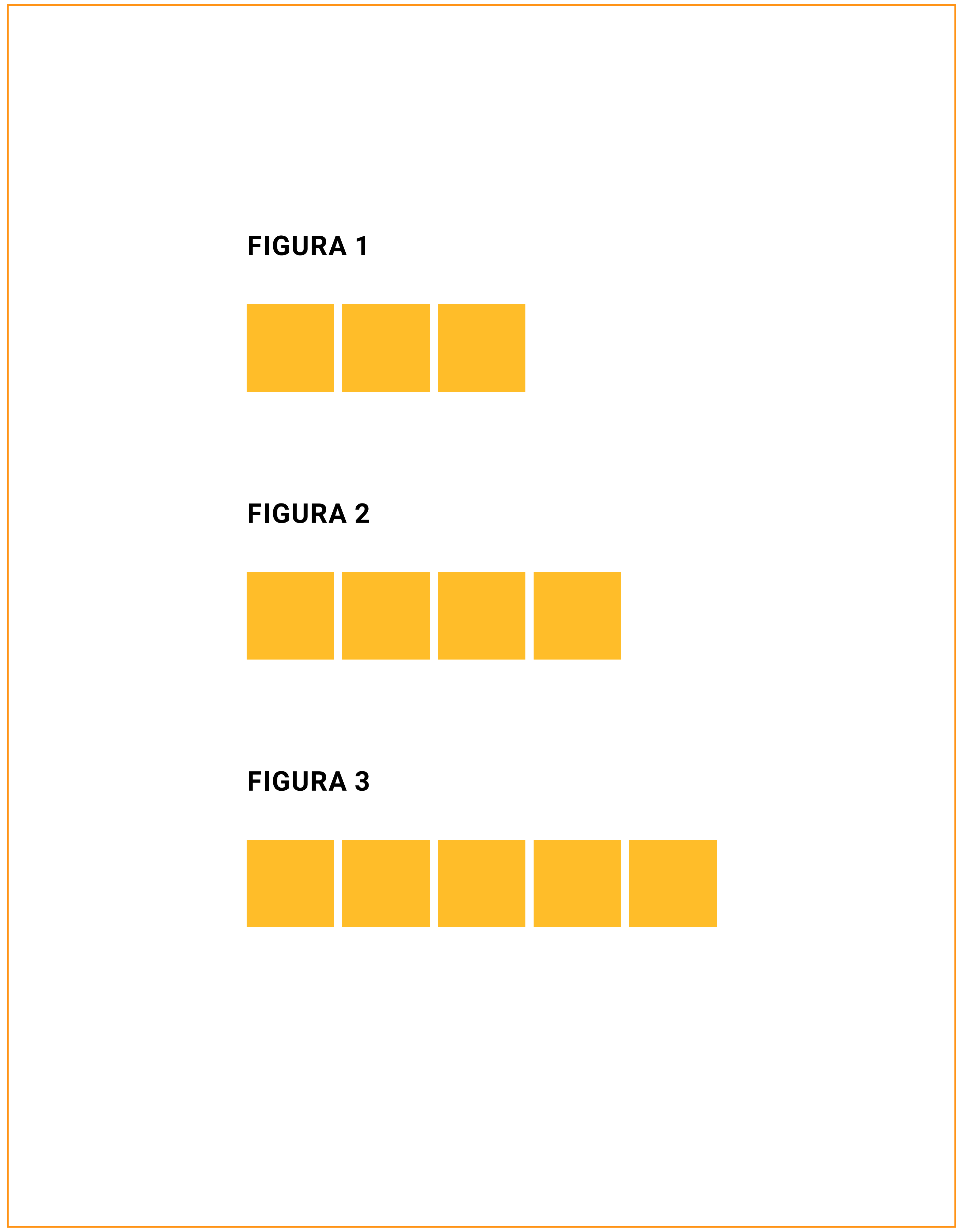
Eles podem dizer:

- *Vai crescendo um quadradinho a cada figura.*
- *Mais 1.*
- *Vai ficando uma escadinha, um novo degrau.*
- *Vai ficando mais comprido, uma unidade a mais.*

Permita que usem a linguagem que melhor possibilite exprimir suas percepções. Então avance nas discussões e peça que desenhem como seriam a 4ª, a 5ª e 6ª figuras desse padrão. Discuta a importância dos recursos visuais para verificar o padrão de crescimento. A seguir, desafie o grupo:

- *Sem desenhar, vocês saberiam dizer quantos retângulos azuis terá a 8ª figura dessa sequência? Discutam em duplas.*

Esse exercício é importante para que os estudantes verifiquem que contar a quantidade de quadradinhos vai ajudá-los a identificar e prever o crescimento. Não solicite que façam isso, mas verifique se eles escolhem contar e como o fazem. Você pode fazer perguntas sobre como isso vai ajudá-los a identificar padrões e como eles podem registrar as conclusões.



Deixe que socializem como pensaram para descobrir a quantidade de quadradinhos para a 8ª figura e sugira que completem um quadro como o abaixo para encontrar o número de figuras amarelas:

Número da figura	Número de retângulos amarelos
1	3
2	
	5
10	
30	
	102

Questione-os:

- *Existe alguma regularidade, algo que se repete, no quadro?*
- *Qual a relação entre o número de retângulos amarelos de uma figura e a sua posição na sequência?*
- *Expliquem.*

Essa proposta tem como intenção auxiliá-los a apurar a suas percepções sobre os padrões para prever casos posteriores e evoluírem para a generalização dos padrões.

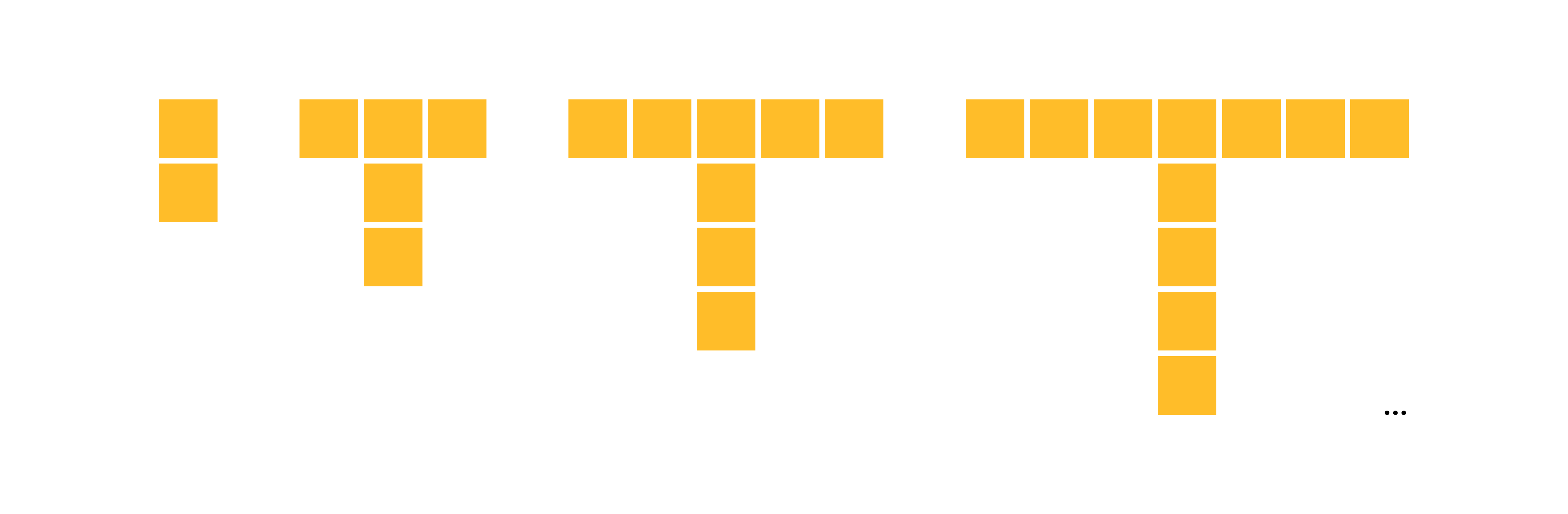
Após a discussão e o preenchimento da tabela, desafie-os a pensar se poderíamos dizer a quantidade de quadradinhos amarelos em uma figura que estivesse numa posição qualquer, por exemplo, e como poderíamos escrever isso matematicamente.

Explore o que seria uma escrita do tipo p + 2, em que p é a posição da figura.

Após essa primeira exploração, avance para um padrão um pouco mais complexo, realizando movimento de discussão semelhante ao anterior. Entregue material para que os estudantes reproduzam a sequência (pode ser folha quadriculada e canetinhas, assim como cubinhos de material dourado). Verifique se os estudantes trabalham com mais autonomia na execução desta proposta. Acompanhe as duplas em sua execução.

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 1 ▸ EXERCÍCIO 2

Apresente a sequência de figuras abaixo.

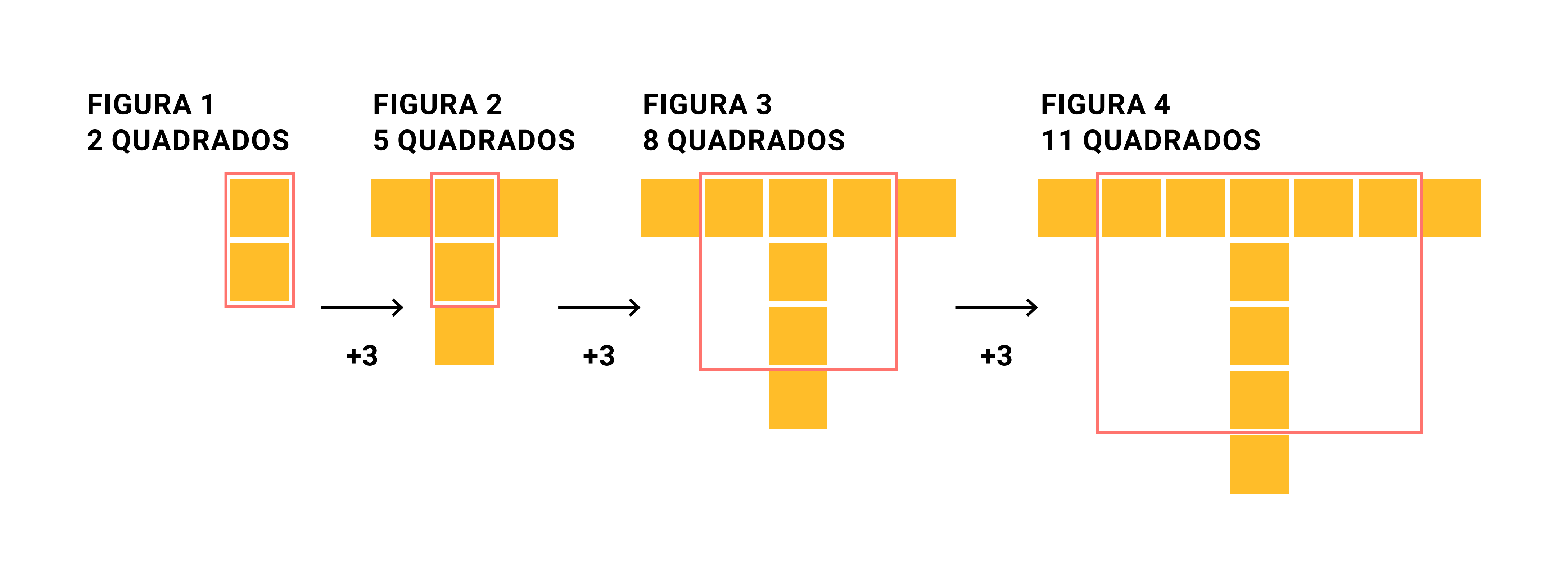


Proponha as seguintes questões:

a) Como é a próxima figura dessa sequência? Desenhe-a.
b) Quantos quadradinhos tem cada figura?
E a próxima figura, quantos quadradinhos ela terá?
c) Quantos quadradinhos tem a 10ª figura?
E a 15ª figura?
d) Quantos quadradinhos tem uma figura em uma posição qualquer?

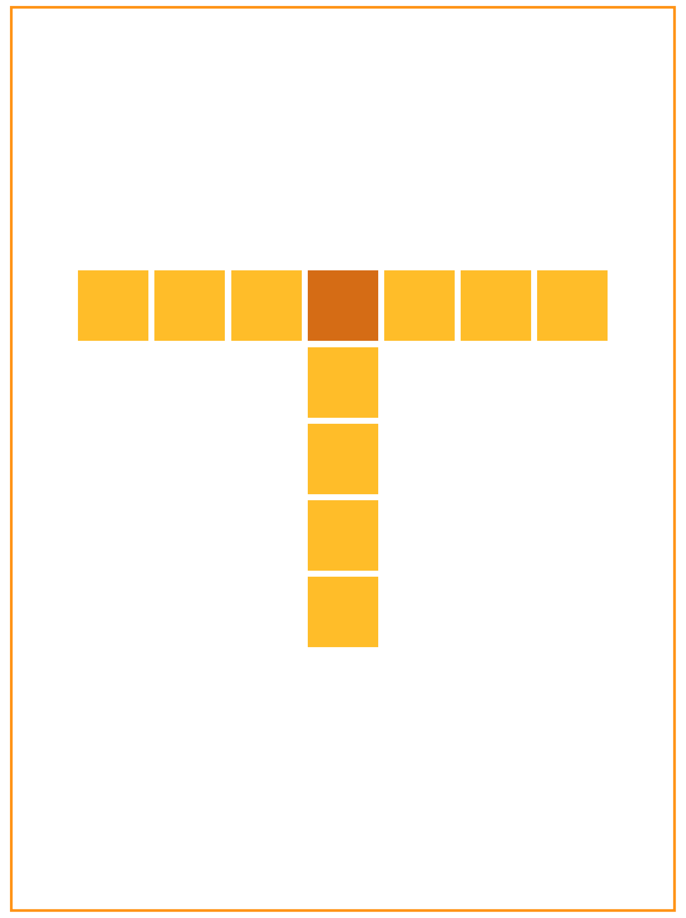
As respostas esperadas são:

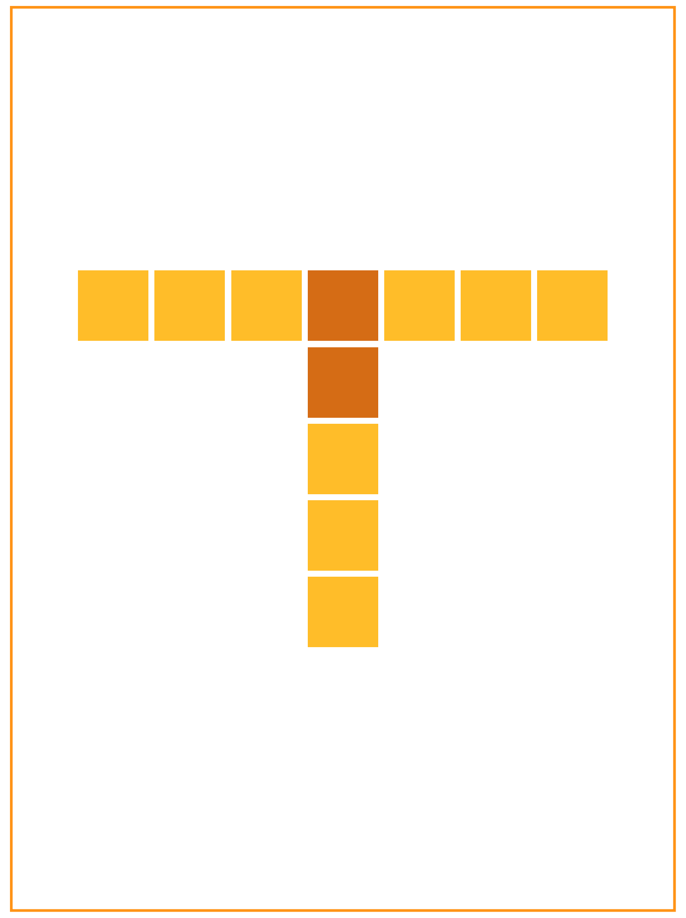
a) O desenho de um T com 9 quadrados no braço horizontal e 6 quadrados no braço vertical.
b) 2, 5, 8, 11 quadradinhos; e a próxima figura terá 14 quadradinhos.
c) 10ª figura com 29 quadrados e a 15ª figura com 44 quadrados.
d) Aqui é que se espera uma variedade de respostas e vamos comentar algumas delas:
- Alguns alunos dizem que para saber quantos quadrados tem uma figura em uma posição qualquer “é só somar 3 quadrados ao número de quadrados da posição anterior”.
- Outros dizem “para encontrar uma figura, copie a figura anterior e coloque um quadradinho a mais em cada uma das extremidades. Veja o exemplo a seguir. Nesse caso, seria preciso saber quantos quadrados tem a figura anterior, o que pode ser pouco prático para descobrir o total de quadrados da figura na posição 1.000, por exemplo.
- Outra possibilidade é: “o número de quadrados é 3 vezes a posição menos 1”.



Incentive os estudantes a observar o padrão a partir da visualização das figuras e mostrar como pensaram. Por exemplo:

- Na posição 4, contamos 3 vezes 4 e retiramos 1, que é o quadrado cinza que foi contado duas vezes.
- O número de quadrados é 2 mais 3 vezes a posição menos 1.
- Na posição 4, contamos 3 vezes 3, 3 em cada braço da letra T e, depois, somamos 2 quadrados hachurados do centro da figura.





Espera-se assim chegar às escritas simbólicas, de uma das duas expressões algébricas:

3 x p – 1 e 2 + 3 x (p – 1), em que p é a posição da figura na sequência.

Terminada a atividade, escolha algumas duplas para que eles apresentem suas respostas no quadro e incentive o debate e a apresentação de diferentes formas de pensar para se chegar à resposta. Analise com os estudantes semelhanças, diferenças e possíveis equívocos nas soluções encontradas. Explore as expressões matemáticas de modo que os estudantes percebam que, apesar de terem chegado em escritas de forma diferentes, essas expressões são equivalentes.

Apresente algumas questões norteadoras, como:

- É possível partir da expressão 2 + 3 x (p – 1) e obter 3 x p – 1?

Esse é um momento importante para retomar as manipulações algébricas, como o uso da propriedade distributiva e a manipulação de termos semelhantes:

- 2 + 3 x (p -1) = 2 + 3 x p - 3 = 3 x p - 1

Se alguma dupla apresentar resposta diferente, peça que mostrem como chegaram a ela, não para dizer que ela está errada, mas para entender como esses estudantes pensaram e para que eles se conscientizem do que não perceberam, ou do porquê sua resposta não está adequada. Socialize com os estudantes suas observações sobre as falas deles durante a resolução.

Organize um fechamento da atividade e ajude os alunos a tomar nota das conclusões de cada proposta.

A intenção dessa proposta inicial é aquecer o grupo para que você possa entender o que eles já conhecem sobre álgebra: se descrevem uma regularidade presente em uma sequência, se utilizam letras para generalizar padrões, se comparam diferentes escritas para um mesmo fato ou padrão, como resolvem problemas e argumentam logicamente, etc.

Para se aprofundar

Se considerar necessário, para todos os estudantes, ou de modo especial para aqueles que ainda apresentaram muitas dúvidas, neste momento você poderá explorar mais algumas sequências, figurais ou numéricas, propondo situações que estão em livros didáticos do 7º ano do Ensino Fundamental ou mesmo as que estão disponíveis nos seguintes materiais:

- Planos de aula Nova Escola, disponíveis em: bityli.com/padroes-seq-num e bityli.com/seq-exp-alg.
- Youcubed: "O problema da borda", disponível em: bityli.com/prob-da-borda (acessos em 01/06/2022)

Com base na sua análise a respeito do conhecimento dos estudantes, você poderá selecionar as propostas apresentadas a seguir na rotação por estações.

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 2

2 aulas > Aula 2:

Sequências – Padrão, generalização em linguagem algébrica: rotação por estações

Professor/a, neste momento, revisitaremos conhecimentos importantes acerca do trabalho com Álgebra. O foco é desenvolver as habilidades EF07MA13, EF07MA15 e EF08MA06, que tratam da escrita algébrica, do valor numérico de uma expressão, da ideia de variável e incógnita e do trabalho com padrões e generalizações, que são conhecimentos prévios da habilidade EM13MAT510. Observe que aqui também fizemos uma escolha que foi dar um passo atrás e retomar habilidades estruturantes para aprendizagem da álgebra para, então, voltar ao que precisa ser ensinado neste ano. Esta é a ideia da recomposição da aprendizagem e do *continuum* curricular: não paramos tudo para ensinar todas as habilidades anteriores, mas vamos fazer as essenciais para o estudante seguir aprendendo, avançar com mais conhecimento neste e nos próximos anos.

Você pode iniciar o momento explicando aos estudantes que mais uma vez eles vão vivenciar a metodologia da rotação por estações. Pergunte se eles lembram como foi vivenciar essa metodologia na SD 1 e, se necessário, retome as orientações para essa rotação. Explique que o foco agora é estudar as ideias iniciais envolvidas no estudo da álgebra. Diga que terão cerca de 20 minutos para realizar a proposta de cada estação (se necessário, você pode rever esse tempo e adaptá-lo às necessidades de sua turma).

Use, preferencialmente, uma aula dupla.

Atenção, professor/a: os estudantes devem estar organizados em 4 grupos, com 4 ou 5 componentes cada, e cada grupo deverá passar pelas 4 estações. Oriente-os a fazer os registros no caderno, pois o material disponível em cada estação será utilizado por todos os grupos. Caso sua turma seja mais numerosa, você pode organizar duas estações 1, duas estações 2, duas estações 3 e duas 4. Ao término de cada etapa, certifique-se que todos os grupos concluíram a proposta e oriente-os a movimentar-se para a próxima estação.

Recomendamos que releia as sugestões de gestão da aula do início desta sequência e que organize a sala com antecedência, o que pode ser feito com a ajuda dos estudantes, disponibilizando o material necessário em cada estação, conforme orientações seguir:

Estação 1

- 1 cópia impressa ou virtual do Anexo 1 – Padrão, generalização e linguagem algébrica.
- Caderno do estudante para os registros.

Estação 2

- 1 cópia impressa ou virtual do Anexo 2 – Uma máquina de calcular diferente.
- Outra opção é explorar a “máquina de calcular diferente” virtual, disponível em bityli.com/function-builder.
- Caderno do estudante para os registros.

Estação 3

- 1 kit do jogo “Maneiras de escrever”, em versão impressa ou virtual, contendo as cartas azuis e amarelas recortadas, uma cópia das tabelas da Etapa 2.
- Caderno do estudante para os registros.

Estação 4

- Acesso ao aplicativo bityli.com/equality-explorer. Caso não seja possível o acesso, o professor/a poderá solicitar que os estudantes realizem desenhos para mostrar as alterações solicitadas.
- 1 cópia do Anexo 4.
- Caderno do estudante para os registros.

Professor/a, enquanto os estudantes realizam as propostas apresentadas nas 4 estações, circule pelos grupos para solucionar possíveis dúvidas e fazer os alinhamentos necessários. Registre as dificuldades encontradas pelos estudantes e os possíveis alinhamentos necessários para retomá-los no momento de discussão coletiva, proposta logo após a rotação na próxima aula.

Evite dar respostas prontas, procure sempre apresentar novas perguntas para levar os estudantes à reflexão, à investigação, à formulação/validação de hipóteses, a fazer descobertas e tirar conclusões. Por exemplo:

Na estação 1

- Quais estratégias vocês encontraram para identificar a formação da sequência? Conte para mim!

Na estação 2

- O que foi mais desafiador: encontrar a saída quando na entrada tinha ‘x’ ou encontrar a entrada quando na saída tinha ‘p+2’? Por quê?

Na estação 3

- Como vocês registraram alguns momentos do jogo?

Nos momentos de mediação entre os grupos, é importante um olhar atento para as meninas, considerando as diferenças nas expectativas em relação ao desempenho de meninos e meninas. Como se sabe, as meninas muitas vezes são pouco estimuladas a desenvolver habilidades como raciocínio lógico, cálculo, entre outras. É preciso incentivar a participação delas nas aulas de matemática, inclusive cuidando para que elas tenham espaço para apresentar suas estratégias, contar as suas dúvidas, ir ao quadro etc. Atente-se a isso!

Aproveite também o momento para verificar se os grupos trabalham em harmonia, se os estudantes colaboram com sua equipe e têm a oportunidade de expor suas ideias para o grupo. Conte aos estudantes que você os observará durante a realização da proposta com este foco. Faça registro e tome nota das suas observações, elas são essenciais para que, numa próxima atividade em grupo, se necessário, você organize os estudantes com outra configuração, de forma a tornar os grupos mais produtivos. Ao final da aula, dê feedback aos estudantes acerca das suas observações sobre os pontos combinados.

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 3

1 aula:

Organizando as aprendizagens

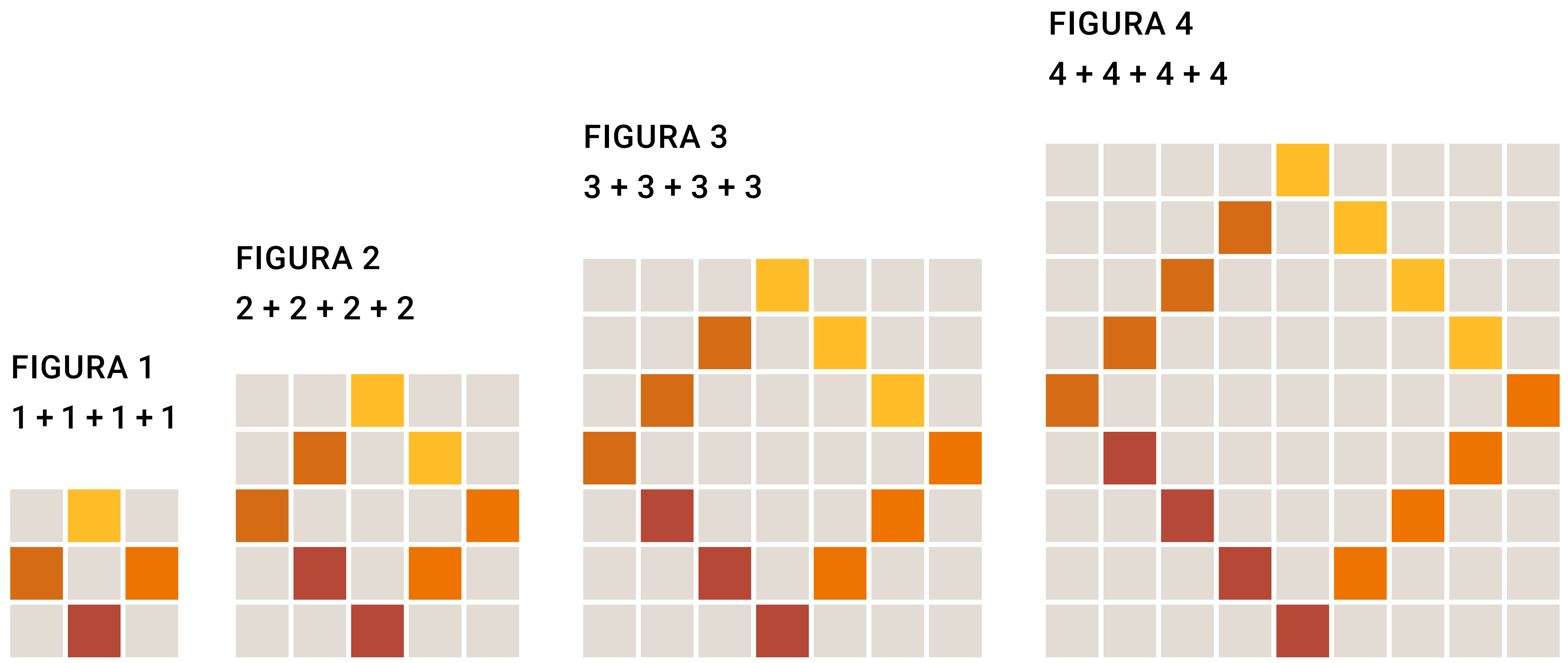
Professor/a, após todos concluírem a rotação nas 4 estações, abra uma roda de conversa e convide um componente de cada grupo para socializar os registros e as conclusões de cada estação.

Apresentamos, a seguir, as respostas esperadas em algumas atividades apresentadas:

Espera-se que os estudantes identifiquem as regularidades exemplificadas ao lado.

Ou então: o número de quadradinhos escuros é 4 vezes a posição da figura na sequência.

Ao final, devem perceber que o número de quadradinhos em uma figura em uma posição qualquer é:
4x p ou p + p + p + p ou ainda: 2xp + 2xp.



Entrada	100	-210	319	-431	616	x	y-4
Saída	96	-214	315	-435	613	x-4	y-8

Entrada	3	9	-15	21	-36	a	-b/3
Saída	-9	-27	35	-63	108	-3a	b

Entrada	-30	-44	54	-104	p	- P	y-4
Saída	6	-14	-21	28	-51	(p+2):2	(-p+2):2

Entrada	1	2	3	4	m	m+1	-2m
Saída	3	5	7	9	2m+1	2m+3	-4m+1

O TRABALHO COM JOGO NA AULA DE MATEMÁTICA

Nesta proposta, o jogo aparece em uma das estações. Gostaríamos de trazer aqui algumas reflexões a respeito do trabalho com jogos nas aulas de matemática e a possibilidade de explorá-lo para além deste momento da estação. Os jogos podem ser vistos como situações-problema, nas quais, a cada movimento, há um novo desafio a ser vencido que exige análise e tomada de decisão. No jogo, essas habilidades são solicitadas diversas vezes, favorecendo o desenvolvimento do raciocínio lógico.

Sem dúvida, a situação de jogo substitui, com vantagem, as atividades em folhas impressas, nas quais, muitas vezes, o aluno está sozinho. No jogo, na interação com seus parceiros e oponentes, o jovem tem de controlar não apenas as suas jogadas, mas a de seus colegas, e precisa se comunicar com eles, argumentando e expondo suas dúvidas.

Sugerimos que um mesmo jogo seja jogado de 3 a 4 vezes pelos estudantes. Na primeira vez, o esforço cognitivo fica voltado à compreensão das regras e o foco está na busca da vitória. A partir da segunda vez que joga, o esforço cognitivo fica voltado para a aprendizagem da matemática envolvida. Para potencializar essa aprendizagem, no final de cada jogo, o professor/a pode pedir um tipo de registro diferente para o estudante, como: desenhar ou representar com linguagem matemática uma jogada vivenciada; ou escrever um texto para um colega contando suas descobertas e suas aprendizagens ou mesmo dando "pistas" para ele se sair melhor na próxima vez que jogar. Outra possibilidade é apresentar problemas a partir das situações vivenciadas no jogo; por exemplo, após finalizar o jogo, pedir que criem mais algumas cartas para ele. Explorar problemas do tipo: Julia escreveu a expressão 3x-4 em uma carta amarela. Qual a expressão em linguagem materna que ela deve escrever em uma carta azul para representar essa situação?

Quando você propõe várias explorações diferentes após um mesmo jogo com objetivos de aprendizagem definidos, está possibilitando uma gama de oportunidades de aprendizagem para o trabalho com a diversidade de estudantes existentes em uma única sala de aula.

Sabemos que cada estudante aprende em um ritmo diferente e de maneiras diferentes. Há pessoas que aprendem melhor falando ou ouvindo outros falarem, há pessoas que aprendem melhor escrevendo e outras aprendem melhor quando fazem desenhos ou esquemas; assim, a sequência de etapas planejadas para um mesmo jogo procura cuidar dessa diversidade.

O jogo também desenvolve competências socioemocionais, como autocontrole e autogestão, comunicação, empatia, respeito, colaboração, entre outras, contribuindo assim para o desenvolvimento integral do jovem, para a recomposição da aprendizagem, e permitindo avanços em aspectos que vão além de conteúdos.

ETAPA 1

Espera-se que nesta os estudantes realizem as propostas apresentadas no aplicativo Phet e concluam que as equações 3x+1=7 e 6x + 3 = 3x + 9 são equivalentes.

ETAPA 2

Sentença inicial: 2x + 5 = 7

a) 2x + 10 = 12. Sim, é equivalente à equação inicial, pois foram adicionadas 5 unidades em cada membro (ou prato da balança).

b) 4x + 5 = 2x + 7. Sim, é equivalente à equação inicial, pois adicionou-se 2x em cada membro (ou prato da balança).

c) 4x + 5 = 7. Não é equivalente à equação inicial, pois adicionou-se 2x apenas no 1º membro (ou no prato da esquerda da balança).

No item c, existem muitas respostas, como:
2x = 2, 2x + 4 = 6, 4x + 10 = 14, etc.

Professor/a, incentive os estudantes a explicar suas conclusões e aproveite o momento para verificar se eles utilizam o vocabulário correto e fazem uso de argumentos convincentes para justificar suas respostas, esse é um dos focos do trabalho que visam o letramento matemático dos estudantes.

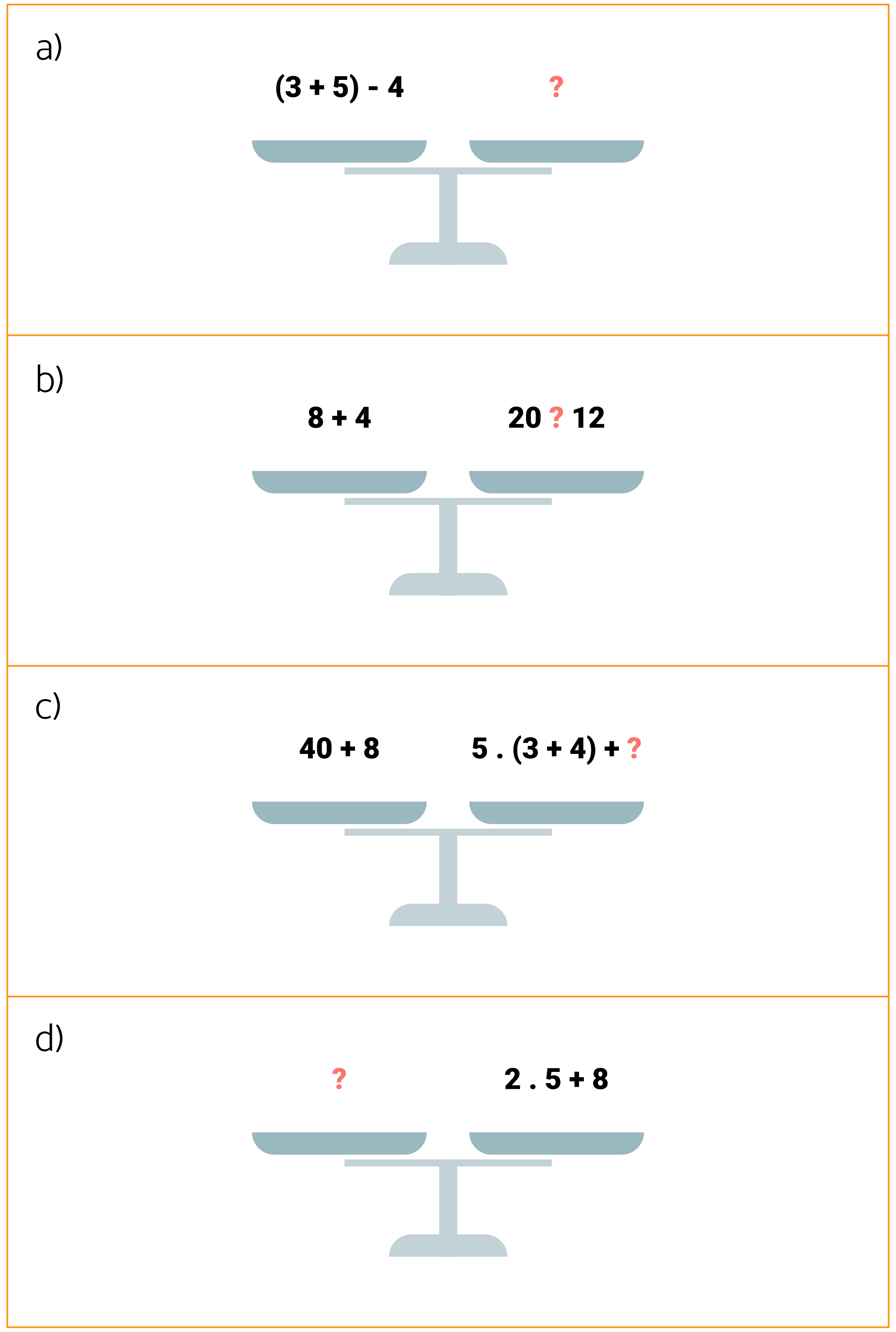
Nesta atividade, optamos pela metodologia ativa rotação por estações e o foco das atividades foi trazer com muita força duas ideias da álgebra que precisam ser compreendidas pelos jovens: a álgebra como linguagem para expressar generalizações e a álgebra como procedimento geral para resolver problemas. O trabalho com metodologias ativas está relacionado ao desenvolvimento das Competências Gerais 7, 9 e 10 da BNCC, que se relacionam com desenvolver diálogo, argumentação, empatia, autoconhecimento e autogestão.

Veja que essa escolha de metodologia e de conteúdos tem, portanto, como objetivo apresentar atividades que, pela sua forma, solicitem os valores do protagonismo dos estudantes, como: motivação, iniciativa, planejamento, execução e avaliação. Valores tão importantes para aprender matemática ou qualquer outro conhecimento e essenciais para a formação integral do jovem. Ao longo da discussão das propostas vividas, cultive esse olhar e inclua os estudantes nas reflexões e na condução das ideias matemáticas, envolvendo-os e oportunizando o desenvolvimento de diferentes caminhos cerebrais na aprendizagem matemática.

Certifique-se que todos tenham compreendido que as “fórmulas com letras” presentes nas expressões numéricas (situações apresentadas nas três primeiras estações) expressam uma regularidade observada e que, nesse caso, a letra é chamada de variável e pode assumir diferentes valores. Aproveite para enfatizar que essa é uma das funções da álgebra: expressar generalizações.

Para ampliar as discussões, compare as expressões das estações 2, 3 e 4. Escreva no quadro algumas delas, por exemplo: $2m+1$, $10 + y$, $2x + 5 = 7$, $2x+10=12$. Peça que os estudantes identifiquem semelhanças e diferenças entre elas. Garanta que percebam que as duas primeiras sentenças são abertas e que, nelas, a letra pode assumir diferentes valores numéricos, ou seja, a letra é uma variável. Já as duas últimas são sentenças fechadas e, nelas, a letra pode assumir um único valor numérico, pois só ele torna a sentença verdadeira. Aproveite para sistematizar que, nas expressões $2x + 5 = 7$ e $2x+10=12$, a letra assume o papel de incógnita e, para determinar o valor da incógnita, é possível utilizar diferentes estratégias: cálculo mental, tentativa e erro, operação inversa ou mesmo um “passo a passo” que será estudado no momento 4 desta SD. Formalize que expressões do tipo $ax+b=c$, em que a, b e c representam números reais e $a \neq 0$, são chamadas equações do 1º grau e que resolver uma equação do 1º grau é encontrar o valor da incógnita que a torna verdadeira.

Ao explorar a estação 4, aproveite para comentar sobre a ideia da igualdade como uma equivalência e não somente como o resultado de uma operação. Se considerar necessário, apresente aos estudantes situações envolvendo igualdades que tenham valores desconhecidos no 2º membro ou mesmo expressões em ambos os membros da sentença, como o exemplo apresentado abaixo. Observe que os itens a e d possuem muitas respostas.



Professor/a, após os estudantes socializarem suas estratégias, suas conclusões e discutirem as possíveis respostas, finalize esse momento convidando-os a contar como se sentiram durante a realização da proposta. Apresente algumas perguntas para conduzir a conversa, como:

- Como foi trabalhar em grupos e ter de resolver questões desafiantes?
- Houve colaboração entre os estudantes?
- Tiveram vontade de desistir em algum momento?

Utilize as rubricas propostas no protocolo de avaliação da Iniciativa Fortalecimento da Aprendizagem para envolver os estudantes nesse método de tomar consciência dos processos que envolvem o conhecimento, a sua motivação e as estratégias que usam para aprender.

É importante que os estudantes tenham clareza que momentos de trabalho em equipe serão uma constante na vida escolar e profissional, e é importante refletir e se sentir à vontade para interagir com os colegas nessas situações. Se desejar, pode explorar com eles as competências gerais da BNCC e analisar quais estão sendo desenvolvidas nas atividades. Pode fazer o mesmo com as específicas de matemática.

Faça uma devolutiva estruturada a todos sobre suas avaliações em relação ao trabalho com Álgebra nesta primeira etapa e, se necessário, reavalie seu planejamento, inclua novas propostas que vão ao encontro das necessidades apresentadas pelos seus estudantes. Você pode procurá-las nos livros didáticos ou em Planos de Aula da Nova escola.

Para se aprofundar

Com base nas atividades disparadoras presentes nas estações, é possível ampliar propostas de trabalho de acordo com as necessidades dos seus estudantes. Selecionamos algumas possibilidades:

- Atividades do Geogebra – *Equação do 1º grau*, disponível em: bityli.com/equa-1grau (acesso em 13/05/2022).

- Nova Escola – *Sequência de planos de aula para o trabalho com as ideias iniciais da Álgebra*, disponível em: bityli.com/alg-iniciais (acesso em 13/05/2022).

Você poderá, dentro da sala de aula, montar um trabalho diferenciado para cada grupo em função dos seus conhecimentos e possibilidades de avanços.

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 4

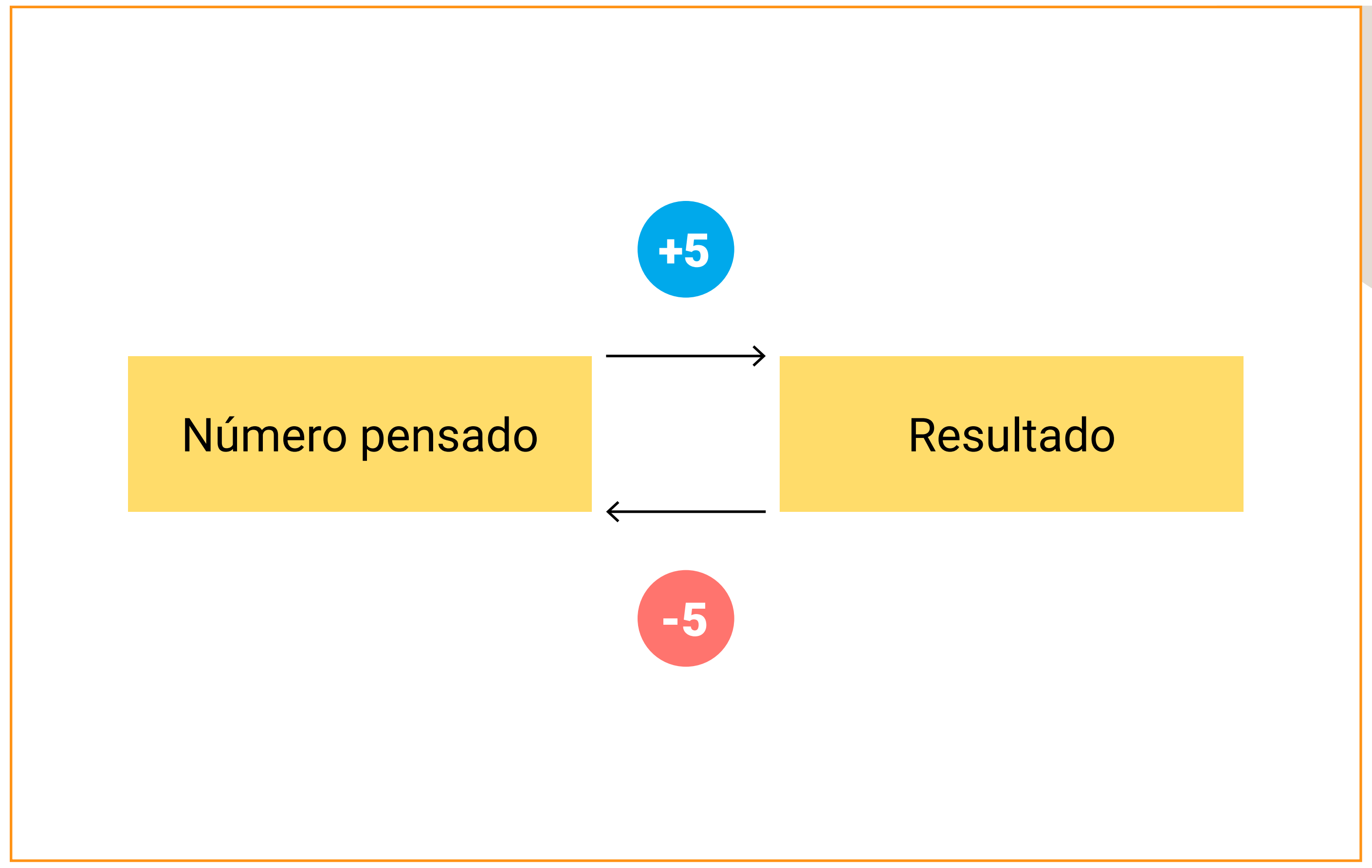
1 aula:

Resolvendo equações do 1º grau

Professor/a, neste momento da sequência, o foco é desenvolver a seguinte habilidade dos anos finais: EF07MA18 - Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade.

Inicie o momento convidando os estudantes a “brincar” de adivinhar o número pensado. Desafie um estudante a pensar em um número e escrevê-lo no papel. Em seguida, peça que some 5 unidades ao número pensado e que diga o resultado obtido. Convide-o a escrever na lousa uma sentença para representar essa situação. Espera-se que o estudante escreva uma equação do tipo $y+5=c$, por exemplo, $y + 5 = 23$.

Convide então outro estudante para adivinhar o número pensado e explicar como o descobriu. Garanta que todos perceberam que, para descobrir o resultado, é preciso subtrair 5 unidades, pois a ideia aqui é trabalhar com a operação inversa para “desfazer” o cálculo realizado.



Relembre também a ideia do equilíbrio dos pratos da balança e enfatize que é preciso efetuar essa operação nos dois membros da equação (como fizeram nos dois pratos da balança para manter o equilíbrio). Aproveite o momento para registrar o processo no quadro:

$y + 5 = 23$
$y + 5 - 5 = 23 - 5$
$y = 18$

Sistematize que a expressão é uma equação do 1º grau e que o número pensado é o valor da incógnita. Retome com os estudantes a diferença entre variável e incógnita explorada nas propostas da rotação por estações realizadas anteriormente. É importante que percebam que resolver uma equação do 1º grau é encontrar o valor da incógnita que torna a sentença verdadeira.

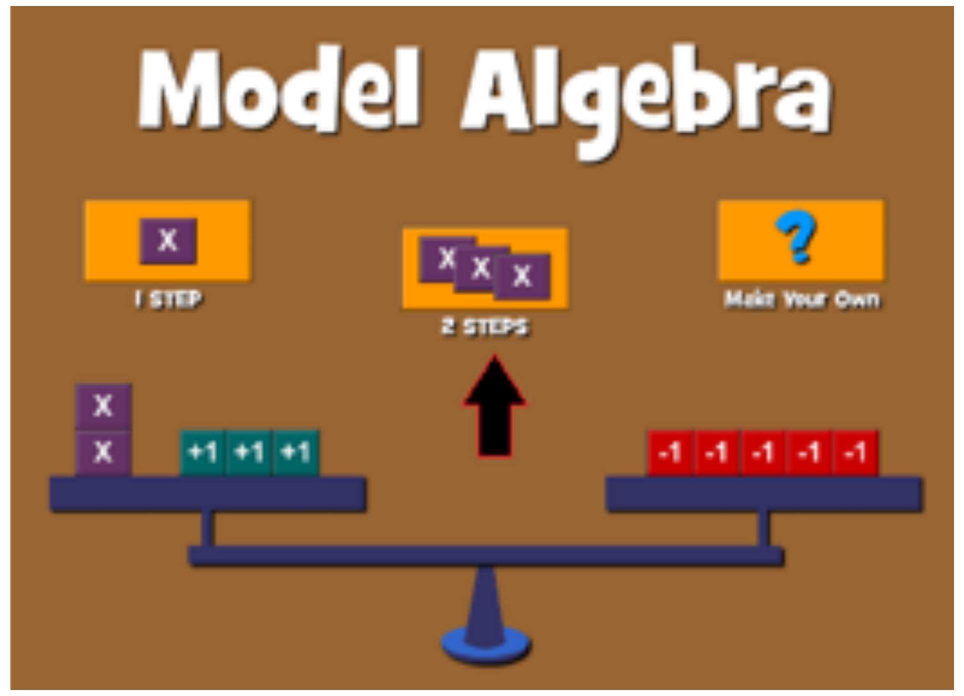
Apresente outras situações de adivinha e convide os estudantes a encontrar os números pensados pelos colegas e a fazer os registros no quadro para explicar como pensaram. Você pode pedir que pense em um número e subtraia 4, ou multiplique por 5, ou divida por 2 etc.

Mostre para os estudantes que as equações mais simples, como $x-3=8$, podem ser resolvidas com a estratégia da operação inversa, porém as mais complexas, como $(3x-8)/3-4=2x-1$, talvez exijam uma estratégia mais elaborada.

Para vivenciar a resolução de outras equações, organize os estudantes em duplas. Peça que acessem bityli.com/algebra-eq. Diga que esse aplicativo é similar ao já utilizado na estação 4 da atividade anterior. Oriente-os a selecionar o 2º nível (2 steps) e representar nos pratos da balança a equação disponibilizada. Caso não seja possível o acesso, você poderá disponibilizar algumas equações e solicitar que os estudantes realizem desenhos para representar a balança inicial e as alterações realizadas para resolver a equação.

Por que sugerimos a exploração pelo aplicativo?

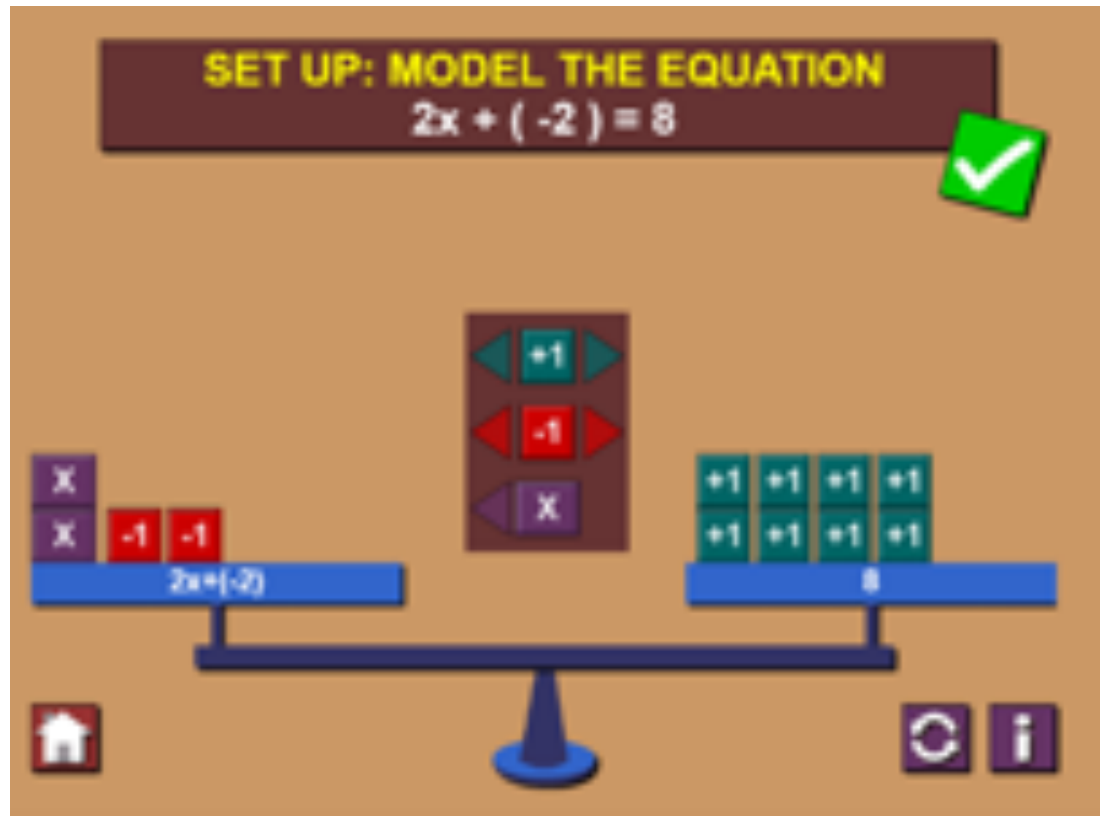
Pelas diversas possibilidades e mobilizações de competências possíveis. A dinâmica proposta pelo aplicativo é muito diferente da dinâmica sem o mesmo. Ao utilizar o aplicativo, cada estudante faz a sua equação, e algumas competências e habilidades não vão ser trabalhadas da mesma forma que seriam caso o professor estabelecesse as mesmas equações para todos. Além disso, o aplicativo permite ao estudante testar, errar, reavaliar o processo, isto é, autorregular o seu processo de aprendizagem, detalhe que a equação no papel só permitirá dependendo da ação do professor durante e após a resolução. Outro ponto de destaque é que, no aplicativo, o estudante precisa movimentar as "peças", de forma autônoma, buscando sempre o equilíbrio da balança e a resolução da equação, já no papel esse protagonismo pode não ficar tão evidente. Dito isso, fica aqui uma reflexão: sem a utilização do aplicativo, alguns detalhes acabam se perdendo, então, professor/a, se houver condições de internet, não desista do uso da tecnologia para potencializar a aprendizagem do seu estudante.

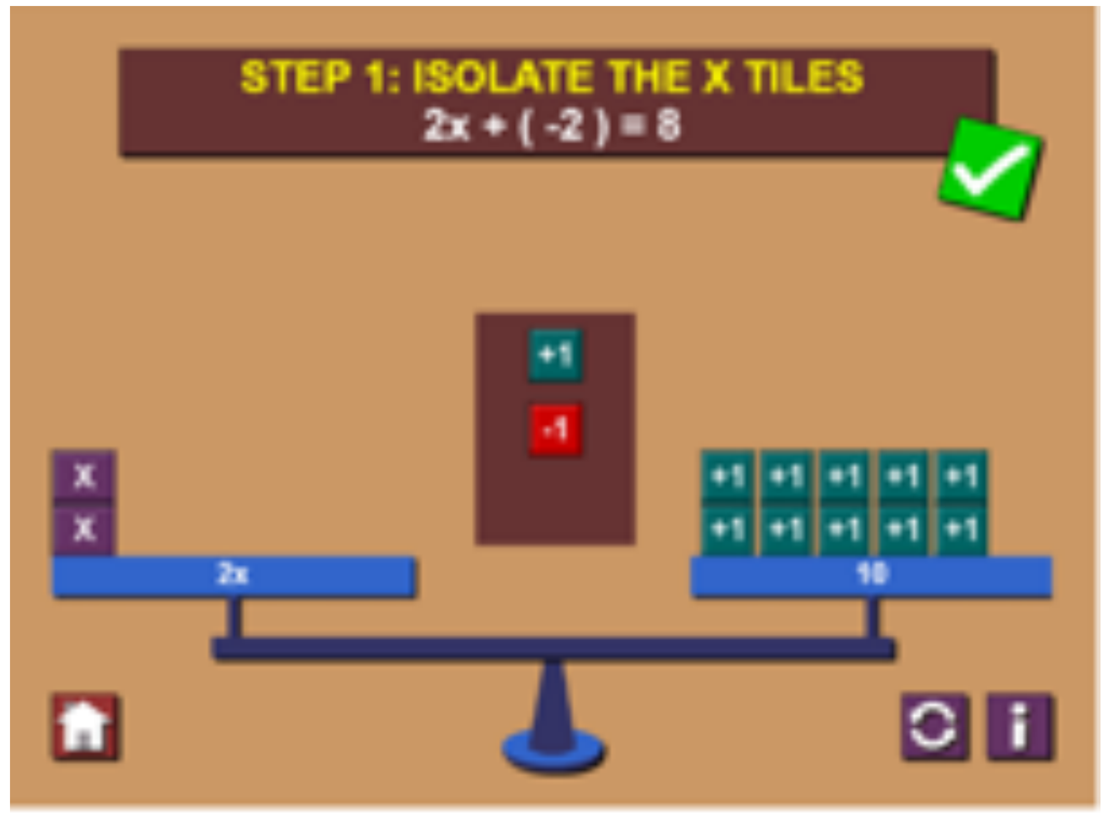


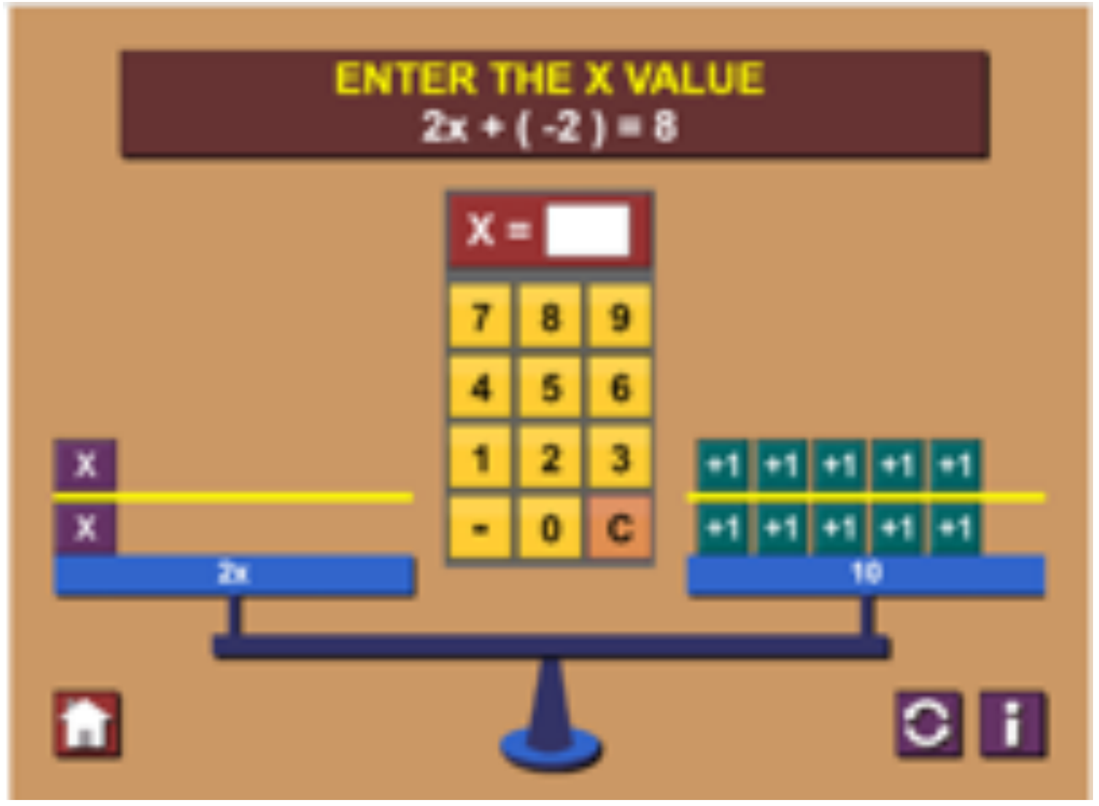
Atenção, professor/a: provavelmente cada dispositivo terá acesso a uma equação diferente, o que evidencia o quanto o trabalho com esse aplicativo desenvolve a autonomia do estudante e possibilita momentos de metacognição e autorregulação da aprendizagem.

Quando a equação estiver correta, aparecerá na tela o símbolo . O estudante clica sobre esse símbolo e, em seguida, começa a resolver a equação. A ideia é utilizar a operação inversa. Incentive-os a registrar todas as passagens realizadas na resolução. Ao terminar a resolução, novamente surge o símbolo . O estudante clica sobre ele e digita na calculadora a resposta da equação.

Incentive os estudantes a registrar todas as etapas da resolução em seu caderno. Veja um exemplo:







Enquanto realizam a proposta, circule pelas duplas e verifique se representam corretamente as equações, se reconhecem a necessidade de trabalhar com operações inversas nos dois membros da equação e se utilizam a simbologia adequada para registrar a resolução.

Proponha que cada dupla resolva 2 ou 3 equações do aplicativo. No final da atividade, sugerimos algumas possíveis dinâmicas para envolver os estudantes na reflexão e apropriação das habilidades desenvolvidas na atividade. É preciso que os estudantes ganhem certa fluência na resolução de equações do 1º grau. Escolha a dinâmica que considerar mais apropriada ao seu grupo:

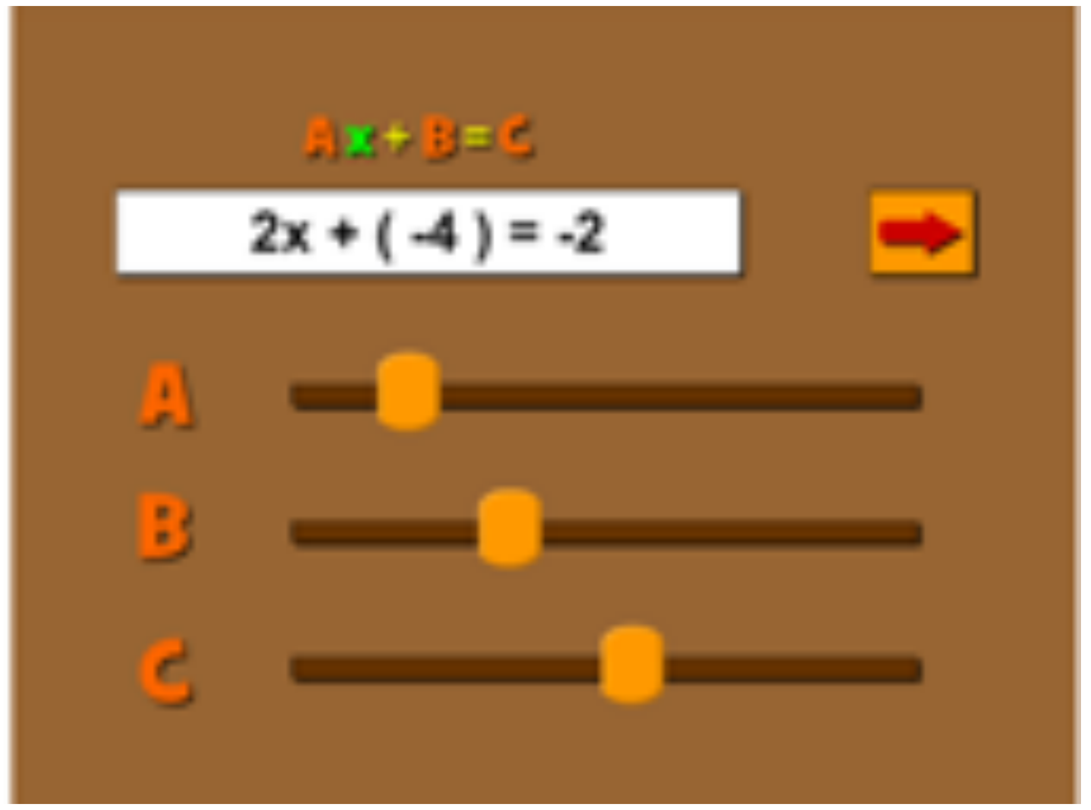
01. Peça que cada dupla escolha uma das equações resolvidas, escreva essa equação em um papel e desafie outra dupla a resolvê-la. Ao final, a dupla que fez a proposta deve ajudar a dupla que a resolveu a corrigi-la, identificando o que está correto e chamando a atenção para os possíveis erros cometidos.

02. Outra possibilidade é pedir que cada dupla selecione 1 ou 2 equações, dentre as resolvidas, e coloque-a no quadro. O professor organiza uma pequena lista com umas 10 equações e todos resolvem, separando aquelas que consideraram mais fácil daquelas que consideraram mais difíceis. Para as equações consideradas mais difíceis, o grupo poderá redigir uma lista de dicas com cuidados para não errar.

03. Outra opção ainda é organizar uma lista com 5 ou 6 equações selecionadas pelo grupo como as mais difíceis e apresentá-las à turma resolvidas, algumas corretamente e outras com erros, para que, em duplas, eles possam corrigi-las e indicar quais estão erradas e o tipo de erro cometido.

A respeito do erro nas aulas de matemática, você pode ver "Os erros fazem o cérebro crescer", disponível em: bityli.com/cerebro-erros (acesso em 05/05/2022).

Para ampliar as aprendizagens, também é possível que os estudantes, utilizando o aplicativo, elaborem equações e desafiem os colegas a resolvê-las. Peça que acessem novamente o aplicativo Model Algebra, em bityli.com/algebra-eq, e selecionem o ícone "make your own". Em seguida, movimente os controles deslizantes de modo a obter os valores de a, b e c para elaborar a equação desejada.



Atenção para a avaliação!

Professor/a, após essa sequência de propostas com foco na resolução da equação de 1º grau, sugerimos que você realize uma atividade em que a tarefa dos estudantes é encontrar o erro na resolução de algumas equações e justificá-lo, resolvendo-o corretamente em seguida. Você poderá propô-lo em dupla ou individualmente.

01. Descubra os erros na resolução das equações, justifique-os e resolva-as corretamente.

a) $3 . x + 6 = 33$
$3 . x = 33 + 6$
$3 . x = 39$
$x = 39 / 3$
$x = 13$

b) $4 . (x + 2) = 30$
$4 . x + 2 = 30$
$4 . x = 30 - 2$
$4 . x = 28$
$x = 28 / 4$
$x = 7$

c) $-4 . (x - 3) = 4$
$-4 . x - 12 = 40$
$-4 . x = 40 + 12$
$-4 . x = 52$
$x = 52 / -4$
$x = -13$

POR QUE TRABALHAR A ANÁLISE DE ERROS COMO INSTRUMENTO DE AVALIAÇÃO?

Olhar para os erros é investigar seus significados, observá-los segundo diferentes pontos de vista e, desse modo, possibilitar uma postura mais crítica sobre o que se sabe e o que falta aprender. A análise dos erros é, a nosso ver, uma das formas mais legítimas de uma avaliação personalizada e interativa.

Para o estudante, a análise de erros confere sentido e importância aos percursos pessoais, permitindo a obtenção de referências, a possibilidade de perceber outros caminhos, deixando de ser um fator de inibição para constituir um elemento inerente ao caminhar da aprendizagem. Trata-se de um momento de parada para rever procedimentos, pensar novamente e reorganizar percursos.

Após a realização da atividade pelos estudantes, você poderá propor uma discussão com o grupo a respeito da resposta ou o resultado da atividade errada. Esta é uma das formas de trabalho que contribui muito para o estudante rever suas estratégias, verificar se comete erros semelhantes e reorganizar os procedimentos em busca de uma solução correta. Ações nesse sentido favorecem o desenvolvimento da autonomia dos estudantes, contribuindo para que eles também se tornem reflexivos sobre suas produções e para que não desenvolvam crenças sobre suas aprendizagens, tais como:

- Não vale a pena perder tempo refletindo sobre uma questão.
- O importante é dar a resposta certa ao que o professor solicita.
- Não podemos aprender nada com os erros.
- Sair-se bem na avaliação é uma questão de esforço.
- A prática solitária é a forma de vencer dificuldades.

Sugerimos que faça uma parada e verifique, a partir da avaliação dos avanços, as conquistas e as dificuldades dos estudantes frente ao desenvolvimento das habilidades desta sequência.

Caso perceba que grande parte dos estudantes ainda necessita aprofundar ou retomar conhecimentos acerca da resolução de equações do 1º grau, sugerimos que você selecione atividades do material didático da sua escola que aborde esse tema ou realize os seguintes planos de aula da Nova Escola:

- *O que são equações do primeiro grau?*, disponível em: bityli.com/o-que-equac.
- *Explorando as igualdades para determinar valores desconhecidos em situações de adição e subtração*, disponível em: bityli.com/exp-as-igualdades.
- *Resolvendo equações do 1º grau, em situações de adição e subtração*, disponível em: bityli.com/resolvendo-equacoes (acesso em 01/08/2022).

Você poderá ainda explorar um jogo envolvendo equação do 1º grau na perspectiva que apresentamos aqui:

- *Pescaria de equação do 1º grau*, disponível em: bityli.com/jogos-ef (acesso em 01/08/2022).

Para se aprofundar

Professor/a, antes de continuar a sequência didática, sugerimos uma pausa para a exploração de outros temas relacionados à aprendizagem matemática. Nesse momento, propomos uma reflexão a respeito das desigualdades entre as aprendizagens, acesso e oportunidades dos meninos e das meninas na matemática.

Sugerimos a indicação da seguinte leitura de texto com os estudantes a respeito do tema:

- *Por que as meninas não querem fazer Ciências Exatas?*, disponível em bityli.com/meninas-ciencias-ex.
- *Por mais meninas na Ciência*, programa apoiará alunas que desenvolvem projetos STEM, disponível em bityli.com/meninas-stem.

Convide os estudantes a pensar no assunto e a olhar para suas próprias atitudes em relação a eles. Proponha um debate sobre as desigualdades entre meninos e meninas na matemática. Relacione essa discussão aos projetos de vida dos estudantes, a suas capacidades de projetar, se preparar, se desenvolver e traçar planos e metas para alcançar o que desejam. Discuta que todos podem aprender, em especial matemática, independente do sexo, raça ou condição social.

ATIVIDADE 1 ▶ MOMENTO 5

1 aula:

O passo a passo para resolver uma equação do 1º grau

Professor/a, inicie o momento retomando os passos para resolver uma equação do 1º grau. Você pode, por exemplo, escrever no quadro a equação $2x - 3 = 5$ e pedir que expliquem o passo a passo para resolvê-la. Enquanto eles explicam, você registra as passagens. Espera-se que eles identifiquem os seguintes momentos:

- $2x - 3 = 5$
- Somar 3 nos dois membros da equação, obtendo $2x = 8$
- Dividir os dois membros por 2, obtendo $x = 4$

Em seguida convide-os para, coletivamente, elaborar o passo a passo para resolver a equação do 1º grau $x + b = c$, em que b e c são números reais. Enquanto eles explicam o passo a passo, você registra em forma de esquema, utilizando a linguagem materna e, se achar adequado, já pode inserir uma simbologia com retângulos, como uma forma de organizar esse algoritmo. Veja um exemplo:

Início

↓

Leia a equação $x + b = c$

↓

Some o oposto de b (indica-se por $-b$)
nos dois membros da equação

↓

O valor da incógnita x (solução da equação)
é $x = c - b$

↓

Fim

Aproveite o momento para sistematizar que esse é um algoritmo (que funciona como uma "receita") para resolver qualquer equação do 1º grau do $x + b = c$, em que b e c são números reais.

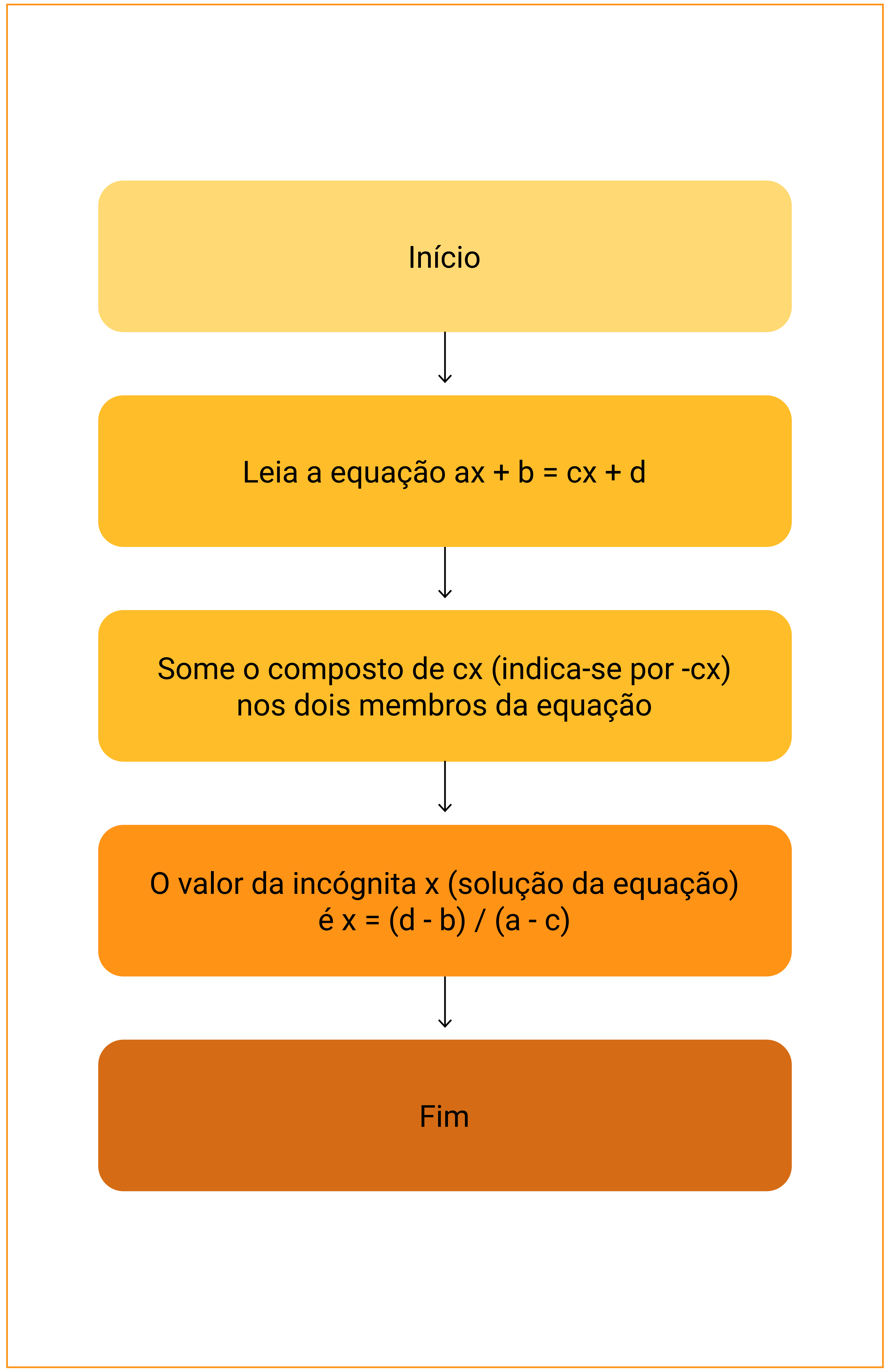
> "Um algoritmo é uma sequência finita de procedimentos que permite resolver um determinado problema. Assim, o algoritmo é a decomposição de um procedimento complexo em suas partes mais simples, relacionando-as e ordenando-as, e pode ser representado graficamente por um fluxograma."
> **BNCC, 2018, p. 271.**

A próxima etapa é desafiar a turma a pensar em um passo a passo para resolver a equação $5x - 4 = 2x + 2$. Repita o procedimento da proposta anterior. Conforme eles falam as etapas da resolução, você pode convidar um dos estudantes para fazer os registros no quadro:

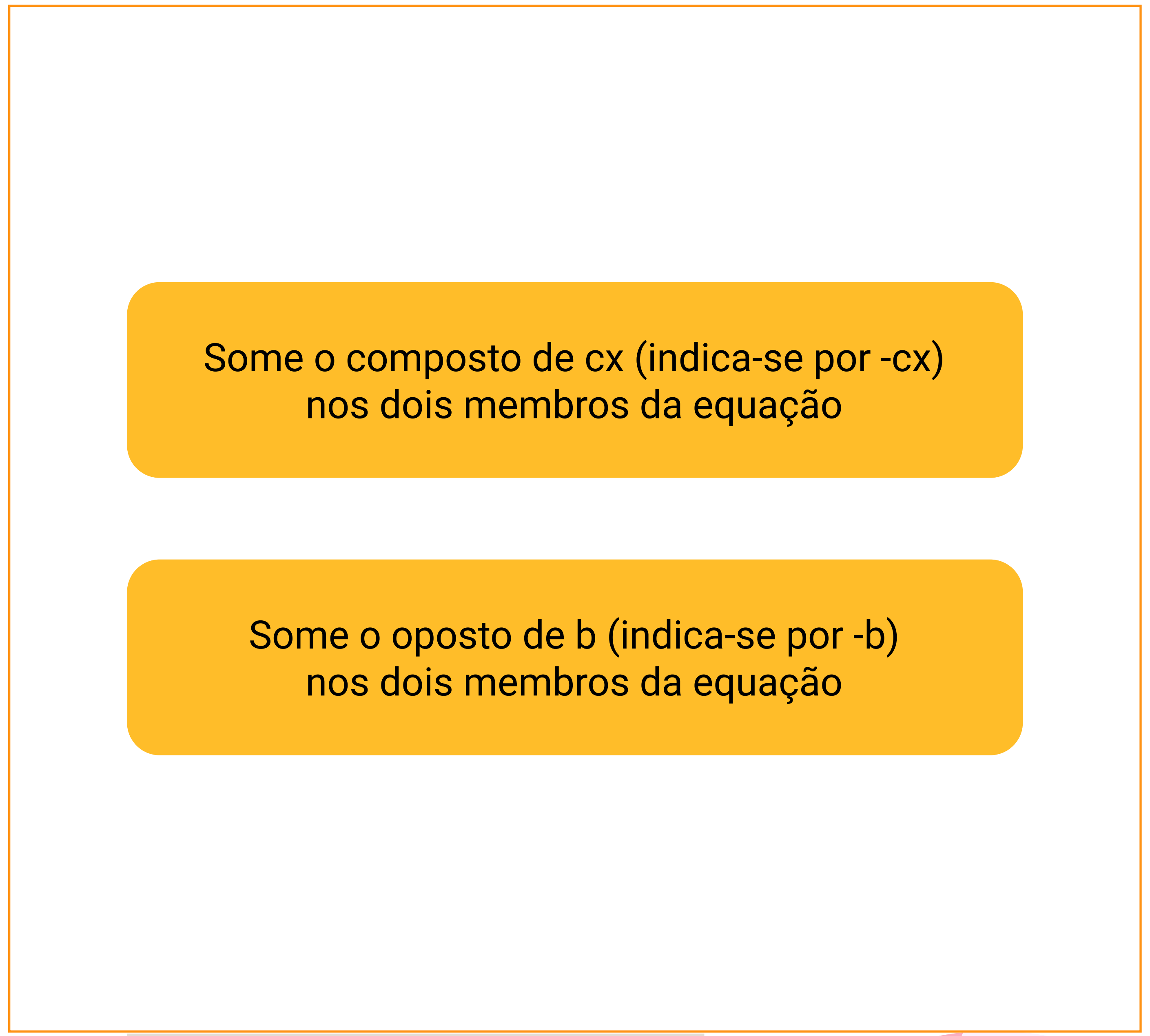
- $5x - 4 = 2x + 2$
- Somar o oposto de $2x$ nos dois membros da equação, obtendo $3x - 4 = 2$
- Somar o oposto de -4, obtendo $3x = 6$
- Dividir os dois membros da equação por 3, obtendo $x = 2$

Em seguida, organize os estudantes em dupla e entregue um conjunto de símbolos/orientações (disponíveis no Anexo 5 do documento Anexos). Explique que essas orientações são o passo a passo para resolver equações do 1º grau do tipo $ax+b=cx+d$, em que a, b, c e d são números reais, $a\neq 0$, $c\neq 0$ e $a>c$. O desafio da dupla é recortar e organizar os/as símbolos/orientações de modo a obter o algoritmo para a resolução dessas equações. Após organizá-las, eles deverão conectá-las com setas e colar em uma folha.

Exemplo de resposta esperada:



Para finalizar a atividade, convide algumas duplas para explicar seus algoritmos e organize um quadro na sala com todos os algoritmos elaborados. É importante que os estudantes percebam que existe mais do que uma resposta correta, pois inverter no fluxograma a ordem das orientações abaixo não altera a resolução da equação.



Aproveite o momento para sistematizar que a linguagem de programação de computadores trabalha com diagramas parecidos com aqueles que eles acabaram de elaborar, conhecidos como fluxogramas. Eles são utilizados para descrever um processo para o computador e empregam símbolos gráficos como retângulos, losangos, ovais, para definir os tipos de passos e setas conectoras para definir “caminho” sequência.

Essa proposta colabora para o desenvolvimento das habilidades do Ensino Médio:

- **(EM13MAT315)** Investigar e registrar, por meio de um fluxograma, quando possível, um algoritmo que resolve um problema (equação do 1º grau).
- **(EM13MAT405)** Utilizar conceitos iniciais de uma linguagem de programação na implementação de algoritmos escritos em linguagem corrente e/ou matemática.

Essas habilidades contribuem com o desenvolvimento das Competências Gerais 4 e 5 da BNCC, uma vez que ampliam o repertório das linguagens para a inserção do estudante no mundo digital.

- **CG4:** Utilizar diferentes linguagens – verbal (oral ou visual-motora, como Libras, e escrita), corporal, visual, sonora e digital –, bem como conhecimentos das linguagens artística, matemática e científica, para se expressar e partilhar informações, experiências, ideias e sentimentos em diferentes contextos e produzir sentidos que levem ao entendimento mútuo.

- **CG5:** Compreender, utilizar e criar tecnologias digitais de informação e comunicação de forma crítica, significativa, reflexiva e ética nas diversas práticas sociais (incluindo as escolares) para se comunicar, acessar e disseminar informações, produzir conhecimentos, resolver problemas e exercer protagonismo e autoria na vida pessoal e coletiva.

Professor/a, é importante observar que, nestas SDs, as habilidades que são propostas para o ensino fundamental e envolvem conhecimentos prévios são exploradas de forma integrada com as habilidades previstas para o Ensino Médio, desta forma, o estudante retoma/constrói conhecimentos anteriores e avança para novos conhecimentos. Esse movimento retoma, consolida, avança e caracteriza a recomposição da aprendizagem.

Para ampliar o olhar para o tema cultura digital, sugerimos a leitura do tópico *As tecnologias digitais e a computação*, apresentado nas páginas 473 a 475 da BNCC, disponível em: bityli.com/intro-bncc.

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 6

2 aulas:

Resolvendo problemas que podem ser modelados por equação do 1º grau

Professor/a, esta atividade tem como objetivo auxiliar os estudantes a:

- Resolver problemas algébricos.
- Adquirir confiança em sua capacidade para enfrentar os desafios.
- Perceber que a resolução de problemas envolve diversas tomadas de decisões: escolher uma estratégia adequada, colocar em prática essa estratégia, analisar se o resultado obtido é coerente e se responde a pergunta do problema, e, quando necessário, buscar uma nova estratégia de resolução.

Desenvolver a Competência Geral 2 da BNCC, as Competências Específicas de matemática 6, do Ensino Fundamental, e 3, do Ensino Médio.

É importante que os estudantes percebam que quanto mais iniciativa tiverem e mais problemas resolverem, mais clareza eles terão de sua capacidade de resolver problemas e aprender Matemática.

Nesta proposta, vamos explorar problemas convencionais de álgebra, pois sabemos das dificuldades que os estudantes enfrentam ao se deparar com esse tipo de problema e que muitos têm uma grande frustração em relação ao seu desempenho na resolução.

ETAPA 1

Professor/a, organize os estudantes em grupos. É importante que se sintam à vontade para emitir suas opiniões, por isso incentive-os a analisar e debater diferentes pontos de vista, mostrando que nem sempre há somente uma resposta correta.

Relembre a importância da leitura: é com ela que se aprende qualquer coisa nova e que, em especial na matemática, a autonomia na leitura permitirá que o estudante desenvolva a competência de resolver problemas.

Para aquecer, peça que os times destaquem uma dificuldade que costumam ter no momento da resolução de problemas e socializem a resposta. Cada estudante pode anotar no caderno as suas maiores dificuldades. Seria bom o professor também anotar a lista obtida para acompanhar a evolução dos estudantes durante o percurso.

Os estudantes frequentemente apresentam como maior dificuldade a passagem da linguagem materna do texto do problema para a linguagem simbólica da álgebra. Por isso, é importante retomar o processo de resolução desse tipo de problema. Apresente para o estudante o seguinte problema:

Pensei em dois números. A diferença entre elas é de apenas 1 unidade. Somei esses números e obtive 45. Em que números pensei?

A resolução algébrica consiste em traduzir exatamente a situação apresentada a partir da escolha de uma letra para representar o número desconhecido.

Se chamarmos de x um dos números pensados, o outro pode ser representado por $x + 1$ e a expressão que modela o problema é $x + x + 1 = 45$ (equação que leva à resolução do problema).

Resolvendo a equação, temos:

$x + x + 1 = 45$
$2x + 1 = 45$ *(adicionando-se –1 a ambos os membros da equação)*
$2x = 45 - 1$
$2x = 44$ *(dividindo-se por 2 os dois membros da equação)*
$x = 22$, isto é, pensei nos números 22 (x) e 23 (x + 1)

Talvez alguns estudantes possam achar um desperdício de energia utilizar todo esse recurso algébrico para solucionar um problema tão simples que poderia ser resolvido por tentativa e erro. Se a resolução aritmética aparecer, não há problema, coloque no painel de discussão. No entanto, cabe a você, professor/a, mostrar a ele que a equação é um método geral para a resolução de muitos problemas.

Por exemplo: se a soma dos dois números pensados fosse 59/5, talvez utilizar a tentativa e erro não seria adequado para resolver esse problema, pois não é tão simples encontrar os dois números que obedecem às condições apresentadas, porém, com o recurso algébrico, praticamente a mesma equação resolve esse e qualquer outro problema deste tipo, independentemente dos valores:

$x + x + 1 = 59/5$
$2x + 1 = 59/5$ *(adicionando-se –1 a ambos os membros da equação)*
$2x = 59/5 - 1$
$2x = 54/5$ *(dividindo-se por 2 os dois membros da equação)*
$x = 27/5$, isto é, pensei nos números 27/5 (x) e 32/5 (x + 1)

É importante destacar com os estudantes que esse é o diferencial da solução algébrica com equações, ou seja, a possibilidade de resolver muitos problemas com a mesma estrutura, independente dos dados numéricos.

ETAPA 2

Para ampliar a discussão, disponibilize os três problemas abaixo (pode ser a versão impressa, a versão projetada ou você pode escrever os problemas no quadro). Anuncie que o foco agora não é a resolução do problema, mas sim a reflexão sobre as possíveis representações da situação apresentada. O objetivo é levar os estudantes a perceber que a escolha do que será representado por x no problema pode facilitar ou não a resolução da equação.

Problema 1: Com 218 reais, comprei um livro, um jogo e um fone de ouvido. O livro custou um terço do preço do jogo e o fone custou 50 reais a mais do que o jogo. Quanto custou cada item da compra que fiz?

Problema 2: A soma de três números consecutivos é 138. Qual o menor desses números?

Problema 3: Meu tio tem o quádruplo da minha idade e a soma das nossas idades é 85 anos. Quantos anos tem meu tio?

Diga que o objetivo não é resolver o problema, mas sim:

- Fazer a leitura atenta do texto do problema.
- Buscar o significado de alguma palavra desconhecida com os colegas do grupo ou no dicionário.
- Analisar cada problema e escolher qual informação deve ser o valor desconhecido representado pela incógnita x.
- Registrar as escolhas do grupo em um papel.

Depois que terminarem a atividade, os grupos trocam as folhas para que um avalie se concorda ou discorda das decisões do outro.

Durante a realização da proposta, circule entre os grupos e registre em seu caderno dúvidas e as boas ideias que aparecerem para compartilhar.

Professor/a, oriente os estudantes a, durante a troca, escrever os pontos que concordam e aqueles que discordam e peça que escrevam uma pequena mensagem incentivando os colegas em relação ao trabalho feito. Essa troca de saberes faz com que os estudantes reflitam sobre os procedimentos utilizados e organizem seus próprios pensamentos, ampliando o repertório de estratégias de resolução.

Atenção para a avaliação!

Professor/a, nem toda avaliação pode estar centrada em você.

A troca entre os estudantes é um importante momento de autoavaliação e de avaliação entre pares, pois permite a reflexão sobre por que se resolve um problema dessa ou daquela forma e se há ou não outra forma para se buscar a solução. Favorece também que eles participem da avaliação entre eles, e que aprendam a analisar as produções uns dos outros, fazendo proposições de intervenção nas mesmas.

Embora a atividade não valha nota, merece ser feita com cuidado porque o processo é importante (avaliação, análise, intervenção).

Conhecer o que se sabe e o que não se sabe é um componente importante para aprender e permite controle sobre as forças que se tem, dimensionando melhor o esforço a ser empreendido em cada situação, seja ela escolar ou não.

Depois da troca entre os times e da socialização das respostas, incentive-os a falar das aprendizagens obtidas com o trabalho. Durante a discussão, observe se precisa ajudá-los a compreender qual as vantagens e as desvantagens das escolhas para a incógnita, de modo que eles percebam que o problema pode ser resolvido com qualquer uma das escolhas, mas que os cálculos serão mais simples ou complicados em função da escolha.

Compartilhe também suas anotações, mostrando que você ficou atento a tudo o que falaram e fizeram.

Após a realização da proposta, abra uma roda de discussões. Garanta que os estudantes percebam que:

No problema 1, o preço do livro e do fone foram comparados com o preço do jogo, logo, uma das opções é representar o valor desconhecido do jogo pela incógnita x, o valor do livro por x/3 e o do fone x+50. Neste caso, talvez tenham dificuldade em resolver a equação x/3 + x + x + 50 = 218 por conta da fração x/3. Optando por esta resolução, o valor da incógnita x é 72 reais, que é o preço do jogo. Logo, o valor do livro seria 24 reais e o do fone 122 reais. Outra opção é representar o preço do livro por x, neste caso, o preço do jogo seria 3x e o do fone 3x+50. A equação obtida é 3x+x+3x+50=218, que teoricamente tem uma resolução mais simples do que a anterior. A resposta desta equação é x=24, que é o preço do livro, logo 72 é o preço do jogo e 122 o do fone. É importante que o estudante perceba que qualquer uma das resoluções está correta.

No problema 2, como a pergunta está relacionada ao menor desses números, uma boa opção é representá-lo pela incógnita x, e representar os números consecutivos por x+1 e x+2. Neste caso, a equação obtida é x + x + 1 + x + 2 = 138, cuja solução é x = 45 e os 3 números consecutivos são: 45, 46 e 47. Outra opção é representar por x o número "do meio", logo o seu antecessor pode ser representado por x - 1 e o seu sucessor por x + 1. Desta forma, a equação obtida é x-1+x+x+1=138. Essa é uma equação de fácil resolução, e a solução é x = 46, logo, os números consecutivos são 45 (x-1), 46 (x) e 47(x=1).

No problema 3, espera-se que os estudantes percebam que a idade do tio é o quádruplo da minha idade, logo, uma boa opção é representar a minha idade pela incógnita x e a idade do meu tio por 4x, obtendo a equação x + 4x = 85. Outra opção é representar a idade do tio pela incógnita x e, consequentemente, a minha idade seria representada por x/4 . A equação que representa a situação é x/4+x=85. Talvez os estudantes apresentem maior dificuldade em resolver essa equação em função do termo x/4.

Para desenvolver a competência de resolução de problemas, finalize o momento propondo alguns problemas que possam ser modelados por equação do 1º grau. Você pode selecionar o material didático. Esses problemas podem ser utilizados como instrumento avaliativo.

Para se aprofundar

Ao final desta etapa, você pode organizar a sala em pequenos grupos e propor diferentes atividades, de acordo com as suas necessidades. Por exemplo:

- Para os estudantes que ainda apresentam dificuldades para resolver problemas que possam ser modelados por equações do 1º grau, proponha que assistam ao vídeo "Equacionando problemas - Telecurso - Ensino Fundamental", disponível em bityli.com/equacionando-prob (acesso em 31/05/2022).

Esse vídeo apresenta uma revisão a respeito de como equacionar problemas. Após assistirem ao vídeo, os estudantes anotam os pontos importantes, suas aprendizagens e, se necessário, de posse dessas anotações, retomam os problemas resolvidos anteriormente ou resolvem novos desafios propostos pelo professor/a.

- Para aqueles que já avançaram, você pode propor problemas diferentes, como um problema não convencional de lógica, ou de estratégia, como os disponíveis em: bityli.com/desafios-log (acesso em 31/05/2022).

ATIVIDADE 1 ▸ ATIVIDADE EXTRA

1 aula extra:

Cálculo Mental

Professor/a, anuncie para os estudantes que eles serão desafiados a resolver mais uma sequência de atividades de cálculo mental! A tarefa desta vez é resolver equações do 1º grau.

Lembre-se que o conhecimento de procedimentos variados e o desenvolvimento de fluência na sua realização contribuem para que os estudantes sejam capazes de controlar erros de cálculo, fazer estimativa e compreender como decidir se é melhor calcular mentalmente, usando lápis e papel ou fórmulas. Indicamos que o cálculo mental seja feito em seções frequentes e organizadas, no início ou ao final de uma aula.

Os objetivos deste trabalho são:

- Tornar o cálculo mental um recurso útil para conseguir que os estudantes ampliem seu potencial de cálculo mental e de resolução de problemas, já que melhora o conhecimento dos estudantes a respeito de números, operações, álgebra e medidas.

- Contribuir com uma aprendizagem mais qualitativa e enriquecer a experiência dos estudantes na tomada de decisões na hora de realizar um cálculo.

- Favorecer a autoavaliação do aluno em relação a suas capacidades de calcular.

Além dos objetivos citados acima, existem os objetivos relacionados aos aspectos cognitivos com o foco no desenvolvimento da habilidade (EF07MA18) Resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais de 1º grau, redutíveis à forma ax + b = c, fazendo uso das propriedades da igualdade:

- Utilizar propriedades da igualdade para resolver equações de 1º grau.
- Modelar problemas por meio de equações de 1º grau.
- Resolver problemas que possam ser modelados por equações do 1º grau.

Antes de propor que resolvam o exercício 2, resolva coletivamente uma das propostas, como o item (2x + 5) / 3 = 3, visto que provavelmente eles ainda não tiveram contato com equações de 1º grau com essa complexidade.

No final da atividade, garanta espaço para que os estudantes socializem suas estratégias de cálculo.

EXERCÍCIO 1

Resolva mentalmente as seguintes equações:

x + 5 = 8 x =	a − 4 = 3 a =	y + 6 = 5 y =	p − 7 = −7 p =
a + 9 = −1 a =	b − 39 = −79 b =	10 = m + 8 m =	15 = x + 20 x =
4 = x − 10 x =	7 = x + 8 x =	w − 1 = 5 w =	2t + 4 = 1 t =
3t = 15 t =	2s = 10 s =	3x = −9 x =	2y = 14 y =
7b = −21 b =	4x = −12 x =	35n = −105 n =	-4x =-16 x =

EXERCÍCIO 2

Resolva mentalmente as seguintes equações:

x / 2 = 18 x =	x / 3 = 15 x =	x / 4 = 10 x =
x / 5 = 8 x =	x / 6 = 11 x =	x / 7 = 9 x =
x / 8 = 8 x =	x / 9 = 12 x =	(2x + 5) /3 = 3 x =
(3x + 4) /5 = 2 x =	(3x + 8) /5 = 4 x =	(4x - 5) /3 = 5 x =
(4x - 5) /3 = 5 x =	(5x - 4) /6 = 6 x =	(x + 18) /5 = 5 x =
(x + 8) /4 = 6 x =	(x - 5) /7 = 1 x =	

EXERCÍCIO 3

Resolva mentalmente as seguintes equações:

$9x - 2 = 4x + 18$ $x =$	$7y - 10 = y + 50$ $y =$	$5r - 91 = 4r - 77$ $r =$
$4b + 5 = b + 20$ $b =$	$2m - 10 = 7m + 10$ $m =$	$4x - 18 = -3x + 10$ $x =$
$7a + 1 = 5a - 7$ $a =$	$2p + 5 + p + 7 = 18$ $p =$	$-x + 32 = -3x - 24$ $x =$

EXERCÍCIO 4

Resolva os seguintes problemas:

a) O dobro de um número somado com 5 é igual a 91. Qual é esse número?

b) O triplo de um número diminuído de 4 é igual a 23. Qual é esse número?

c) O número somado com o seu dobro é igual a 150. Qual é esse número?

d) Qual é o número que adicionado a 28 é o mesmo que 3 vezes esse número?

Ao término dessa sequência de atividades, solicite que os estudantes reflitam sobre:

- Quais as dificuldades que você teve para resolver as atividades de cálculo mental?
- Quais ações podem contribuir para diminuir essas dificuldades?

ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 7

3 aulas:

Sistemas de equações do 1º grau

Professor/a, inicie este momento anunciando aos estudantes que o objetivo agora é ampliar o estudo das equações, explorando equações do 1º grau com 2 incógnitas.

Aqui o nosso objetivo é desenvolver as habilidades:

- **(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.
- **(EF08MA08)** Resolver e elaborar problemas relacionados ao seu contexto próximo, que possam ser representados por sistemas de equações de 1º grau com duas incógnitas e interpretá-los, utilizando, inclusive, o plano cartesiano como recurso.

Que são conhecimentos prévios da habilidade do Ensino Médio:

- **(EM13MAT301)** Resolver e elaborar problemas do cotidiano, da Matemática e de outras áreas do conhecimento, que envolvem equações lineares simultâneas, usando técnicas algébricas e gráficas, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Ao trabalhar as habilidades acima citadas, o estudante também está desenvolvendo as competências específicas:

- **3.** Utilizar estratégias, conceitos, definições e procedimentos matemáticos para interpretar, construir modelos e resolver problemas em diversos contextos, analisando a plausibilidade dos resultados e a adequação das soluções propostas, de modo a construir argumentação consistente. (Proposta para o Ensino Médio).

- **5.** Utilizar processos e ferramentas matemáticas, inclusive tecnologias digitais disponíveis, para modelar e resolver problemas cotidianos, sociais e de outras áreas de conhecimento, validando estratégias e resultados. (Proposta para o Ensino Fundamental).

ETAPA 1 – Compreendendo os sistemas de equações do 1º grau com 2 incógnitas

Organize os estudantes em duplas ou trios e proponha que resolvam, inicialmente, apenas o Problema 1, disponível no Anexo 7. Você pode passar o problema no quadro ou disponibilizar a versão impressa. Enquanto eles resolvem, circule pelos grupos, incentive-os a formular hipóteses, a fazer desenhos, tabelas ou esquemas para encontrar a solução da situação.

EXERCÍCIO 1

Pedro é um menino que adora animais e gosta também de desafios matemáticos. Um dia, seu amigo Lucas perguntou: Pedro, quantos cachorros e quantos pássaros você tem? Pedro deu a resposta em forma de charada: Tenho um total de 6 animais. Contando os pés e patas deles, o total é 22. Adivinhe quantos cachorros e pássaros Pedro tem.

Deixe que os estudantes resolvam o problema da forma como acharem melhor. Passe entre eles e registre as diferentes formas encontradas pelos estudantes para resolver a situação: aritmética, tabela, tentativa e erro, álgebra.

É possível que surjam resoluções do tipo:

PATAS DE CACHORRO	PATAS DE PÁSSARO	TOTAL
2 cachorros x 4 patas = 8	4 passaros x 2 patas = 8	16
3 cachorros x 4 patas = 12	3 pássaros x 2 patas = 6	18
4 cachorros x 4 patas = 16	2 pássaros x 2 patas = 4	20
5 cachorros x 4 patas = 10	1 pássaro x 2 patas = 2	22

Ou: 22/4 = 5 e sobram 2, então temos 5 cachorros com 4 patas e um pássaro com 2 patas.

Ou ainda:

$2 . p + 4 . c = 22$

$2 . 1 + 4 . 5 = 22$

Pode ser que surja a formulação algébrica na forma de sistema de equações:

$$\begin{cases} p + c = 6 \\ 2p + 4c = 22 \end{cases}$$

Convide alguns estudantes, já pré-selecionados por você, a socializar no quadro os registros com as suas soluções. Discuta as estratégias utilizadas por eles e peça que identifiquem semelhanças e diferenças entre elas.

Caso não surjam diferentes soluções, coloque no quadro alguns dos registros acima e diga que em outra turma apareceram essas outras formas. Se achar oportuno, coloque também alguma com algum tipo de erro, como por exemplo, não ter atentado que a quantidade total de animais era 6.

4 cachorros = 4 . 4 = 16

3 pássaros = 3 . 2 = 6

16 + 6 = 22

Verifique se eles compreenderam que o problema pode ser resolvido de diversas maneiras, mas que você gostaria de explorar com eles uma em especial.

Explore a escrita algébrica das equações que representam a situação:

$$\begin{cases} p + c = 6 \\ 2p + 4c = 22 \end{cases}$$

O que significa p e c nessa equação? Por que estão separadas em duas igualdades? Quais informações do problema elas representam?

Pergunte se alguém já resolveu algo assim em matemática.

Então conte que se trata de uma equação do 1º grau com duas incógnitas que pode apresentar muitas soluções. Ao combinar duas ou mais equações, obtém-se um sistema de equações e que, para resolver esse sistema, é necessário encontrar qual(ais) o(s) valor(es) que deve(m) ser atribuído(s) a cada uma das incógnitas, de modo a tornar todas as equações verdadeiras. No caso da situação apresentada, o número de pássaros (p) é 1 e o número de cachorros (c) é 5.

Registre no quadro e sistematize algumas ideias, solicitando que registrem em seus cadernos:

Um sistema de equações do 1º grau com duas equações de duas incógnitas ou um sistema linear 2 x 2, nas incógnitas x e y, é todo par de equações da forma:

$ax + by = c$
onde: a, b e c são constantes,
e a e b não são simultaneamente nulos

$dx + ey = f$
onde d, e e f são constantes,
e d e e não são simultaneamente nulos

Os números a, b, d e e são os coeficientes das equações, e os números c e f são os termos independentes.

Comente que provavelmente eles resolveram esse sistema por cálculo mental ou tentativa e erro, por um procedimento aritmético por envolver números pequenos. Alerte que situações mais complexas podem exigir uma resolução algébrica ou gráfica, que serão estudadas a seguir.

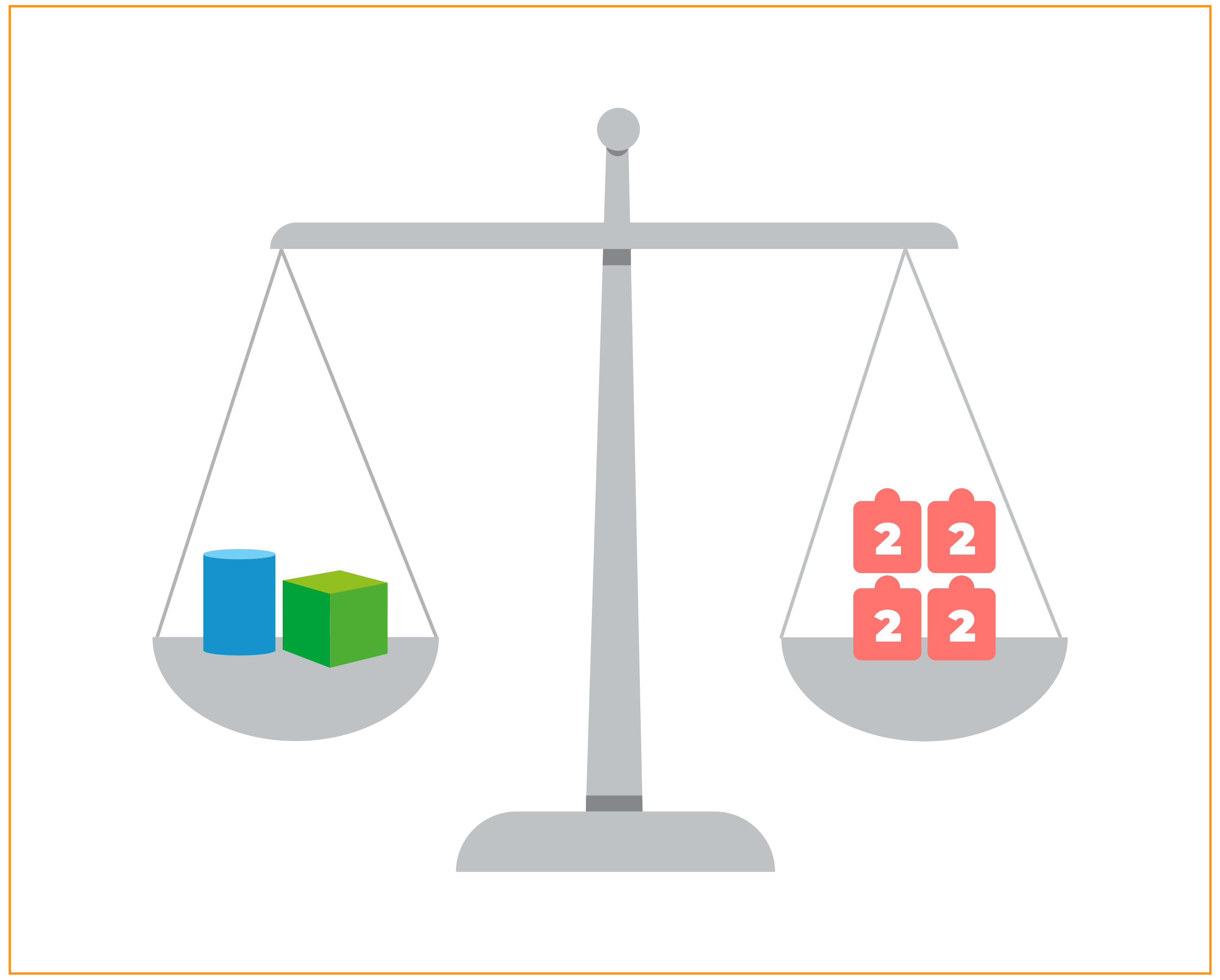
Apresente o problema 2 disponível no Anexo 7. Convide os estudantes para explorar, inicialmente, apenas uma das situações apresentadas. Eles podem continuar trabalhando em duplas ou trios e você pode sugerir, por exemplo, que metade da turma resolva a situação 1 e a outra metade da turma a situação 2.

EXERCÍCIO 2

Observe as balanças representadas a seguir e, considerando que todos os cilindros são idênticos entre si e que todos os cubos são idênticos entre si, faça o que se pede:

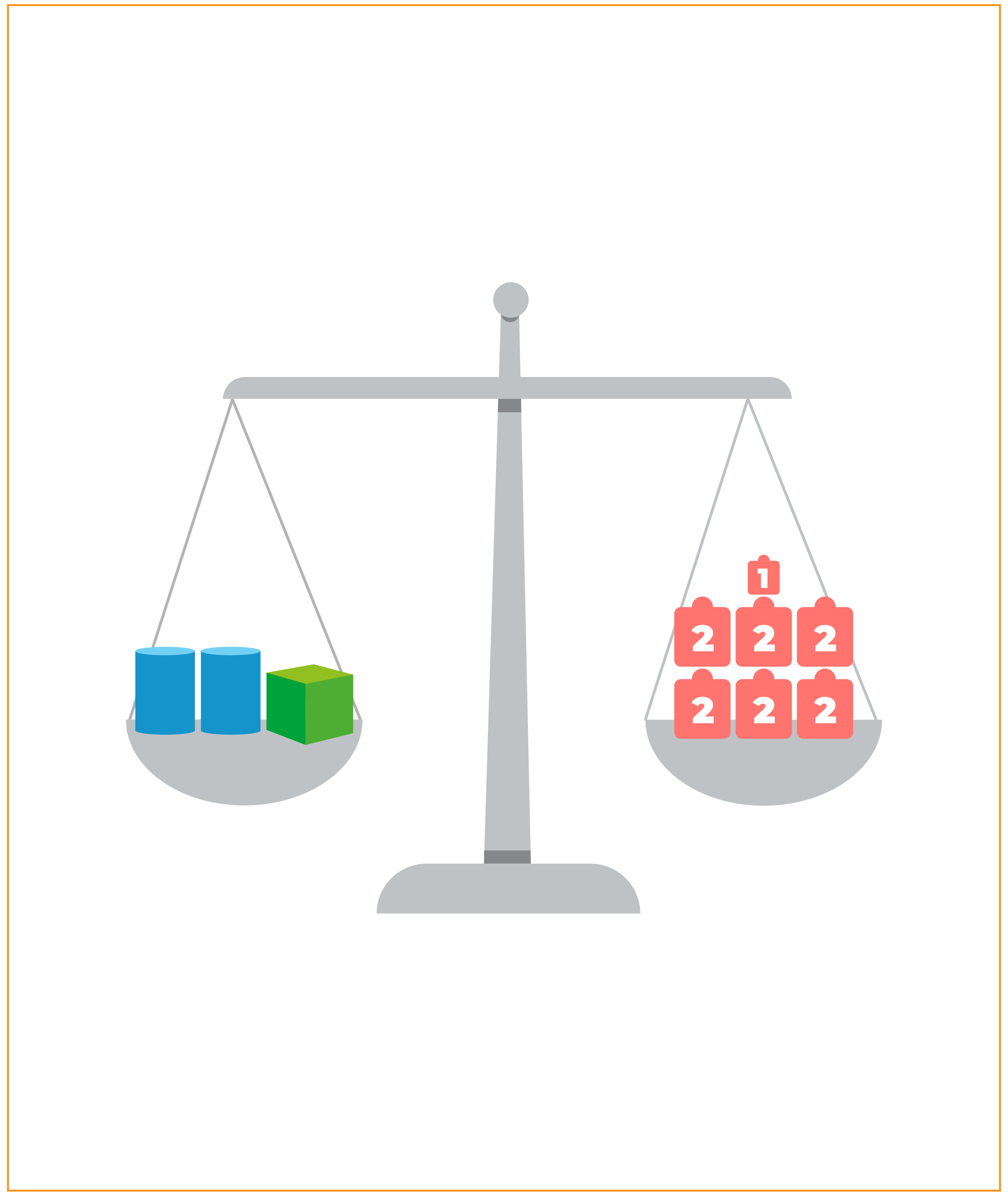
a) Escreva uma equação que represente a situação 1.

Exemplo de resposta esperada: a + v = 8
onde a representa a massa do cilindro azul
e v a massa do cubo verde.



b) Escreva uma equação que represente a situação 2.

Exemplo de resposta esperada: 2 a + v = 13
onde a representa a massa do cilindro azul
e v a massa do cubo verde.



c) Complete a tabela com pares ordenados que tornam a equação verdadeira.

		(,)

Exemplos de respostas esperadas:

		(,)
1	7	(1.7)
2	6	(2.6)
3	5	(3.5)

		(,)
1	11	(1.11)
2	9	(2.9)
3	7	(3.7)

d) Responda: Qual a massa do cubo e a do cilindro para que as duas balanças se mantenham em equilíbrio?

Professor/a, disponibilize um tempo adequado para que as duplas explorem uma das situações apresentadas. Circule pelos grupos e verifique se utilizam expressões algébricas corretas para representar a situação e se têm a iniciativa de atribuir diferentes valores para uma das massas e encontrar o valor numérico da outra massa envolvida. Caso os estudantes apresentem dificuldades em explorar a situação, faça algumas perguntas norteadoras, como por exemplo:

- Na primeira balança, qual a soma da massa de um cubo com a massa de um cilindro?
- Considere que a massa do cubo seja igual a 2 kg (na primeira balança), neste caso qual seria a massa do cilindro? Explique!
- E se a massa do cilindro fosse 4 kg, qual seria a massa do cubo? Por quê?
- Incentive-os a registrar corretamente os pares ordenados obtidos e observe se eles têm clareza que cada um desses pares ordenados é uma solução da equação.

Após a resolução da proposta, discuta com os estudantes questões do tipo:

- Que soluções interessantes vocês encontraram na primeira balança?
- Encontraram mais do que uma solução?
- Como vocês descobriram a massa de cada forma geométrica?
- Quais estratégias desenvolveram?
- Vocês perceberam algum padrão na tabela da primeira balança? E na da segunda balança?
- Qual balança permitiu a maior quantidade de soluções? Por que vocês acham que isso aconteceu?

Aproveite para sistematizar que uma equação do 1º grau com duas incógnitas pode apresentar infinitas soluções e garanta que eles compreendam que na 1ª situação, por exemplo, o par ordenado (1,7) representa que se o cilindro tiver massa 1 e o cubo massa 7, a balança ficará equilibrada; e que existem outras situações que deixam a balança equilibrada, como cilindro com massa 2 e cubo com massa 6. Retome a ideia de igualdade que está relacionada ao equilíbrio da balança.

Anuncie que o próximo desafio é verificar se existe alguma solução comum para as duas equações. Caso não exista nenhum par ordenado comum nas duas tabelas, incentive-os a encontrar mais alguns pares ordenados na busca desse valor comum.

Formalize que resolver o sistema

$$\begin{cases} a + v = 8 \\ 2a + v = 13 \end{cases}$$

é determinar a solução comum as duas equações. No caso apresentado, a solução é (5,3), ou seja, quando a massa do cilindro é 5 e a do cubo é 3, as duas balanças ficam em equilíbrio simultaneamente.

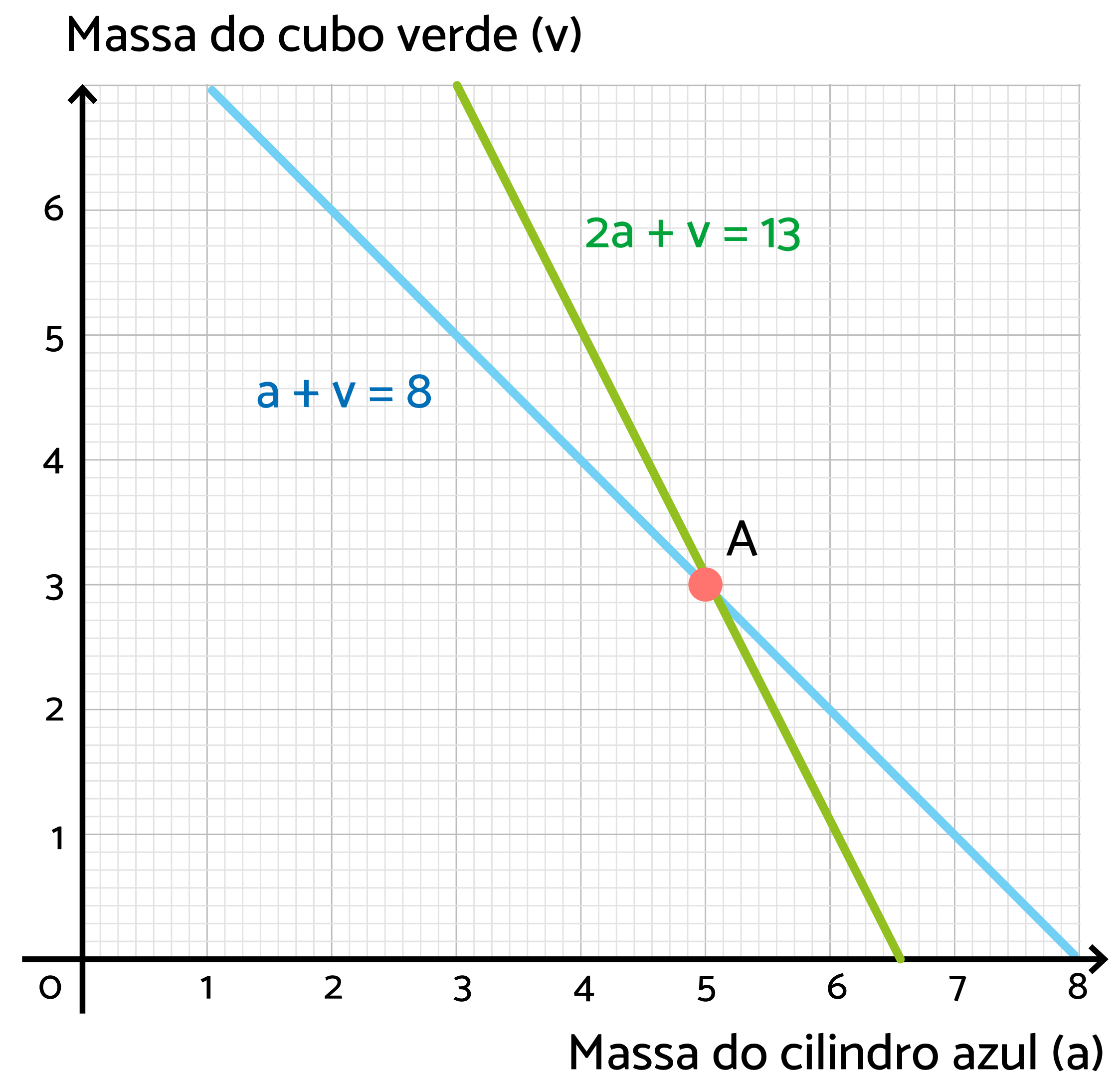
ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 7

ETAPA 2 – Resolução gráfica de um sistema do 1º grau

Convide os estudantes a representar graficamente as duas equações do sistema apresentado na etapa anterior. Sugira que comecem representando os pares ordenados da tabela que representa a primeira balança. Questione se identificam regularidades. Espera-se que percebam que os pontos estão alinhados.

Converse com eles sobre a possibilidade de ligar esses pontos e enfatize que a e v podem assumir valores reais não negativos, pois representam a massa dos sólidos. Em seguida, convide-os a representar os pares ordenados que verificam a segunda situação/balança, utilizando o mesmo papel quadriculado. Converse sobre a importância de utilizar a escala adequada no momento da construção do gráfico.

Se você achar adequado, eles podem utilizar um plotador de gráficos (como o Geogebra, disponível em https://bityli.com/geogebra3) . Peça que localizem as coordenadas do ponto de encontro das duas equações. Espera-se que percebam que o ponto de encontro das retas é exatamente a solução do sistema.



ATIVIDADE 1 ▸ MOMENTO 7

ETAPA 3 – Resolução algébrica de um sistema do 1º grau: método da adição

Para iniciar a proposta, retome que, na etapa anterior, estudaram a resolução de um sistema pelo método gráfico. Pergunte se algum estudante conhece alguma outra maneira de resolver um sistema do 1º grau com duas equações e duas incógnitas. Caso algum deles conheça a resolução algébrica (ou o método da adição ou o da substituição), você pode propor que ele resolva um sistema no quadro e que os demais colegas tentem explicar qual a estratégia utilizada. Caso contrário, organize os estudantes em pequenos grupos e os desafie com a seguinte proposta:

EXERCÍCIO 1

Qual dos problemas a seguir pode ser representado pelo sistema abaixo?

$$\begin{cases} x = y = 15 \\ x - y = 3 \end{cases}$$

a) A soma de dois números é 15 e a diferença é 6. Quais são esses números?

b) A soma de dois números é 15 e um deles é o triplo do outro. Quais são esses números?

c) A soma de dois números é 15 e a diferença entre eles é 3. Quais são esses números?

Gabarito: c.

EXERCÍCIO 2

Observe a resolução da situação apresentada por dois estudantes da 1ª série do Ensino Médio. Analise e registre no seu caderno quais foram as estratégias utilizadas e quais as semelhanças e diferenças entre elas.

Em seguida, proponha uma discussão com o grupo todo. Explique que um sistema pode ser resolvido graficamente (como estudado anteriormente); que muitas vezes um sistema pode ser resolvido por cálculo mental, como na solução apresentada por Jaime; ou até mesmo utilizando um procedimento algébrico, como a resolução apresentada por Paula. Formalize o processo de resolução pelo método da adição e, se necessário, retome a propriedade que embasa esse processo de resolução dos sistemas: somando-se duas igualdades, membro a membro, obtém-se uma nova igualdade, isto é: se a = b e c = d, então a + c = b + d.

JAIME

Primeiro, eu pensei em dois números cuja soma é 15:

- 1 e 14
- 2 e 13
- 5 e 10
- 9 e 6; e sei que há outras possibilidades também.

Depois pensei em dois números cuja diferença é 3:

- 4 e 1
- 5 e 2
- 6 e 3
- 7 e 4
- 9 e 6
- 10 e 7; e sei que há outras possibilidades também.

Mas já parei de encontrar pares de números, pois percebi que 6 e 9 tornam verdadeiras as duas sentenças:

- Soma 15 (x + y = 9)
- E diferença 3 (x – y = 3).

Então a solução do problema é (9, 6).

PAULA

Eu percebi que se eu somasse as duas equações, o y iria ser cancelado, e isso é interessante pois obtenho uma equação somente com x.

$$\begin{cases} x + \cancel{y} = 15 \; + \\ x - \cancel{y} = 3 \end{cases}$$

$$2x = 18$$

$$x = 18 / 2$$

$$x = 9$$

Então eu descobri que o valor de x é 9.

Como sei que x + y = 15, pensei assim:

$$9 + y = 15$$

$$y = 15 - 9$$

$$y = 6$$

Então eu descobri que os números pensados são 9 e 6, isto é, a solução do sistema é (9,6).

Para ampliar as aprendizagens dos estudantes, e para que ganhem fluência na resolução de sistemas, selecione, de livros didáticos do 8º ano do Ensino Fundamental, mais alguns exercícios e alguns problemas que possam ser modelados por um sistema de equações do 1º grau e resolvidos por cálculo mental ou pelo registro gráfico ou mesmo pelo método da adição. Vale lembrar que para ter fluência, é preciso exercitar.

Ao fazer essa seleção, você poderá:

01. Escolher um ou dois problemas, apresentar aos estudantes e pedir que, antes de resolvê-los, eles analisem quais dos sistemas resolvem aquele problema. Por exemplo:

A população de uma cidade a é quatro vezes maior que a população da cidade b. Somando a população das duas cidades, temos o total de 300.000 habitantes. Qual a população da cidade a?

a) $4a + 4b = 300.000$
$a + b = 300.000$

b) $a = 4b$
$4b + a = 300.000$

c) $a = 4b$
$a + b = 300.000$

02. Escolher um problema e pedir que resolvam de dois modos diferentes.

03. Propor a resolução de alguns sistemas de equação pelo método da adição, mas antes devem dizer o que podem fazer com cada equação do sistema para facilitar a resolução, por exemplo:

Multiplicar a 1a equação pelo número -2

$$\begin{cases} x - 34 = 1 \\ 2x + 4 = 16 \end{cases}$$

Multiplicar a 2a equação pelo número -5

$$\begin{cases} 5f - x = -6 \\ f + 3x = 10 \end{cases}$$

Para se aprofundar

Professor/a, caso considere necessário explorar mais esse tema, você pode propor que os estudantes assistam ao vídeo "Resolução de um sistema de equações pelo método da adição" na plataforma do Khan Academy, disponível em: bityli.com/resolucao-sis-equa, e que leiam o 1º exemplo apresentado no texto disponível em bityli.com/metodo-eliminacao (acessos em 28/04/2022).

Outra opção é explorar as atividades propostas no plano de aula da Nova escola: "Sistema de Equações Lineares (Ampliação)", disponível em bityli.com/sistema-de-equa (acesso em 01/08/2022).

ETAPA 4 – Resolução algébrica de um sistema do 1º grau: método da substituição

Em outro momento, apresente para os estudantes a seguinte situação: A soma de dois números é 2. Somando-se o quíntuplo do primeiro ao dobro do segundo número, obtém-se 1. Quais são esses números?

Convide-os a modelar a situação por meio de um sistema e a resolvê-lo utilizando ou a estratégia de Jaime ou a da Paula. É bem provável que encontrem alguma dificuldade. Converse com os estudantes sobre ela. Inicie as discussões com a pergunta: Quais as dificuldades que encontraram para utilizar as estratégias de Jaime?

Provavelmente eles digam que a 1ª equação do sistema não é muito simples e que por isso tiveram dificuldade em encontrar os pares ordenados. Questione também o que dificultou a aplicação da estratégia de Paula. É provável que afirmem que, ao somar as duas equações, nenhuma "letra" foi cancelada. Anuncie então que existe outro método para resolver sistemas, que é indicado para situações como essa. Diga que, utilizando a metodologia da aula invertida, eles vão conhecer esse novo processo de resolução de sistemas.

Retome com os estudantes esta metodologia, que já foi vivenciada anteriormente. Lembre-os que, nessa metodologia, o tema é estudado antes da aula pelo estudante, além de realizar as propostas encaminhadas pelo professor (vídeo, texto, exercícios) e, se necessário, ampliar o seu estudo pesquisando na internet, em materiais didáticos, entre outros.

Posteriormente, o tópico estudado é retomado e aprofundado na aula, com a ajuda dos colegas e do professor/a. Neste momento, todos poderão solucionar dúvidas, debater o que aprenderam e realizar tarefas complementares. Deixe claro para o estudante a importância do 1º momento de pesquisa/estudo, pois se ele não se prepararem para a aula com antecedência, provavelmente não conseguirão participar das discussões nem realizarão as atividades de aprofundamento. Apresente o roteiro de estudos para ser realizado antes da aula, pode ser em casa ou mesmo na escola, e, neste caso, eles podem trabalhar em duplas.

01. Assista ao vídeo disponível em bityli.com/sistema-equacoes (acesso em 29/04/2022).

02. Após assistir ao vídeo, registre os pontos que achou interessante, as aprendizagens e os pontos importantes desse método de resolução de sistemas.

03. Realize a leitura do texto disponível em: bityli.com/revisao-met-sub (acesso em 29/04/2022).

04. Após a leitura, retome as suas anotações sobre o vídeo e complete-as com as suas percepções e suas aprendizagens a partir do texto.

No início da aula seguinte, abra uma roda de conversa sobre o método da substituição. Em seguida, retome o sistema da aula anterior e convide-os a interpretar a sua resolução apresentada ao lado.

Em seguida, proponha uma discussão coletiva sobre a estratégia apresentada para resolver o sistema. Aproveite o momento para sistematizar o método da substituição.

Convide os estudantes a resolver a novamente o mesmo sistema, com a mesma estratégia, mas agora isolando y na 2ª equação, completando as lacunas deixadas.

Agora é sua vez! Resolva novamente o sistema pelo método da substituição, mas desta vez isole a incógnita na 2ª equação.

Isolando o x na 2ª equação, obtém-se:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ x + y + 2 \longrightarrow x = 2 - y \end{cases}$$

Se $x + y = 2$, então $x = 2 - y$.
Depois, troque a incógnita x na primeira equação ($5x + 2y = 1$) pela expressão $x = 2 - y$.

$5x + 2y = 1$ $\quad$ $5 . (2 - y) + 2y = 1$
$10 – 5y + 2y = 1$
$-3y = 1 - 10$
$-3y = -9$ (/-3)
$y = 3$

Descobrimos o valor de y. Para descobrir o valor de x, substituir y pelo número 3 em uma das equações. Substituindo $y = 3$ na 2ª equação, obtém-se:
$x + y = 2$
$x + 3 = 2$
$x = -1$

Os números pensados são -1 e 3, isto é, a solução do sistema é o par ordenado (-1, 3).

Complete os espaços:

$$\begin{cases} 5x + 2y = 1 \\ x + y + 2 \longrightarrow y = \_\_\_\_\_\_\_\_\_\_ \end{cases}$$

Se $x + y = 2$, então $y =$ __________

Substituindo a expressão obtida na 1ª equação:

$5x + 2y = 1$ $\quad$ $5x + 2 .$ __________ $= 1$
______ = ______
x = ______

Substituindo $x = -1$ na 2ª equação, obtém-se:
$x + y = 2$
_____ + y = 2
y = 2 _____
y = _____

A solução é o par ordenado (_____, _____).

Após a realização da proposta, peça que os estudantes troquem entre si os registros para que cada um corrija o registro de outro colega.

Para se aprofundar

Professor/a, caso considere necessário explorar mais esse tema, sugerimos explorar as atividades disponíveis no plano de aula da Nova Escola Sistema de equações, que contempla resolução de sistemas pelo método da substituição, disponível em bityli.com/sistema-de-equacoes (acesso em 01/06/2022).

Para sistematizar as aprendizagens, converse com os estudantes que, em cada situação, eles podem aplicar um dos métodos apresentados, aquele que ele se sentir mais confiante ou que seja mais conveniente em função das equações dadas. É possível apresentar alguns sistemas e perguntar quais as características e qual seria o método mais adequado para sua resolução. Enfatize que o objetivo aqui não é resolver, mas sim refletir sobre as características do sistema e as possibilidades de resolução a partir delas. Por exemplo:

$$\begin{cases} x + y = 180 \\ x - y = 60 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 12 \\ 4x + 2y = 38 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y = 18 \\ x - y = 6 \end{cases}$$

É possível que os estudantes optem por resolver o 1º sistema pelo método da adição, visto que ao somar as duas equações, o y se cancela. Caso não apareça, explore que o mesmo processo pode também ser utilizado no 3º sistema, porém não de forma tão imediata, visto que, neste caso, se faz necessário multiplicar uma das equações por -1 para que o 2x seja simplificado com o -2x. Provavelmente o estudante opte pelo método da substituição para resolver o segundo sistema, em que é possível isolar o x ou o y na 1ª equação.

Professor/a, para encerrar o estudo de sistemas e sistematizar as aprendizagens, você pode solicitar que os estudantes organizem um texto contando as suas aprendizagens sobre o tema, dizendo o que achou mais fácil, qual o método de resolução que ele mais gostou e quais os pontos que ele ainda precisa se dedicar mais. Convide os estudantes a contar como se sentiram durante o estudo de resolução de sistemas: Ficaram animados com as novas aprendizagens ou se desanimaram em alguns momentos frente às dificuldades encontradas?

Se considerar adequado, disponibilize mais uma ou duas aulas do seu planejamento para que os estudantes resolvam problemas envolvendo sistemas. Selecione-os do material didático do 8º ano.

Atenção para a avaliação!

Professor/a, nesse momento, o objetivo é verificar se os estudantes mobilizam os conhecimentos adquiridos e avaliar as aprendizagens de cada um sobre a linguagem algébrica, o conceito de igualdade e a resolução de problemas envolvendo equações de 1º grau.

Peça que, individualmente, leiam e resolvam o problema a seguir, utilizando a estratégia que achar mais adequada. Enquanto eles realizam a proposta, circule para verificar como os estudantes estão resolvendo, utilize a rubrica abaixo para coletar dados e informações sobre as aprendizagens dos estudantes. Esse é um momento para você avaliar em que nível de aprendizagem cada um se encontra.

Critérios	Nível 4	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Efetividade e eficiência do raciocínio empregado	Modela corretamente o problema por meio de um sistema de equações.	Modela corretamente o problema por meio de um procedimento pessoal, aritmético ou gráfico.	Modela o problema de modo errôneo ou não definindo claramente o raciocínio utilizado.	Não há registros coerentes com os dados do problema ou não há registros.
Uso preciso dos conceitos e procedimentos	Resolve o problema usando a melhor estratégia em função dos dados (no caso substituição) e obtém o resultado correto e preciso.	Resolve o problema usando a sua estratégia e obtém o resultado correto, embora possa conter pequenas incorreções na execução, o que não compromete o trabalho.	Comete erros que revelam incompreensão do procedimento utilizado, comprometendo o resultado obtido.	Não tem um procedimento claro de resolução.

(OBMEP) Um estacionamento tem 250 vagas. Ao meio-dia da última segunda-feira, um funcionário observou que o número de vagas ocupadas correspondia ao dobro do número de vagas livres, mais 10 vagas. Quantos carros estavam no estacionamento naquele momento?

Gabarito: Naquele momento, o estacionamento tinha 80 vagas livres e 170 ocupadas, logo, no estacionamento havia 170 carros.

Após a realização da atividade, solicite que os estudantes, em duplas ou pequenos grupos, contem aos colegas como realizaram o problema. Nesse momento, os colegas têm como tarefa fazer perguntas e compreender todo o processo utilizado por quem está explicando sua estratégia.

Aproveite esse momento para avaliar questões referentes à comunicação dos estudantes sobre os conceitos trabalhados. Utilize a rubrica a seguir.

Observe os resultados da sua avaliação. Caso seja necessário, você pode criar grupos de trabalho para retomar as aprendizagens que não ocorreram, separando uma ou duas aulas para isso.

É possível preparar atividades semelhantes a essas que apresentamos, incluindo problemas, equações e sistemas, e organizar grupos com estudantes localizados nos quatro níveis de rubrica, orientando que estudantes dos níveis 3 e 4 apoiem os demais.

Você não precisa destacar o nível, mas sim dizer que na classe podemos aprender uns com os outros e que você organizou os grupos para que isso ocorra.

Critérios	Nível 4	Nível 3	Nível 2	Nível 1
Capacidade de comunicar ideias e entendimentos matemáticos.	A comunicação das ideias matemáticas apresentadas por escrito e oralmente é precisa e clara.	A comunicação das ideias matemáticas apresentadas por escrito e oralmente é clara.	A comunicação das ideias matemáticas apresentadas por escrito e oralmente é confusa e/ou imprecisa.	A comunicação das ideias matemáticas apresentadas por escrito é fragmentada, incompleta e confusa.

Conectando sequências

Conexões com o Material do Volume I e outra explorações

As propostas apresentadas na atividade 2 desta sequência têm como foco o desenvolvimento do pensamento algébrico e exploram os conceitos de regularidade, generalização, escrita algébrica e equações e sistema de equações do 1º grau, contemplando algumas habilidades dos anos finais do Ensino Fundamental, como:

- **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
- **(EF08MA07)** Associar uma equação linear de 1º grau com duas incógnitas a uma reta no plano cartesiano.

E outras propostas para o ensino médio, como:

- **(EM13MAT510)** Investigar conjuntos de dados relativos ao comportamento de duas variáveis numéricas, usando ou não tecnologias da informação, e, quando apropriado, levar em conta a variação e utilizar uma reta para descrever a relação observada, quando tratamos da resolução algébrica de um sistema de equações nessa sequência.

A ampliação dessas habilidades acontece na 3ª SD desse material, em que o foco estará nas equações do 2º grau, relacionadas às habilidades (EF09MA09):

- **(EF09MA09)** Compreender os processos de fatoração de expressões algébricas, com base em suas relações com os produtos notáveis, para resolver e elaborar problemas que possam ser representados por equações polinomiais do 2º grau e no estudo das funções de 2º grau.

Bora se preparar?!

Professor/a, nesta etapa da SD, contemplamos habilidades muito relevantes para o desenvolvimento do pensamento algébrico dos estudantes. Para ampliar as aprendizagens deles e permitir que pensem mais a respeito dos conceitos envolvidos na álgebra, peça que resolvam as questões a seguir e, caso surja alguma dúvida, eles poderão discuti-las com seus colegas e professor/a na próxima aula. (Professor/a, você pode disponibilizar esses itens na versão impressa ou virtual, por e-mail, ou por WhatsApp).

Enquanto eles realizam a proposta, circule pela sala para fazer os alinhamentos necessários e solucionar possíveis dúvidas. Faça boas perguntas para conduzir a investigação e a reflexão dos estudantes, de modo que formulem/validem hipóteses, façam descobertas e tirem suas conclusões:

- Por que essa não é a alternativa correta?
- Qual estratégia utilizou para chegar a essa conclusão?

Se necessário, escolha o exercício que eles apresentaram mais dificuldades para resolver/discutir coletivamente.

Enquanto observa os estudantes, registre aqueles que já avançaram, aqueles que logo desistem, os que ainda estão com dificuldades. **Com base nessas anotações, você pode planejar uma próxima aula propondo atividades especiais** para aqueles que ainda não avançaram nos temas trabalhados e convidar aqueles que já sabem para serem os tutores na sala. Talvez seja necessário apoiar os estudantes com mais dificuldade, encorajá-los a não desistir, a serem perseverantes, a continuarem tentando.

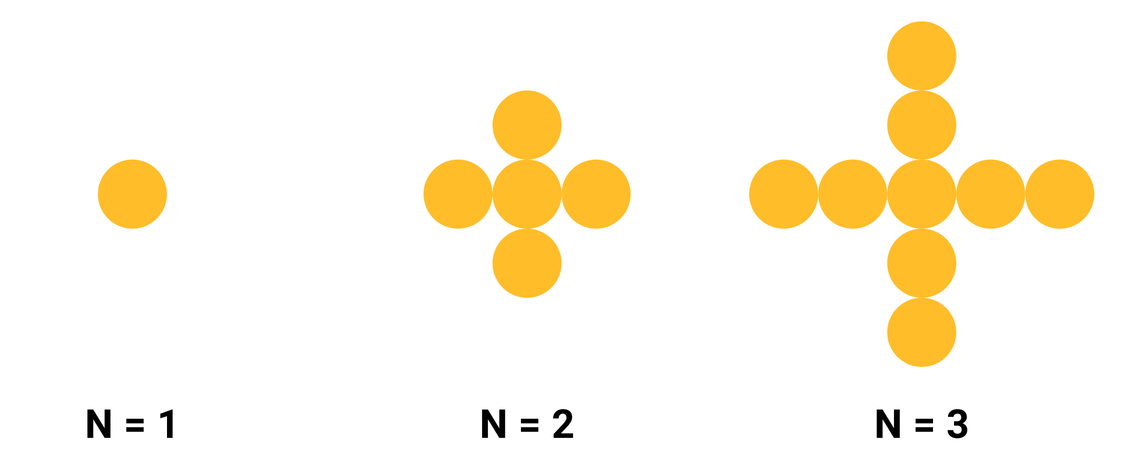
Invista na premissa que todos podem aprender matemática e que você acredita no potencial de cada um. Uma forma de apoio específico é organizar o grupo com mais dificuldade e dar um apoio seu especial a eles. Nesse caso, você pode fazer isso em uma aula na qual distribua atividades específicas para os estudantes com habilidades diferentes.

EXERCÍCIO 1

A figura abaixo mostra um padrão que se repete.
A expressão que representa o número de bolinhas y, em função da posição da figura na sequência (n), é:

a) y = 3n - 2
b) y = 2n - 1
c) y = 4n
d) y = n
e) y = 4n - 3

Gabarito: e

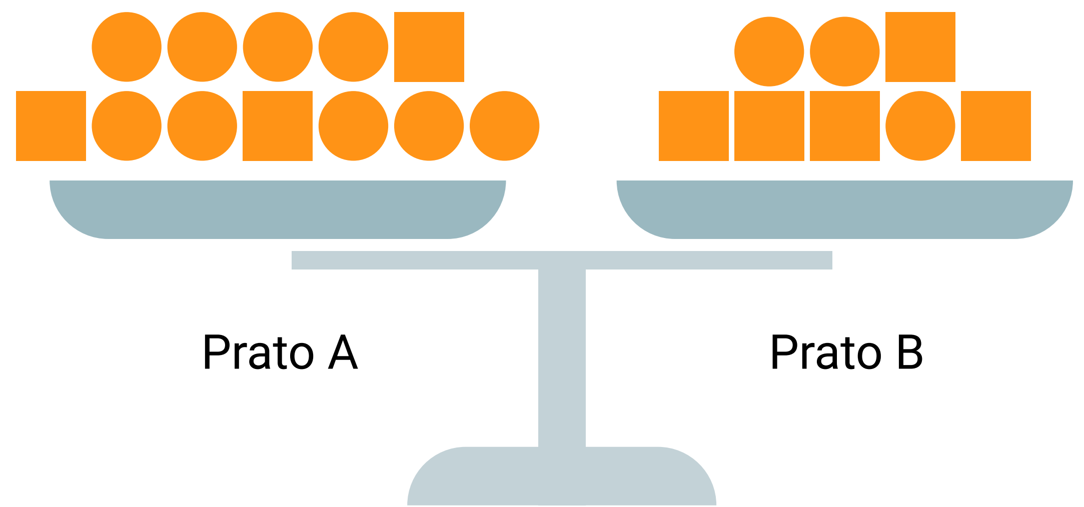


EXERCÍCIO 2

(FATEC – adaptado) A Figura abaixo representa uma balança cujos pratos estão equilibrados. Nos pratos dessa balança estão cubos congruentes entre si (representados por quadrados) e esferas congruentes entre si (representadas por círculos). Representando a massa da esfera por e e a massa do cubo por c, é correto afirmar que:

a) 6e = 2c
b) 2e = 6c
c) e = 2c
d) 2e = c
e) e = c

Gabarito: a



EXERCÍCIO 3

A solução da equação x + (-5) = -10 é:

a) x = 5
b) x = -5
c) x = -15
d) x = 15
e) x = 2

Gabarito: b

EXERCÍCIO 4

Observe o gráfico ao lado em que estão representadas as retas r e s. Esse gráfico representa o sistema:

a) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 2 \end{cases}$

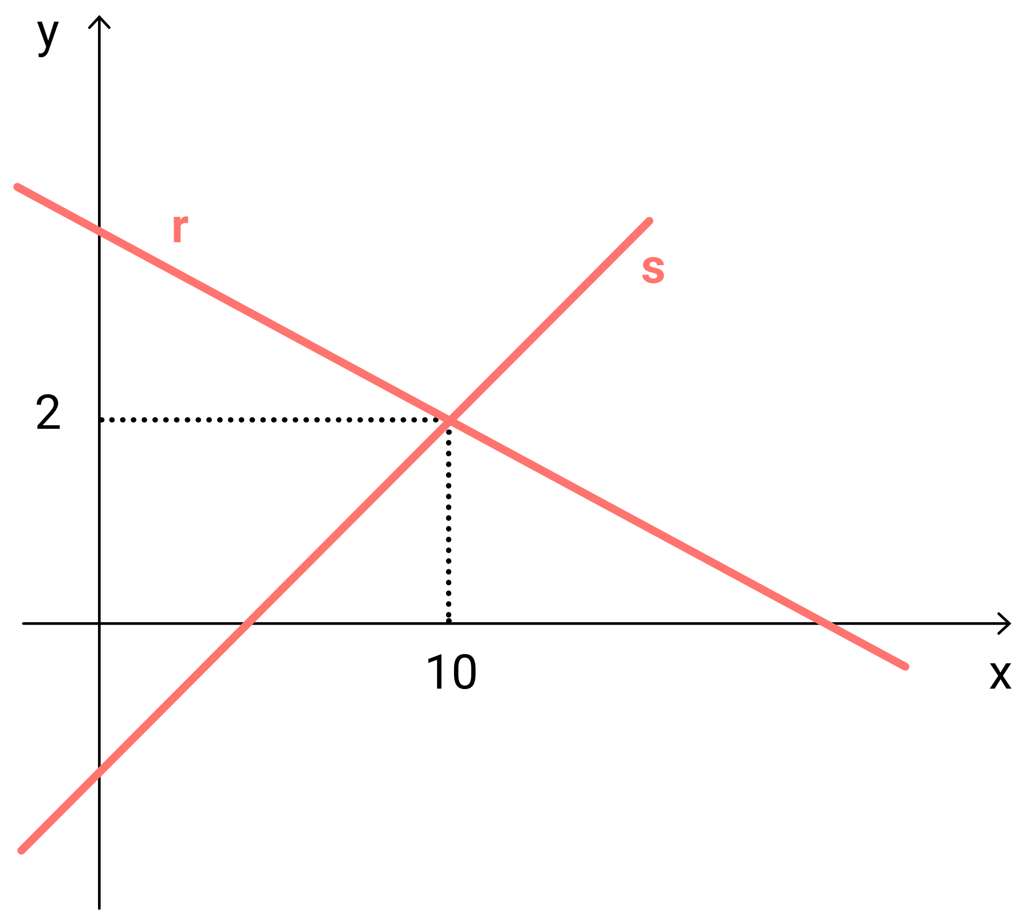
b) $\begin{cases} x + y = 2 \\ x - y = 10 \end{cases}$

c) $\begin{cases} 10x + 2y = 12 \\ x - y = 10 \end{cases}$

d) $\begin{cases} x + y = 12 \\ x - y = 8 \end{cases}$

e) $\begin{cases} 10x + y = 2 \\ x - y = 8 \end{cases}$

Gabarito: d



EXERCÍCIO 5

A diferença entre dois números é 360. Se juntarmos 120 ao dobro do número maior, obtemos o triplo do menor número. Quais são esses números?

Observe ao lado como Isis, Mário e Geraldo equacionaram esse problema. Analise o que cada um fez e utilize um dos procedimentos que você conhece para resolver o problema.

Depois, escolha outro procedimento para verificar se a sua resposta está correta.

ISIS:

$$\begin{cases} a - b = 360 \\ 2a + 120 = 3b \end{cases}$$

MÁRIO:

$$2 - (360 + b) + 120 = 3b$$

GERALDO:

$$2a + 120 = 3 \,.\, (a + 360)$$

EXERCÍCIO 6

Um estacionamento cobra R$ 12,00 por moto e R$ 23,00 por carro estacionado. Em um determinado dia, ao fazer o fechamento do caixa, a funcionária registrou no caderno de controle:

Veículos: 107
Valor: R$ 2.186,00

Quantos carros estacionaram nesse dia?

Para se aprofundar

Professor/a, antes de seguir com a exploração desta SD, que tal convidar os estudantes para explorarem a Matemática a partir de outras perspectivas?

Pergunte se eles saberiam dizer o nome de algum homem que contribuiu para o desenvolvimento da Matemática. É bem provável que tenham vários nomes para citar: Pitágoras, Tales, Gauss, Bháskara, entre outros.

Em seguida, pergunte se saberiam citar alguma mulher que contribuiu para o desenvolvimento da Matemática. Provavelmente não tenham muitos nomes para citar.

Proponha a reflexão: por que será que os nomes das mulheres que fizeram a história da Matemática não são divulgados?

Convide-os então a conhecer algumas dessas mulheres. Sugira a leitura de alguns textos sobre o tema, como:

- Conheça 5 mulheres que fizeram história na matemática, disponível em: bityli.com/5-mulheres-na-mat (acesso em 02/06/2022).
- As Mulheres na Matemática, disponível em: bityli.com/as-mulheres-na-mat (acesso em 02/06/2022).
- Mulheres na Matemática, disponível em: bityli.com/mulheres-na-mat (acesso em 03/06/2022).
- Quatro mulheres de destaque na matemática que você precisa conhecer, disponível em bityli.com/mulheres-matematicas-destaque (acesso em 02/06/2022).

Peça que, organizados em grupos, escolham uma ou duas mulheres e produzam um material para divulgar as suas contribuições para a Matemática. Eles podem produzir um podcast, um vídeo caseiro ou mesmo um cartaz, e divulgar para seus colegas da escola. Vale sugerir também com o professor/a de português, se necessário, para pedir ajuda com essa tarefa.

Atividade 2

ATIVIDADE 1

FUNÇÕES DO 1º GRAU OU FUNÇÃO AFIM

Foco: o foco da atividade é a construção do conceito de função e o reconhecimento dos elementos e das características das funções do 1º grau.

Tempo sugerido: 4 horas/aula.

Materiais necessários:

- Acesso ao aplicativo bityli.com/function-builder. Caso o acesso ao aplicativo não seja possível, você pode retomar a brincadeira de adivinhar o número pensado, já vivenciada, e ampliar para trabalhar o conceito de função.
- Acesso ao aplicativo bityli.com/Geogebra ou malha quadriculada: 1 folha para cada estudante.
- Cópias impressas ou digitais dos Problemas 1 e 2 > Momento 7.

Dividimos essa atividade em dois momentos, um para explorar, estudar e definir função a fim e outro para discutir o domínio de função. Os objetivos são:

- Desenvolver as habilidades do Ensino Fundamental dos anos finais:
  - **(EF09MA06)** Compreender as funções como relações de dependência unívoca entre duas variáveis e suas representações numérica, algébrica e gráfica e utilizar esse conceito para analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis.
- E iniciar o desenvolvimento de habilidades específicas do Ensino Médio, como:
  - **(EM13MAT401)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica
  - (EM13MAT302) Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Observe mais uma vez como podemos ir articulando as aprendizagens de 7º, 8º, 9º anos com as aprendizagens focais do Ensino Médio. Novamente se trata da essência da recomposição da aprendizagem: escolher uma boa proposta de atividade que permita desenvolver simultaneamente conhecimentos de anos escolares diversos. Esse processo diferencia a recomposição da recuperação, que deve acontecer após os estudantes terem tido chance de aprender, e permite que, de certa forma, possamos avançar nas aprendizagens e garantir que, nas séries do Ensino Médio, eles aprendam o máximo possível daquilo que é direito de aprendizagem apresentado nas habilidades e nas competências pela BNCC.

ATIVIDADE 2 ▸ MOMENTO 1

2 aulas

Construindo o conceito de função e definindo função do 1º grau

Professor/a, inicie o momento retomando a “máquina de calcular diferente” que eles realizaram na rotação por estações dessa sequência didática (estação 2) e diga que eles vivenciarão situações parecidas, mas agora com apoio de um aplicativo.

Caso o acesso ao aplicativo não seja possível, a exploração apresentada a seguir poderá ser realizada, pois o professor/a pode providenciar algumas figuras impressas contendo os números de entrada e os de saída, e o estudante deverá “descobrir” a lei de formação, por exemplo:

No primeiro momento, a ideia é que os estudantes trabalhem coletivamente num momento de aprendizagem compartilhada.

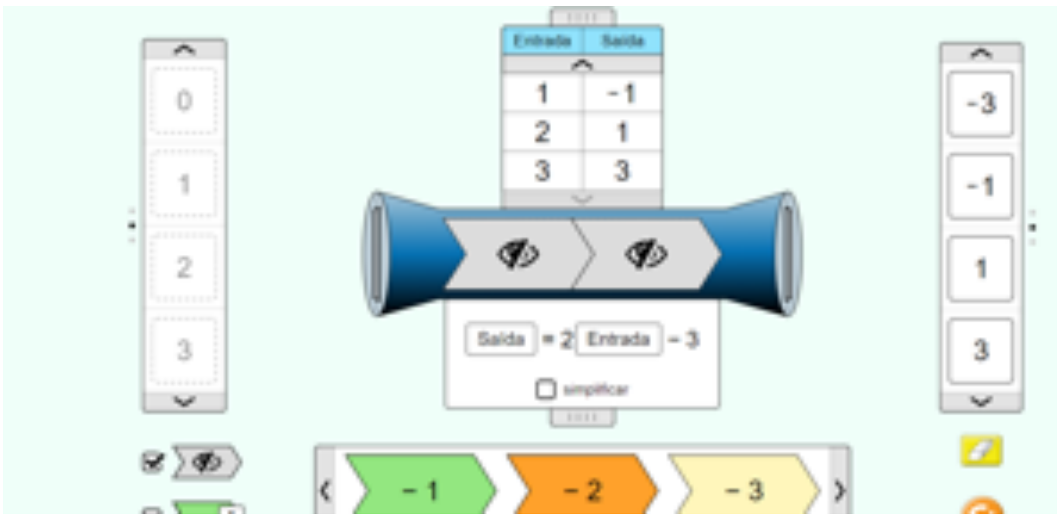
Número na entrada (x)	Número na saída (y)
-4	-8
-3	-6
-2	-4

Em seu dispositivo, acesse o aplicativo bityli.com/function-builder e selecione a opção Números. Em seguida, elabore um comando para que eles “descubram“ a lei de formação/lei da função. Comece com situações simples como: some 1 ou multiplique por -2. Após selecionar a lei, ative o comando Olho Fechado para ocultar a lei e compartilhe com os estudantes a sua tela. Enquanto você seleciona números para a entrada na máquina, os estudantes observam a saída e registram os números em uma tabela. Repita o processo algumas vezes. Veja um exemplo:

Número na entrada (x)	Número na saída (y)
-4	-8
-3	-6
-2	-4

Oriente os estudantes a preencher uma tabela relacionando o número da entrada com o número da saída (ou número pensado e número falado). Diga que o desafio é descobrir a regularidade, a lei que relaciona o número da saída com o valor da entrada, e escrever uma sentença matemática para representar a situação apresentada. No exemplo mostrado, é possível que digam: O número mais ele mesmo, ou O número vezes dois, explore essa linguagem expressa pelos estudantes em escrita matemática, por exemplo, registre y = 2x ou y = x + x.

Para validar a tabela construída pelos estudantes, utilize a aba disponível sobre a máquina (ela exibe a tabela completa); e para validar a lei de formação, selecione a aba disponível na parte inferior da máquina. Por exemplo, imagine que a função selecionada fosse: saída = 2 x entrada - 3, observe a tabela e a lei da função exibida quando se clica nas abas superior e inferior da máquina.



Repita o processo algumas vezes, inclusive com leis mais complexas como $y = x + 3$, $y = -3x + 1$, entre outras. Inclua também números racionais na forma de fração e decimal. Opte por números mais simples para que o foco seja na diversidade numérica e não em contas complexas agora.

Caso algum estudante apresente dificuldades para identificar as múltiplas transformações que estão ocorrendo, ative o comando "Parada" (abaixo do olho fechado) para que possa visualizar o que acontece após cada uma das transformações.

Aproveite o momento para sistematizar o conceito de função: o valor obtido na saída da máquina (variável y) depende do valor da entrada da máquina (incógnita x), ou seja, existe uma relação de dependência entre as grandezas envolvidas. Enfatize também que, em cada lei, cada valor de x está relacionado a um único valor de y.

Proponha uma "batalha de máquina de calcular". Organize os estudantes em grupos e cada grupo prepara uma lei no aplicativo, ativa o comando "olho fechado" e desafia outro grupo a preencher a tabela, a descobrir a lei da função e a escrever a sua lei de formação. Para ampliar as aprendizagens, peça que os estudantes escrevam todas as equações que foram elaboradas na batalha. Solicite que identifiquem semelhanças e diferenças entre as leis dessas funções. Garanta que todos identifiquem que todas possuem 1 como expoente da variável x.

Aproveite para sistematizar o conceito de função do 1º grau: é toda função do tipo $y = ax+b$, onde a e b são números reais e $a \neq 0$. Convide os estudantes a construir os gráficos dessas funções do 1º grau. Eles podem utilizar um plotador de gráficos, como o Geogebra (disponível em: bityli.com/Geogebra) ou mesmo uma malha quadriculada.

Proponha algumas explorações para a análise dos gráficos construídos:

- Você identifica alguma regularidade presente em todos os gráficos?
- Identifique quais são as funções crescentes e observe a lei de formação dessas funções. Você identifica alguma regularidade?
- Identifique quais são as funções decrescentes e observe a lei de formação dessas funções. Você identifica alguma regularidade?
- Identifique as coordenadas do ponto onde a função intercepta o eixo das abscissas (eixo x).

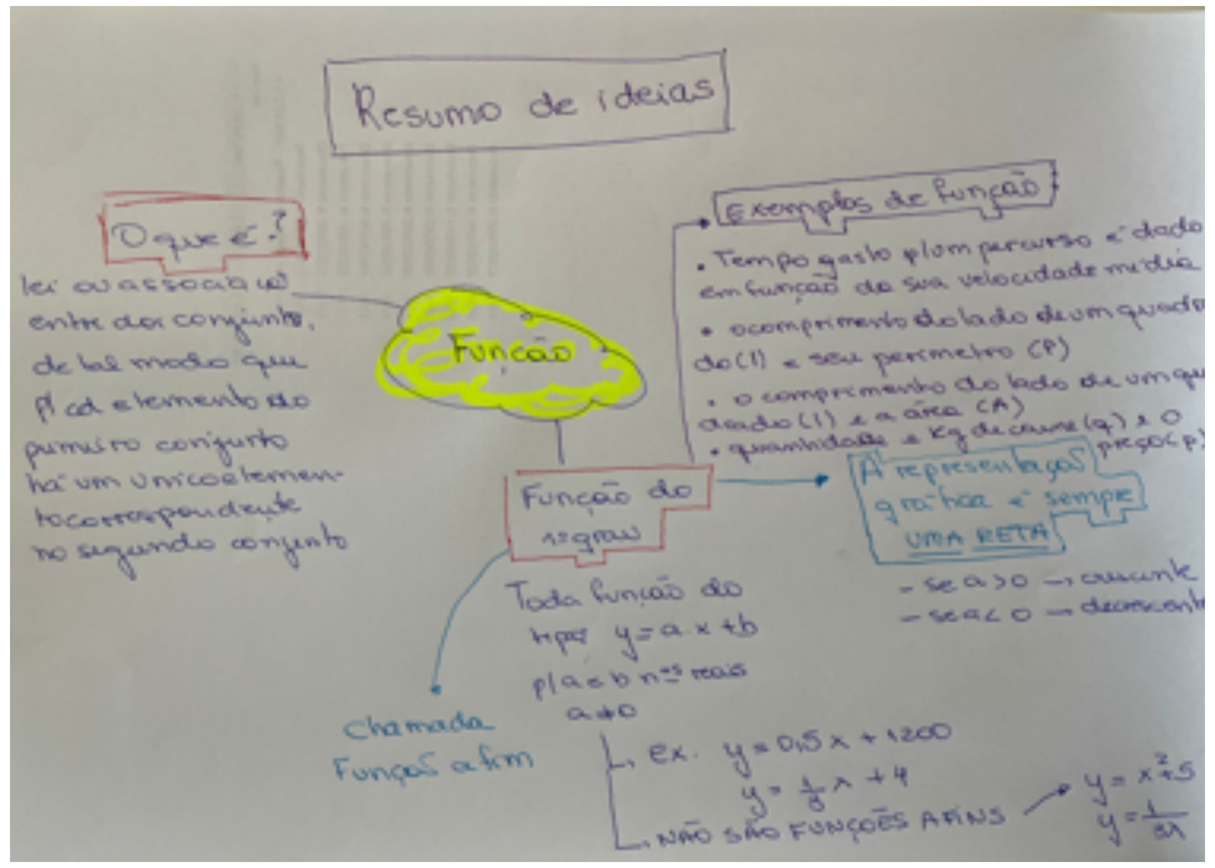
Após essa exploração, convide os estudantes a socializar suas conclusões. Aproveite para sistematizar que em uma função do 1º grau $y = ax + b$:

- A representação gráfica é sempre uma reta.
- Se $a > 0$, a função é crescente.
- Se $a < 0$, a função é decrescente.
- O gráfico intercepta o eixo x no ponto $((-b)/a, 0)$ e a abscissa desse ponto, $(-b)/a$, é denominada raiz ou zero da função.

Para ampliar as aprendizagens, selecione, no material didático adotado, exercícios e problemas que envolvam o conceito de função do 1º grau. Esses exercícios podem ser utilizados como forma de ampliar e exercitar o conhecimento sobre funções. Dê preferência para propostas que foquem na ideia mais intuitiva de funções, na relação entre duas variáveis (por exemplo, lado e perímetro; quantidade vendida e valor; tempo e distância; lado e área), em que exploram tabelas e as leis de formação de uma função.

Finalize pedindo para os estudantes registrarem suas aprendizagens sobre funções. Eles podem escrever um pequeno texto, fazer um esquema ou mesmo um mapa de ideias. Convide alguns estudantes a socializar seus registros. Você pode também organizar um quadro na sala com esses registros e pedir para os estudantes identificarem semelhanças e diferenças entre eles.

Outra possibilidade é você organizar coletivamente com a ajuda do grupo no quadro um esquema contendo as principais descobertas do grupo sobre o tema, veja um exemplo:



Importante lembrar que esse é um exercício de metacognição, de pensar sobre o que se fez tornando um processo consciente, uma vez que escrever pode ajudar os estudantes a aprimorar percepções, conhecimentos e reflexões pessoais. Além disso, ao produzir textos em matemática, tal como ocorre em outras áreas do conhecimento, o estudante tem a oportunidade de usar habilidades de ler, ouvir, observar, questionar, interpretar e avaliar seus próprios caminhos e as ações que realizou, e verificar no que poderia ser melhor. É como se pudesse refletir sobre o próprio pensamento e ter, nesse momento, uma consciência maior sobre aquilo que realizou e aprendeu.

Professor/a, observe os seus estudantes na resolução das propostas a respeito de função vividas até aqui, caso seja necessário, amplie as vivências, com foco nas discussões feitas até o momento, selecionando propostas do seu material didático ou realizando as propostas sugeridas a seguir:

- Isso é função?, disponível em: bityli.com/isso-e-funcao (acesso em 01/08/2022).
- O que é uma função?, disponível em: bityli.com/o-que-e-funcao (acesso em 01/08/2022).

Antes de avançar nos estudos de funções, achamos importante realizar uma parada para realizar um estudo a respeito dos números reais, portanto, temos uma proposta com essa finalidade: o Momento 2.

2 aulas

Construindo o conceito de função e definindo função do 1º grau

Professor/a, esta atividade tem como foco a ampliação dos conjuntos numéricos. A ideia é o estudante construir o conceito de número irracional a partir do cálculo do lado de um quadrado conhecendo sua área. Esse é um tema muito relevante para esse momento, visto que nesta SD serão explorados a resolução de equações do 2º grau, o Teorema de Pitágoras e as relações trigonométricas, temas para os quais os números irracionais são conhecimentos prévios essenciais.

Mas antes de iniciar a proposta: sugerimos a leitura do texto *Usar ou não a calculadora em sala de aula?*, de Kátia Stocco Smole, Cristiane Chica e Cristiane Akemi Ishihara, que apresenta uma excelente reflexão a respeito de um novo olhar para o uso da calculadora em sala de aula, disponível em bityli.com/usar-ou-nao-a-calcula (acesso em 09/06/2022).

Organize os estudantes em duplas e inicie a atividade solicitando que desenhem no papel quadriculado alguns quadrados com diferentes medidas de áreas: área conhecida (4 u^2, 9 u^2, 16 u^2 etc.). Peça que os grupos socializem as áreas dos quadrados construídos e organize com eles uma sequência numérica com as áreas obtidas: (1, 4, 9, 16, 25, 36 ...). Aproveite o momento para dizer que essa é a sequência dos números quadrados perfeitos.

Em seguida, questione como obter a medida do lado do quadrado conhecendo sua área. É provável que os estudantes afirmem que basta calcular a raiz quadrada da área do quadrado e que identifiquem que: quando a área é 1, o lado também mede 1, pois $\sqrt{1} = 1$; quando a área é 4, o lado mede 2, pois $\sqrt{4} = 2$; quando a área é 9, o lado mede 3, pois $\sqrt{9} = 3$ etc.

Amplie a discussão e apresente situações que envolvam números racionais, que provavelmente não foram contemplados nos desenhos dos estudantes, como:

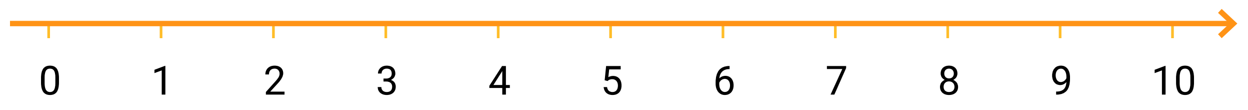
- Qual a medida do lado do quadrado cuja área mede 0,81?
- E quando ela mede 16/25?
- E quando ela mede 144/25?
- E quando a área mede 4,41?

Respostas esperadas:

- $\sqrt{0{,}81} = \sqrt{(81 / 100)} = 9 / 10 = 0{,}9$
- $\sqrt{(16 / 25)} = 4 / 5 = 0{,}8$
- $\sqrt{(144 / 25)} = 12 / 5 = 2{,}4$
- $\sqrt{4{,}41} = \sqrt{(441 / 100)} = 21 / 10 = 2{,}1$

Aproveite o momento para avaliar se os estudantes reconhecem os números naturais, se identificam as características dos números racionais, se relacionam a escrita decenal com a escrita fracionária e se identificam a radiciação como a operação inversa da potenciação. Caso isso não ocorra, você pode realizar com eles as seguintes atividades apresentadas a seguir. Peça aos estudantes que desenhem uma reta numerada no caderno e localizem na mesma os radicais apresentados abaixo.

$\sqrt{49}$	$\sqrt{1}$	$\sqrt{4}$	$\sqrt{0{,}81}$
$\sqrt{(16/25)}$	$\sqrt{64}$	$\sqrt{4{,}41}$	$\sqrt{(144/25)}$



Para ampliar as discussões, apresente um novo desafio: *Qual deve ser a medida do lado de um quadrado cuja área é 5u2 (ou outro valor que não seja um quadrado perfeito)?*. Dê um tempo para que conversem em grupos, formulem hipóteses e façam descobertas. Incentive-os a fazer desenhos, pergunte se o número procurado poderia ser um número natural ou racional e peça que justifiquem suas respostas. É possível que, estabelecendo relação com as explorações realizadas anteriormente com área e lado de quadrados, eles afirmem que se área é 5, então a medida do lado é $\sqrt{5}$.

Questione entre quais valores inteiros eles acreditam que se situa o valor da medida do lado deste quadrado.

É possível que alguns estudantes afirmem que a medida do lado do quadrado se situa entre 2 e 3, pois já sabem que:

$$\begin{array}{ccccc} \sqrt{4} & < & \sqrt{5} & < & \sqrt{9} \\ \downarrow & & \downarrow & & \downarrow \\ 2 & & 2,\_\_ & & 3 \end{array}$$

Solicite, então, que, em grupos, façam algumas estimativas e confiram o valor, multiplicando-o por si mesmo. Sugira a utilização da calculadora para agilizar os cálculos.

Incentive os estudantes a refinar os resultados obtidos, aumentando o número de ordens decimais.

- 2,12 = 2,1 . 2.1 = 4,41 (falta)
- 2,22 = 2,2 . 2.2 = 4,84 (falta)
- 2,32 = 2,3 . 2.3= 5,29 (excesso)

Então, o número procurado está entre 2,2 e 2,3.

- 2,222 = 2,22 . 2.22 = 4,9284 (falta)
- 2,232 = 2,23 . 2.23 = 4,9729 (falta)
- 2,242 = 2,24 . 2.24 = 5,0176 (excesso)

Então, o número procurado está entre 2,23 e 2,24.

Peça que validem suas hipóteses efetuando, na calculadora, o cálculo de √5.

Sistematize que, se a área do quadrado mede 5, então a medida do lado mede √5 = 2,23606797749979.....

Em seguida, pergunte se identificam alguma regularidade nas ordens decimais do número obtido. A ideia é mostrar que a parte decimal de um número irracional é infinita e não periódica.

Se necessário, retome as dízimas periódicas como números racionais que possuem infinitas casas decimais, periódicas, e podem ser escritos na forma de fração: 0,2222...=2/9, 1,2525...=124/99, 0,455555...=41/90.

Se após essas propostas, você considerar que os estudantes ainda apresentam fragilidades e precisam avançar, planeje mais 2 ou 3 aulas para explorar os números irracionais e os reais.

Mais uma vez, estamos trazendo aqui a ideia de recomposição das aprendizagens, **propondo o desenvolvimento da habilidade EF09MA02, proposta para o 9º ano do Ensino Fundamental** – *Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica* –, mas que envolve conhecimento prévio essencial para o estudo de temas muito importantes do Ensino Médio, como as funções, as relações métricas e trigonométricas nos triângulos retângulos, entre outros.

Para se aprofundar

Professor/a, se necessário, separe 2 ou 3 aulas do seu planejamento para ampliar a exploração dos irracionais e dos reais.

Retome o conceito de radiciação como operação inversa da potenciação e explore as propostas apresentadas no plano de aula da Nova Escola, disponível em novaescola.org.br/planos-de-aula/fundamental/8ano/matematica/radiciacao-como-operacao-inversa-da-potenciacao/433 (acesso em 16/05/2022). Essa proposta tem como objetivo desenvolver a habilidade **(EF08MA02)** Resolver e elaborar problemas usando a relação entre potenciação e radiciação, para representar uma raiz como potência de expoente fracionário -, que pode ser classificada como habilidade complementar/de aprofundamento.

Para ampliar a exploração dos números irracionais, o jogo pode ser uma ótima estratégia. Uma possibilidade é o Jogo da Reta Numerada e Números Irracionais, apresentado no plano de aula da Nova Escola, disponível em bityli.com/jogo-da-reta (acesso em 16/05/2022). Essa proposta tem como objetivo desenvolver as habilidades **(EF09MA01)** Reconhecer que, uma vez fixada uma unidade de comprimento, existem segmentos de reta cujo comprimento não é expresso por número racional (como as medidas de diagonais de um polígono e alturas de um triângulo, quando se toma a medida de cada lado como unidade) -, que envolve aprendizagens complementares/de aprofundamento e **(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica - para representar uma raiz como potência de expoente fracionário, que pode ser classificada como habilidade essencial.

Para ampliar o estudo dos números reais, você pode propor algumas atividades disponíveis nos planos de aula da Nova Escola: Números reais na reta numerada, disponível em bityli.com/numeros-reais e Jogando com números reais, disponível em bityli.com/jogando-num-reais (acesso em 02/06/2022). Essa proposta também promove o desenvolvimento das habilidades **(EF09MA01)** e **(EF09MA02)**.

Sistematize as características dos números irracionais e aproveite o momento para retomar os demais conjuntos numéricos estudados a fim de expandir o universo numérico dos estudantes. É importante mostrar que os números racionais e os irracionais compõem o conjunto dos números reais.

Para finalizar a proposta, apresente mais alguns números irracionais (na forma de raízes quadradas não exatas), como: $\sqrt{2}, \sqrt{5}, -\sqrt{11}, \sqrt{13}, -\sqrt{15}, \sqrt{21}$, entre outros e convide os grupos a localizá-los na reta numérica. Explique que é possível utilizar a calculadora, mas que será necessário registrar no caderno os cálculos envolvidos.

Enquanto os grupos realizam a proposta, observe se os estudantes realizam estimativas corretas, localizam corretamente um número irracional entre dois números inteiros, qual estratégia utilizam para obter a escrita decimal de um número irracional e como explicam os procedimentos realizados.

Esse momento é oportuno para trazer imagem/desenho e linguagem relacionadas aos conjuntos numéricos N, Z, Q, I e R, contemplando a ideia de inclusão entre os conjuntos, de maneira que os estudantes percebam que todo número natural é também inteiro, que todo inteiro é também racional, e que os números racionais e os irracionais, juntos, formam os números reais. Mas tome cuidado para não perder o foco da proposta, a ideia não é valorizar a linguagem descontextualizada. De que adianta saber uma porção de símbolos e nomes se não se chega a usá-los para trabalho com o raciocínio dedutivo.

Para saber mais sobre esse tema, você pode fazer a leitura do texto *Teoria dos conjuntos: sim ou não?*, de Maria Ignez Diniz, disponível em bityli.com/teoria-dos-conjuntos (acesso em 09/06/2022).

Bora se preparar?!

Professor/a, convide os estudantes a realizar as propostas a seguir, que se relacionam com a habilidade **(EF09MA02)** Reconhecer um número irracional como um número real cuja representação decimal é infinita e não periódica, e estimar a localização de alguns deles na reta numérica.

Eles podem trabalhar em duplas ou pequenos grupos, pois, dessa forma, discutem as propostas, compartilham as aprendizagens e escolhem boas estratégias para resolver os desafios.

EXERCÍCIO 1

(Prova Brasil) O número irracional raiz quadrada de 7 está compreendido entre os números:

a) 2 e 3
b) 13 e 15
c) 3 e 6
d) 6 e 8

Gabarito: A

EXERCÍCIO 2

O valor aproximado do perímetro do quadrado abaixo é:

a) 32
b) 24
c) 28
d) 20
e) 36

Gabarito: C

ATIVIDADE 2 ▸ MOMENTO 3

1 aula

Estudando o domínio de uma função

Professor/a, anuncie que nessa etapa vão ampliar e aprofundar o estudo de funções. Proponha que, em duplas ou trios, os estudantes resolvam os problemas a seguir. Diga que o foco não é apenas buscar a resposta correta, mas também:

- Construir uma tabela para representar cada situação apresentada.
- Escrever a lei da função que representa cada situação.
- Identificar semelhanças e diferenças entre os dois problemas.

EXERCÍCIO 1

Em um certo período de sua vida, uma planta cresce 2 cm a cada mês de vida. Sabendo que ao final do 1º mês sua altura é 2 cm, qual é a altura esperada ao final do 4º mês?

Respostas esperadas:

Idade da planta, em meses: x	Altura da planta, em cm: y
1	2
1,5	3
2	4
3	6
3,5	7
4	8

Lei de formação da função: $y = 2 . x$

EXERCÍCIO 2

Observe a sequência de figuras e descubra por quantos quadrados a quarta figura será composta.

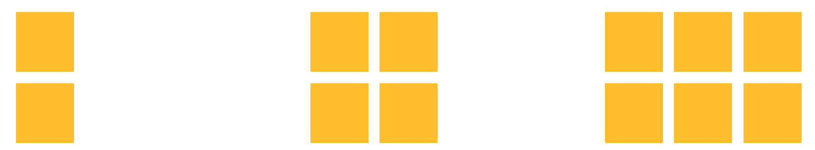


Figura 1 Figura 2 Figura 3

Respostas esperadas:

Posição da figura na sequência	Número de quadrados da figura
1	2
2	4
3	6
4	8

Lei de formação da função: $y = 2 . x$

Dê um tempo adequado para que os grupos resolvam as propostas. Enquanto os estudantes as resolvem, circule pela sala para verificar quais as dificuldades encontradas, se eles identificam as semelhanças e diferenças, se organizam corretamente as tabelas e se identificam que as duas situações apresentadas são exemplos de funções do 1º grau. Faça anotações de pontos que precisam ser retomados no momento de discussão coletiva.

Após todos os grupos realizarem as propostas, convide-os a compartilhar suas tabelas, suas estratégias, a lei de cada função e a resposta encontrada. Questione as diferenças e semelhanças identificadas. Caso não surja a questão do domínio, apresente algumas perguntas norteadoras, como:

- É possível descobrir a altura da planta com um mês e meio de vida? Como?
- E com três meses e meio de vida? Qual seria essa altura?
- Como obter esse valor?

Questione se os números 1,5 e 3,5 poderiam ser inseridos na tabela do problema 1 e quais outros números também poderiam ser inseridos.

Em seguida, repita as perguntas agora para o problema 2:

- É possível descobrir quantos quadradinhos tem a figura que ocupa a posição 1 e meio?
- E a posição 3 e meio?

Questione se os números 1,5 e 3,5 poderiam ser inseridos na tabela do problema 2.

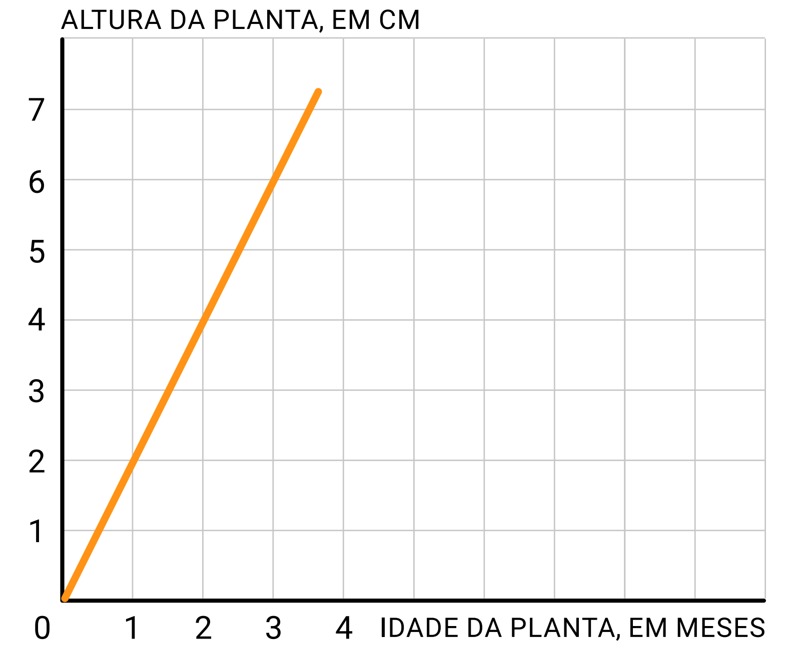
Convide os estudantes a construir o gráfico das duas funções utilizando uma malha quadriculada. Essa construção pode acontecer de forma coletiva. Apresente boas perguntas para que os estudantes percebam que:

- No gráfico do 1º problema, é possível ligar os pontos, mas não é possível atribuir valores negativos para o tempo, logo, a representação gráfica dessa função será uma semirreta e o seu domínio é o conjunto dos números reais não negativos.
- No gráfico do 2º problema é formado por pontos alinhados, mas que não é possível ligar esses pontos e que também não é possível atribuir valores negativos para a posição da figura. Assim, o domínio da função é o conjunto dos números naturais.

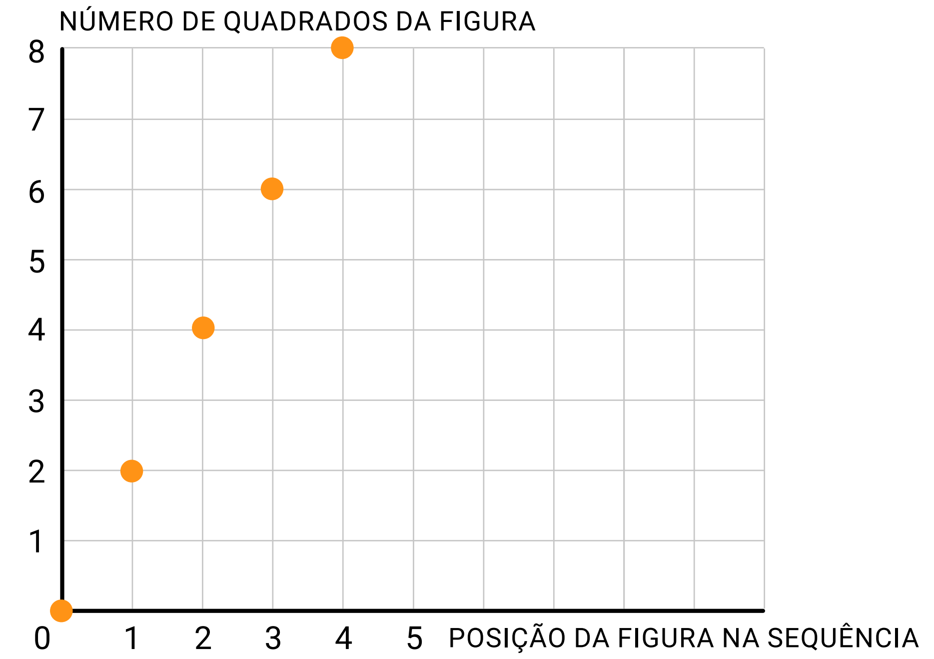
Aproveite o momento para sistematizar o conceito de domínio de uma função e selecionar algumas propostas no material didático para propor para os estudantes.

Respostas esperadas:

Exercício 1



Exercício 2

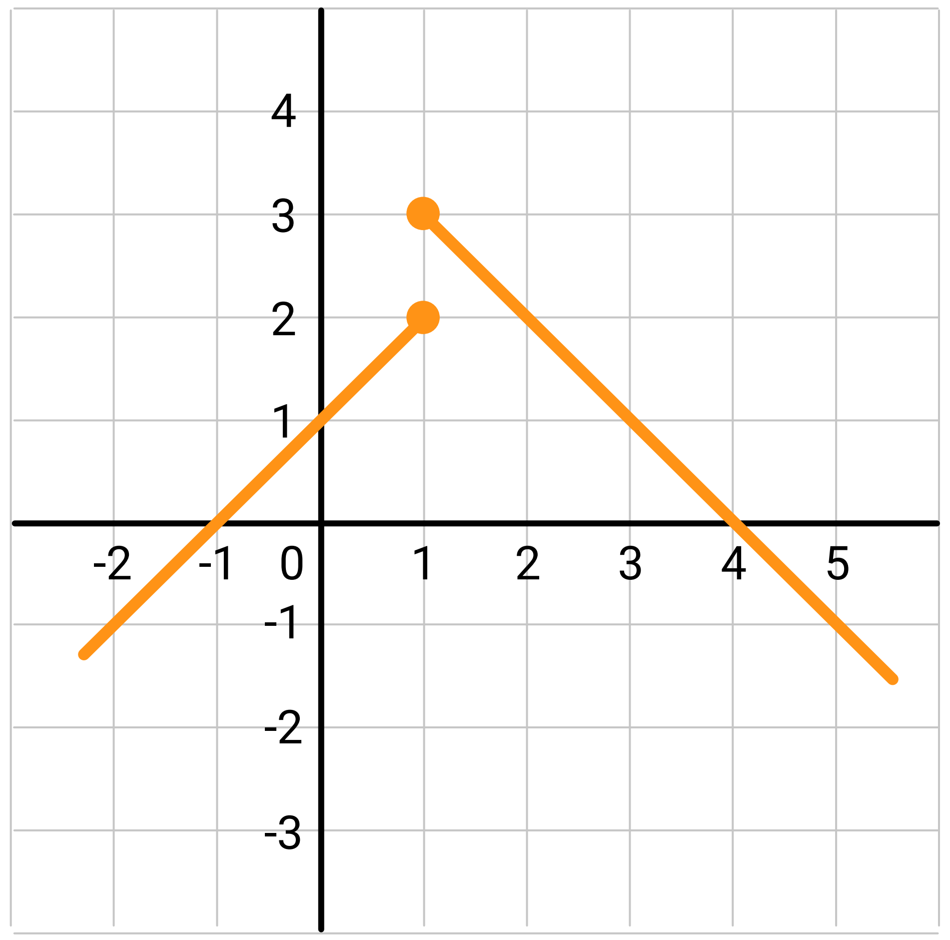


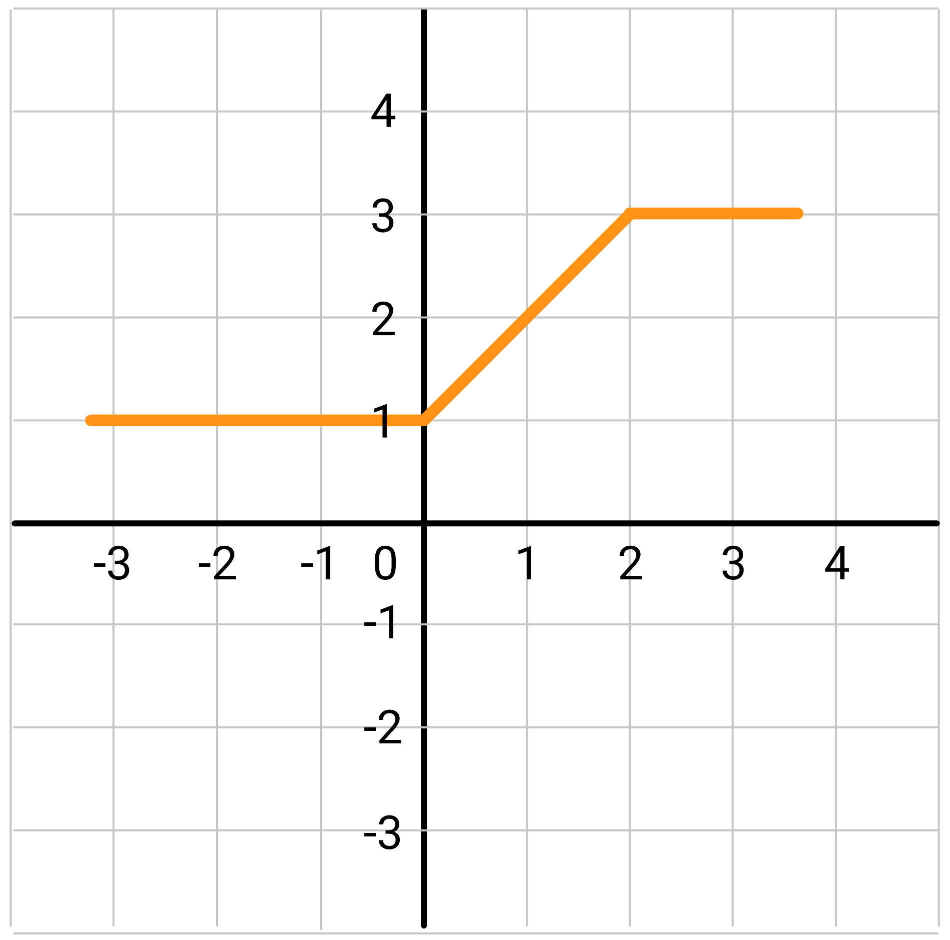
Para se aprofundar

Professor/a, para ampliar a aprendizagem do estudante, solicite que ele construa, em uma malha quadriculada, o gráfico das funções definidas abaixo. Converse a respeito da importância de analisar os intervalos do domínio da função e relacioná-los com a lei, para a construção e análise da sua representação gráfica.

$$y = \begin{cases} x + 1 \text{ para } x \leq 1 \\ -x + 4 \text{ para } x > 1 \end{cases}$$

$$y = \begin{cases} 1, \text{ se } x < 0 \\ x + 1, \text{ se } 0 \leq x < 2 \\ 3, \text{ se } x \geq 2 \end{cases}$$





Para finalizar a proposta, solicite que os estudantes, organizados em pequenos grupos, elaborem um problema que possa ser representado por um dos gráficos apresentados anteriormente.

Exemplo de resposta – Problema que pode ser representado pelo gráfico do item B:

Uma máquina de calcular foi programada para efetuar 3 diferentes cálculos:

- *Se o valor da entrada for qualquer número real menor do que zero, o valor de saída é 1.*
- *Se o valor da entrada for qualquer número real maior ou igual a zero e menor que dois, soma-se uma unidade e exibe o número de saída.*
- *Se o valor da entrada for qualquer número real maior ou igual a dois, o valor de saída é 3.*

Qual o valor de saída se o valor da entrada for 1,25?

Propostas dessa natureza são muito importantes para a aprendizagem e o desenvolvimento de competências nos estudantes.

Mas você deve estar se perguntando: por que os alunos devem formular problemas? Algumas justificativas são:

- A formulação de problemas auxilia os estudantes a identificar situações matemáticas.
- A formulação de problemas ajuda os estudantes a escrever sobre o que lhe é significativo.
- A formulação de problemas permite ao estudante perceber o que é importante, matematicamente, na formulação e resolução de problema:
  - qual o papel;
  - que relação há entre os dados apresentados;
  - a pergunta a ser respondida e a resposta.
- A formulação de problemas estabelece um vínculo entre a linguagem matemática e a língua materna.
- A formulação de problemas auxilia o estudante a se comunicar em matemática.
- Os estudantes sempre têm mais dificuldades em decidir qual o procedimento necessário que vão utilizar para resolver um problema do que em conduzir os procedimentos em si. Escrever um problema auxilia na superação desta dificuldade, pois permite que cada um escolha o procedimento que vai utilizar e de que forma ela aparecerá no problema.

Atenção para a avaliação!

Professor/a, nesse momento, o objetivo é avaliar as aprendizagens de cada um sobre o conceito de função. Em especial, as habilidades:

- **(EF07MA13)** Compreender a ideia de variável, representada por letra ou símbolo, para expressar relação entre duas grandezas, diferenciando-a da ideia de incógnita.
- **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
- **(EF08MA06)** Resolver e elaborar problemas que envolvam cálculo do valor numérico de expressões algébricas, utilizando as propriedades das operações.

Na situação 1 proposta a seguir, tenha como foco da sua avaliação saber se os estudantes: identificam a relação de dependência entre o número de mesas e o número de cadeiras; calculam o número de cadeiras conhecendo o número de mesas; identificam o número de mesas a partir do número de cadeiras; modelam a situação utilizando uma expressão matemática (lei da função). Na situação 2, observe se os estudantes relacionam as duas grandezas da tabela, expressando-as por uma função, e constroem o gráfico da função.

Peça que, em duplas, resolvam o problema apresentado a seguir, utilizando a estratégia que achar mais adequada. Enquanto eles realizam a proposta, circule para verificar como os alunos estão realizando a proposta. Esse é um momento para você avaliar se todos os estudantes conseguiram avançar com suas aprendizagens nos temas trabalhados, então procure identificar e anotar comentários individuais de cada um.

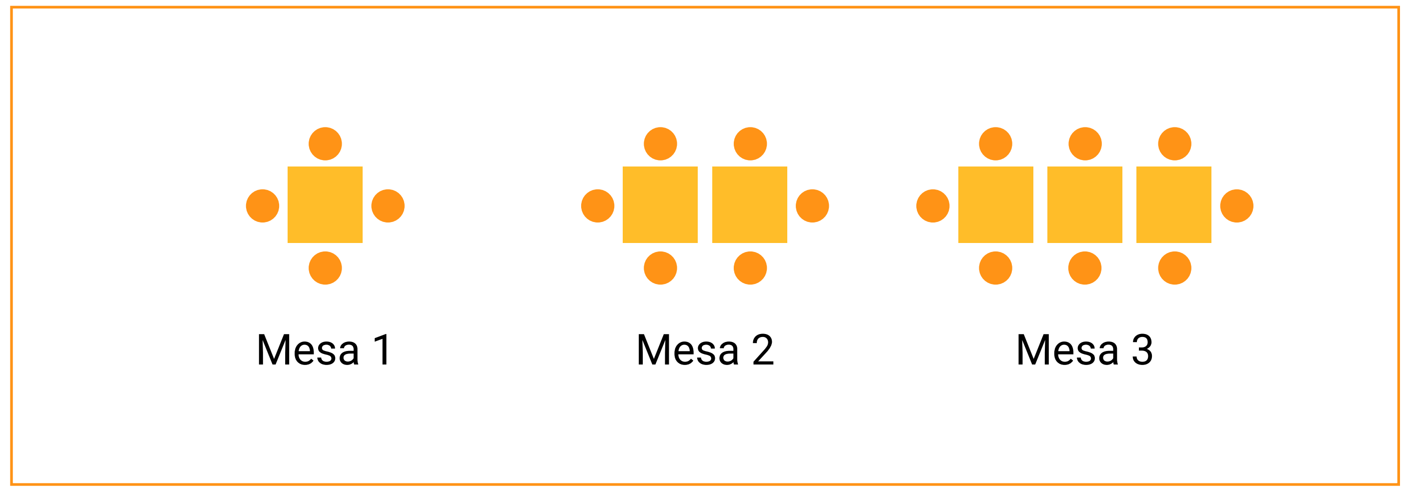
No final, você pode disponibilizar um gabarito comentado e orientar os estudantes que comparem a sua resolução com o gabarito, que verifiquem semelhanças e diferenças entre a forma de resolver, a forma de organizar o pensamento e a resposta dada, e façam suas anotações. Caso tenham dúvidas, eles poderão procurá-lo. Essa ação de compreender um exercício resolvido, analisar o passo a passo, entender os procedimentos utilizados é essencial para a compreensão e ampliação do conhecimento da linguagem matemática.

EXERCÍCIO 1

Na figura abaixo, encontra-se um esquema de um restaurante, em que a mesa 1 tem 4 cadeiras; a mesa 2 tem 6 cadeiras; e a mesa 3 tem 8 cadeiras. As mesas seguintes possuem a mesma sequência das figuras.

a) Quantas cadeiras terá a mesa 5? 12 cadeiras.
b) Quantas cadeiras terá a mesa 10? 22 cadeiras.
c) Quantas mesas seriam necessárias para organizar 30 pessoas, seguindo a mesma sequência? 14 mesas.
d) Escreva uma sentença que relaciona o número de mesas (M) com o número de cadeiras (C).
$C = m \cdot 2 + 2$ ou $C = 2(m + 1)$

Gabarito: A



EXERCÍCIO 2

Entregue papel quadriculado e régua aos estudantes, em seguida peça que terminem de completar a tabela e que respondam o que se pede:

n	-6	-4,5	-2	0	1,5	3	5	10	20
m	73		9	1		19	51	201	

a) Qual é a fórmula matemática que relaciona as variáveis m e n?

b) Qual é o valor de m para n = 0? Quais são os valores de n para m = 0?

c) Para quais valores de n, os valores correspondentes m são negativos? E positivos?

d) Construa o gráfico correspondente à função acima em um plano cartesiano e utilize-o para verificar as respostas dadas.

Gabarito:

n	-6	-4,5	-2	0	1,5	3	5	10	20
m	73	41,5	9	1	5,5	19	51	201	801

a) m = 2n2 + 1

b) para n = 0, m = 1. Não há valor de n para m = 0.

c) m nunca será negativo.

Bora se preparar?!

1 aula

Convide os estudantes a realizar as propostas a seguir, que se relacionam com as habilidades:

- **(EF07MA15)** Utilizar a simbologia algébrica para expressar regularidades encontradas em sequências numéricas.
- **(EM13MAT302)** Construir modelos empregando as funções polinomiais de 1º ou 2º graus, para resolver problemas em contextos diversos, com ou sem apoio de tecnologias digitais.
- **(EM13MAT404)** Analisar funções definidas por uma ou mais sentenças (tabela do Imposto de Renda, contas de luz, água, gás etc.), em suas representações algébrica e gráfica, identificando domínios de validade, imagem, crescimento e decrescimento, e convertendo essas representações de uma para outra, com ou sem apoio de tecnologias digitais.

Se você quiser ampliar seus conhecimentos dessas habilidades, veja a Base Comentada do Ensino Médio, disponível em: o.institutoreuna.org.br/categoria-bncc/matematica-e-suas-tecnologias (acesso em 01/08/2022). Para ter acesso ao documento, vá até o final da página e escolha a forma em que deseja ler os comentários para cada competência e habilidade da matemática na BNCC do Ensino Médio.

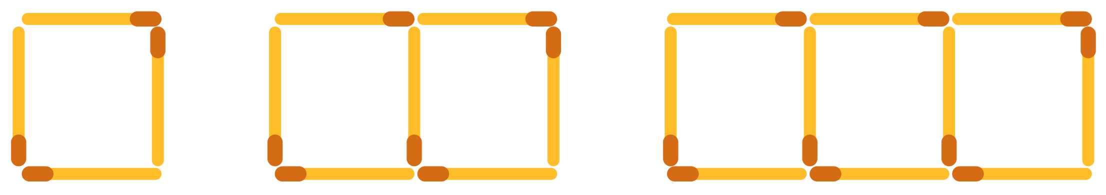
Eles podem trabalhar em duplas ou pequenos grupos, pois, dessa forma, discutem as propostas, compartilham as aprendizagens e escolhem boas estratégias para resolver os desafios.

Enquanto realizam os exercícios propostos, circule pela sala para solucionar possíveis dúvidas e fazer os alinhamentos necessários. Se achar adequado, você pode utilizar essa proposta como um instrumento avaliativo se identificam corretamente, nas propostas 1 e 4, o padrão e a regularidade que formam as sequências; e, no caso do item 1, se têm clareza que o gráfico é representado por pontos, visto que envolve números naturais: a quantidade de palitos e a posição da figura na sequência. Nos exercícios 2 e 3, observe se os estudantes identificam a escrita algébrica e o gráfico que representa a situação apresentada.

Caso identifique algumas fragilidades, na aula seguinte, você pode organizar duplas produtivas na sala de aula, selecionar novas propostas no material didático e convidar os estudantes que já sabem o tópico para serem tutores daqueles que ainda precisam avançar.

EXERCÍCIO 1

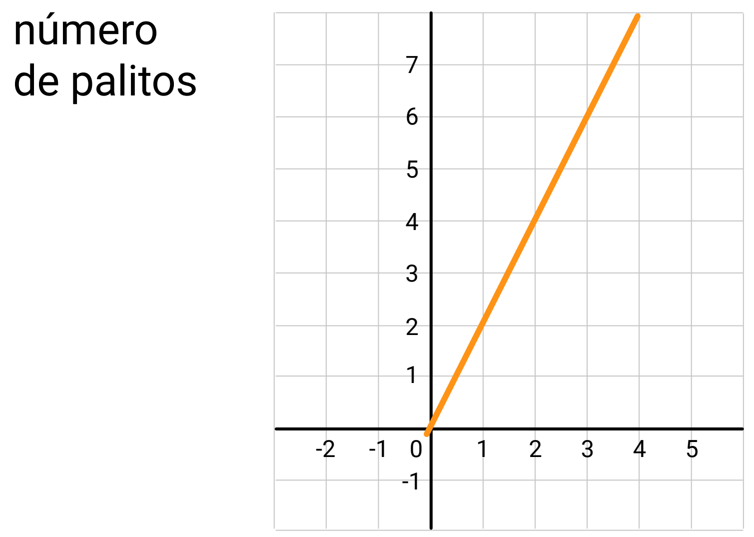
Observe a sequência abaixo. Qual dos gráficos representa a relação do número de quadrados com o número de palitos das primeiras figuras da sequência abaixo? **Gabarito:** C

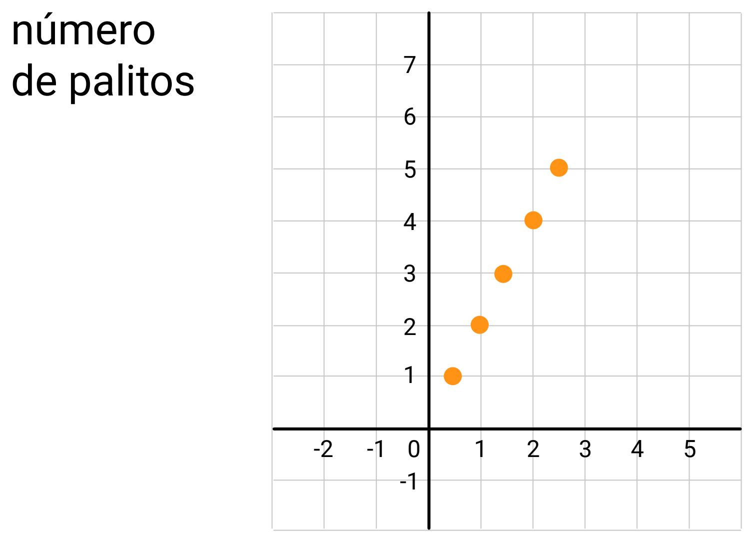


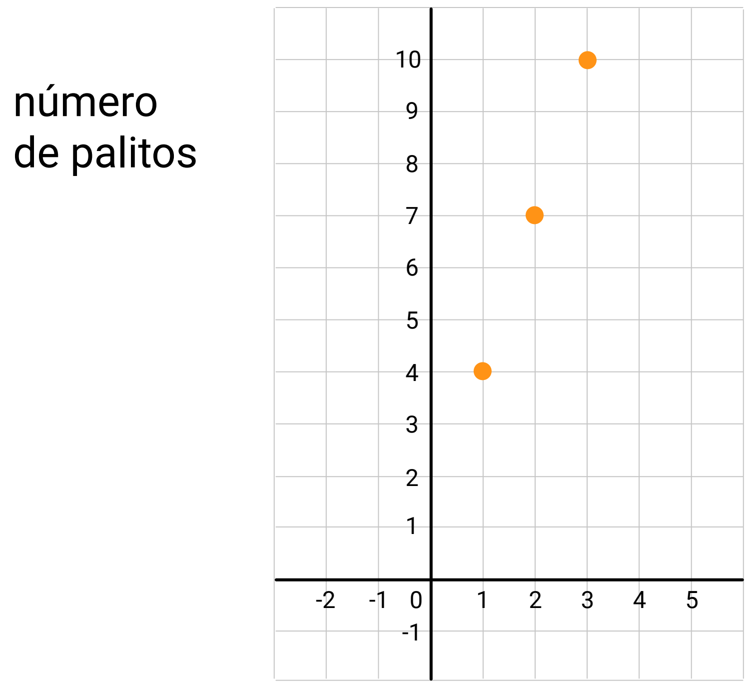
1 quadrado
4 palitos

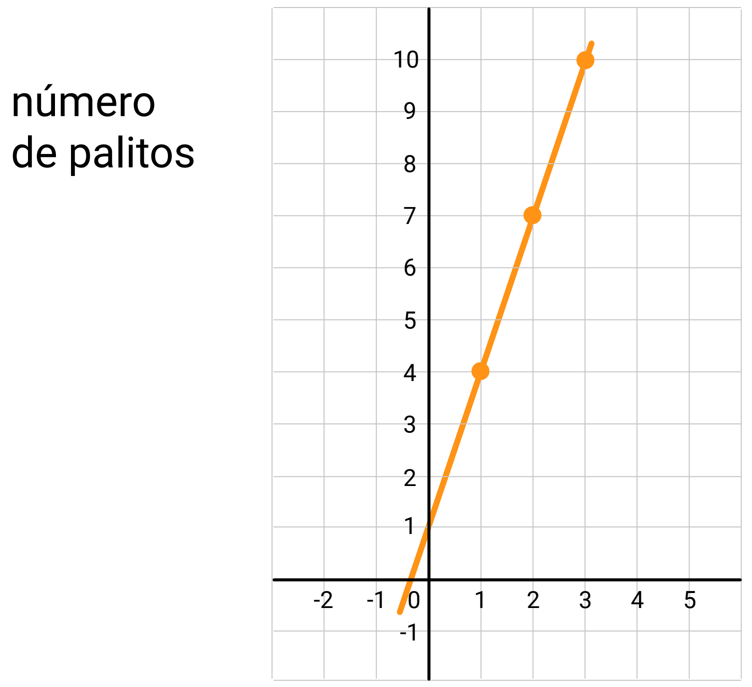
2 quadrados
7 palitos

3 quadrados
10 palitos









Conectando sequências

Conexões com o Material do Volume I e outras explorações

O desenvolvimento da habilidade **(EM13MAT302)**, iniciado nesta segunda SD, com o estudo das funções do 1º grau, se complementa na 3ª parte desta sequência, em que é abordada a função do 2º grau.

Caso seja necessário, realizar outras propostas relacionadas ao estudo de funções, indicamos que você utilize os seguintes planos de Aula da Nova Escola:

- A noção de função como uma relação entre conjuntos, disponível em bityli.com/a-nocao-de-funcao (acesso em 16/05/2022).
- Analisar situações que envolvam relações funcionais entre duas variáveis, disponível em bityli.com/analisar-situacoes (acesso em 16/05/2022).
- Análise do Comportamento de uma função, disponível em bityli.com/analise-do-comportamento (acesso em 16/05/2022).
- Aprendendo função com o geogebra!, disponível em bityli.com/aprendendo-funcao (acesso em 16/05/2022).
- Construção de gráficos de funções, disponível em bityli.com/construcao-de-graficos (acesso em 16/05/2022).

Para a progressão e a ampliação do estudo das funções, nas séries mais avançadas (2ª ou 3ª), acesse a SD 2 do Volume I deste material, em que são apresentadas situações para desenvolver as habilidades:

- **(EM13MAT304)**, relacionada a funções exponenciais
- **(EM13MAT303)**, que tem como objetivo interpretar e comparar situações que envolvam juros simples e juros compostos, por meio de representações gráficas ou análise de planilhas, destacando o crescimento linear ou exponencial de cada caso.

Atividade 3

ATIVIDADE 3

ÁREAS DE TRIÂNGULOS E QUADRILÁTEROS E GRANDEZAS DIRETAMENTE E INVERSAMENTE PROPORCIONAIS

Foco:

Além da compreensão do conceito de perímetro e área e da aprendizagem significativa das expressões matemáticas relacionadas ao cálculo dessas medidas, nesta proposta será abordado o conceito de grandezas direta e inversamente proporcionais.

Tempo sugerido: 6 horas/aula

Materiais necessários:

- 3 ou 4 folhas de papel quadriculado para cada estudante. Outra opção é trabalhar com 1 geoplano físico para cada dupla ou mesmo com a sua versão virtual, disponível em bityli.com/geoboard (acesso em 02/05/2022).
- Régua, tesoura e cola para todos os grupos.
- Orientações para exploração da área do trapézio: 2 cópias impressas ou disponibilizadas no quadro da sala de aula.
- Orientações para exploração da área do triângulo: 2 cópias impressas ou disponibilizadas no quadro da sala de aula.

Nesta atividade, realizaremos simultaneamente um trabalho envolvendo a retomada do cálculo de perímetro e área de figuras planas e noções referentes à proporcionalidade. Assim, focamos o trabalho para desenvolver as habilidades do Ensino Fundamental dos anos finais **(EF07MA32)** e **(EF08MA19)**, que tratam sobre a resolução de problemas envolvendo o cálculo de medida de área de figuras planas e uso de expressões de cálculo dessas áreas, e também as habilidades **(EF08MA13)** e **(EF09MA08)**, que tratam da resolução de problemas envolvendo grandezas diretamente ou inversamente proporcionais entre duas ou mais grandezas.

Todas elas são conhecimentos prévios importantes para o desenvolvimento de habilidades focais do Ensino Médio, como:

- **(EM13MAT307)** Empregar diferentes métodos para a obtenção da medida da área de uma superfície (reconfigurações, aproximação por cortes etc.) e deduzir expressões de cálculo para aplicá-las em situações reais (como o remanejamento e a distribuição de plantações, entre outros), com ou sem apoio de tecnologias digitais.

- **(EM13MAT314)** Resolver e elaborar problemas que envolvem grandezas determinadas pela razão ou pelo produto de outras (velocidade, densidade demográfica, energia elétrica etc.).

- **(EM13MAT401)** Converter representações algébricas de funções polinomiais de 1º grau em representações geométricas no plano cartesiano, distinguindo os casos nos quais o comportamento é proporcional, recorrendo ou não a softwares ou aplicativos de álgebra e geometria dinâmica.

- **(EM13MAT506)** Representar graficamente a variação da área e do perímetro de um polígono regular quando os comprimentos de seus lados variam, analisando e classificando as funções envolvidas.

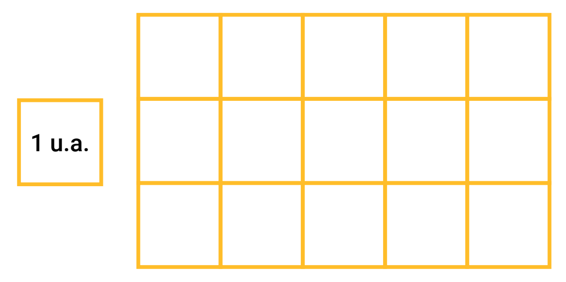
2 aulas

Perímetro, área e grandezas proporcionais

ETAPA 1 – Aquecimento para o tema: o que é medir?

Inicie este momento explicando para os estudantes que a ideia é retomar as noções fundamentais dos anos anteriores e, ao mesmo tempo, desenvolver habilidades essenciais propostas para o Ensino Médio.

Abra uma roda de conversa com o seguinte desafio: considerando cada quadradinho da figura abaixo como 1 unidade de área, qual a área de cada um dos retângulos abaixo? Explique!



É bem provável que os estudantes não tenham dificuldade em responder que a área do retângulo é 15 u.a. e talvez justifiquem que efetuaram *base vezes altura*. É muito importante que os estudantes compreendam e saibam justificar o porquê dessa expressão. Apresente perguntas norteadoras para ampliar essa discussão:

- Quem saberia explicar por que a área do retângulo pode ser calculada pela expressão *base vezes altura*?
- Alguém identifica outra maneira de calcular a área de retângulos?
- Será que existe alguma expressão envolvendo a adição que representa a área dessa figura?

Caso não surja na fala dos estudantes, explore que é possível calcular essa área utilizando diferentes estratégias: contando os quadradinhos 1 a 1, que seria representado pela expressão: 1 + 1 + 1 + 1 + 1 +....+1, ou mesmo somando os quadradinhos das linhas, ou seja, 5 + 5 + 5 (3 linhas com 5 quadradinhos cada, ou 3 x 5 ou altura vezes a base) ou os quadradinhos de cada coluna, isto é, 3 + 3 + 3 + 3 + 3 (5 colunas com 3 quadradinhos cada, ou 5 x 3 ou base vezes altura). Sistematize que:

- Medir é comparar grandezas de mesma natureza e o processo de medição envolve saber quantas vezes uma unidade de medida está contida em outra.
- Calcular a área de uma superfície é determinar a "quantidade" de unidades de área que recobre essa superfície.
- Para se obter a área de um quadrado, o processo é o mesmo que o do retângulo, porém no quadrado o número de quadradinhos da base é sempre igual ao da altura, logo $A = b \cdot b = b^2$.

Aproveite o momento para explorar também a ideia de perímetro. Questione o que é o perímetro e qual o perímetro do retângulo apresentado anteriormente. Formalize que o perímetro da figura é 16 u . c sistematize que:

- Calcular o perímetro é determinar a *quantidade* de unidade de comprimento que é utilizada para medir o contorno da figura.

ATIVIDADE 3 ▸ MOMENTO 1

ETAPA 2 – Refletindo sobre área e perímetro

Organize os estudantes em duplas, disponibilize para os estudantes o papel quadriculado ou geoplano físico ou geoplano virtual, disponível em bityli.com/geoboard (acesso em 02/05/2022). Anuncie que a proposta que será apresentada tem como foco a ampliação do estudo da área e do perímetro de figuras planas.

Sinalize que nesse momento é muito importante que eles construam figuras, observem suas características, formulem hipóteses e validem se as figuras construídas verificam as condições apresentadas. Solicite também que colem no caderno as figuras construídas ou a desenhem em uma malha pontilhada entregue. Caso estejam trabalhando com o geoplano, peça que desenhem as figuras construídas.

EXERCÍCIO 1

Construa e registre:

a) Duas figuras que possuem a mesma área, porém formatos diferentes.
b) Duas figuras que possuem a mesma área, porém perímetros diferentes.
c) Duas figuras que tenham o mesmo perímetro, mas diferentes áreas.
d) Duas figuras com a mesma área, o mesmo perímetro e diferentes formatos.

Após cada construção, convide duas ou três duplas para socializarem suas construções. Solicite que todos os estudantes validem as construções apresentadas, questionando se elas obedecem às condições apresentadas pelo professor/a.

Veja algumas possibilidades de respostas:

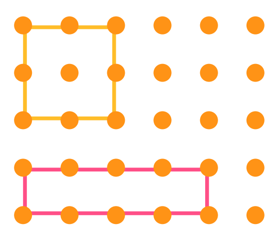
a) As figuras possuem área igual a 4 u.a., porém os formatos são diferentes.
b) Ambas as figuras possuem área igual a 4 u.a., porém o perímetro do quadrado é 8 u.c. e o do retângulo é 10 u.c.
c) Duas figuras possuem perímetro igual a 12 u.c., porém a área do retângulo é 8 u.a. e a do quadrado é 9 u.a.
d) As figuras possuem área igual a 3 u.a., perímetro igual a 8 u.c., porém os formatos são diferentes.

Formalize com os estudantes as conclusões que podem ser obtidas a partir da atividade. Questione-os:

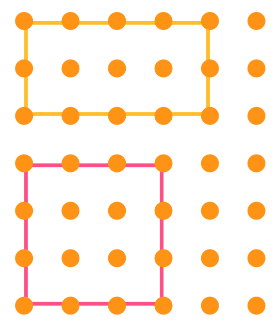
- O que podemos afirmar em relação à área e ao perímetro de figuras planas?

É esperado que digam que figuras com a mesma área podem ter diferentes perímetros e que o contrário também vale. Registre no quadro essa conclusão e peça que façam o mesmo em seus cadernos após a ilustração das imagens obtidas.

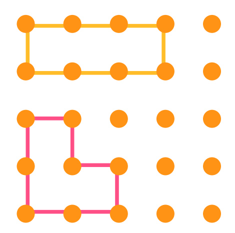
A e B



C



D



ATIVIDADE 3 ▸ MOMENTO 1

ETAPA 3 – Grandezas proporcionais (diretas ou inversas) e não proporcionais

EXERCÍCIO 2

Desafie os estudantes a ampliar a exploração e apresente os novos desafios. Utilize o seu geoplano ou a malha pontilhada para:

a) Construir um quadrado cujo lado mede 2u.c. Anote seu perímetro. **Resposta:** perímetro 8 u.c.

b) O que aconteceria com o perímetro desse quadrado se duplicarmos a medida dos lados? Converse com seu colega e anote suas hipóteses.

c) Para verificar se a sua hipótese estava correta, construa um novo quadrado duplicando a medida do lado. Calcule o perímetro desse novo quadrado e valide (ou não) suas hipóteses. **Resposta:** espera-se que o estudante construa um novo quadrado cujos lados medem 4 u.c. unidades e que perceba que o novo perímetro é 16 u.c., ou seja, se dobrar a medida do lado, dobra também a medida do perímetro.

d) Volte ao quadrado inicial cujos lados medem 2 u.c. O que aconteceria com o perímetro desse quadrado se dividisse pela metade a medida dos lados? Valide sua resposta e registre suas conclusões. **Resposta:** espera-se que o estudante construa um novo quadrado cujos lados medem 1 unidade e que perceba que o novo perímetro é 4 u.c., ou seja, se dividir pela metade a medida do lado, a medida do perímetro também é reduzida à metade.

Enquanto os estudantes realizam a proposta 2 circule pela sala para observar quais procedimentos eles utilizam para fazer a investigação:

- Desenham a nova figura?
- Apenas representam e escrevem o valor das medidas dos lados?
- Fazem apenas cálculos rápidos?
- Estabelecem a relação de proporcionalidade entre a medida do lado e a medida do perímetro de um quadrado utilizando o termo adequado?

Caso tenham dificuldade em compreender a solicitação feita na atividade, procure realizar perguntas que os auxiliem a estabelecer uma estratégia própria e segui-la:

- O que precisamos saber?
- O que já sabemos?
- As informações da atividade anterior podem ser úteis para identificar o que precisamos? Como?
- De que formas podemos pensar para responder isso?
- Realizar um desenho lhe ajuda a visualizar melhor?
- Tem alguma palavra neste problema que você não compreendeu bem?

Ao final, é importante que os estudantes contem sobre a investigação feita, o que descobriram, que dúvidas ficaram, que deem contraexemplos para justificar suas percepções a respeito da proposta. Se necessário proponha mais algumas situações: o que acontece com o perímetro se triplicar ou dividir a medida do lado do quadrado?

Sistematize, com o grupo, algumas ideias importantes:

- Quando a situação envolve funções lineares do tipo $y = a.x$, em que a é um número diferente de zero (como no caso do perímetro do quadrado), existe uma proporcionalidade (direta) que associa x a y, ou seja, se x dobra, y dobra; se x é reduzido à 4ª parte, o mesmo acontece com y.

Vale lembrar que, como no exemplo apresentado nesta sequência, x e y estão representando medidas de lado e de perímetro, temos que $x > 0$, $y > 0$ e $a > 0$.

EXERCÍCIO 3

Em seguida, apresente um novo desafio:

Considere um retângulo cuja medida da base é b, a medida da altura é h e cuja área mede 20.

a) Escreva a expressão matemática que representa a medida da área em função de b e h.
Resposta: 20 = b . h.

b) Qual é a relação entre as medidas da base (b) e da altura (h)? Escreva uma ou duas expressões matemáticas que representam essa situação.
Resposta: espera-se que analisando a relação 20 = b . h, eles identifiquem que b = 20/h ou h = 20/b.

c) Se b = 2, qual deve ser o valor de h para a área permanecer igual a 20?
Resposta: se b = 2, então h = 10.

d) Para manter esse valor de área, se a base dobra de valor da base (b = 4), qual será o valor da altura? Ele também deve dobrar? Resposta: se b = 4, então h = 5, ou seja, para manter a área 20, se dobrar a medida da base, a medida da altura é reduzida à metade.

e) Para manter esse valor de área, se a medida da base é multiplicada por 5, o que deve acontecer com a medida da altura?
Resposta: a medida da altura deve se reduzir à quinta parte do valor inicial.

Após discutir a respeito das descobertas feitas com o grupo, sistematize ideias importantes: funções do tipo y = a / x, sendo a uma constante não nula, correspondem a grandezas inversamente proporcionais, ou seja, quando uma altera, a outra altera na proporção inversa, ou seja, se uma duplica, a outra é reduzida à metade; se uma triplica, a outra é reduzida à terça parte, e assim por diante. Vale lembrar que na situação apresentada acima, x e y estão representando medidas de base e de altura e a representa a medida da área, dessa forma, temos que x > 0, y > 0 e a > 0.

Registre as conclusões no quadro e peça que exemplifiquem com outros exemplos, se possível.

EXERCÍCIO 4

Convide os estudantes a fazer a exploração a seguir, que envolve a área do quadrado. Siga as orientações para construção de quadrados e investigue:

a) Construa um quadrado cujo lado mede 2 u.c. Anote a medida da sua área. **Resposta:** área 4 u.a.

b) O que aconteceria com a área desse quadrado se duplicarmos a medida dos lados? Converse com seu colega e anote suas hipóteses. Resposta pessoal, visto que esse é o momento de formulação de hipóteses. **Exemplo de resposta esperada:** se duplicar o lado pode ser que a área duplique.

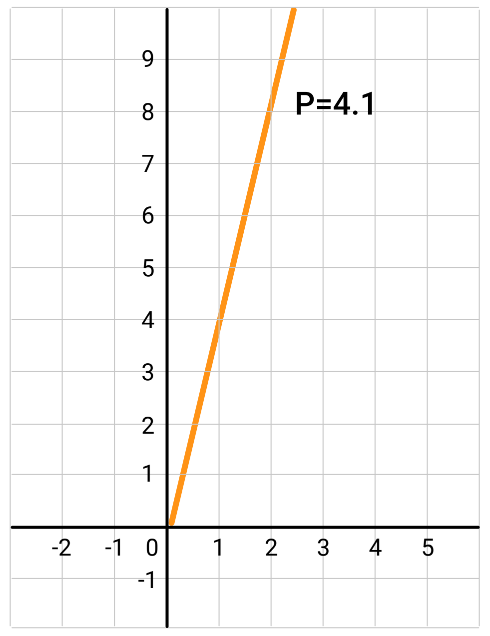
c) Para verificar se a sua hipótese estava correta, construa um novo quadrado duplicando a medida do lado. Calcule a área desse novo quadrado e valide (ou não) suas hipóteses. **Resposta:** espera-se que o estudante construa um novo quadrado cujos lados medem 4 unidades e que perceba que a nova área é 16 u.a., ou seja, se dobrar a medida do lado, a medida da área não é o dobro.

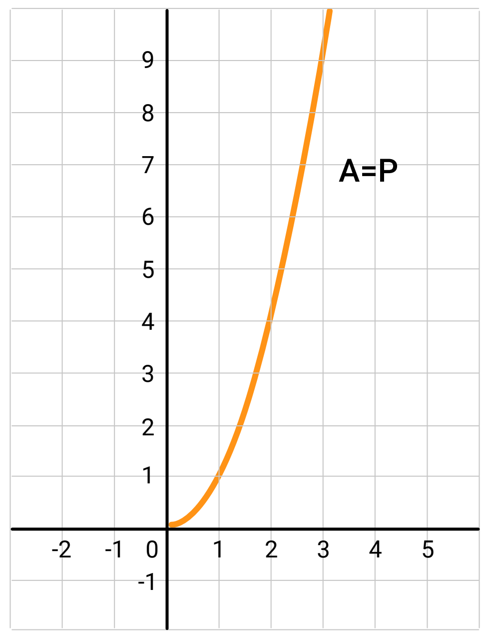
d) Volte ao quadrado inicial cujos lados medem 2 unidades. O que aconteceria com a área desse quadrado se triplicasse a medida do lado? E se quadruplicasse? O que aconteceria com a área se dividisse pela metade a medida dos lados? Valide sua resposta e registre suas conclusões. **Resposta:** espera-se que o estudante construa outros quadrados e que perceba que se triplicar, quadruplicar ou mesmo se dividir pela metade a medida do lado do quadrado, a medida da área não altera na mesma proporção.

Após essa discussão, para estabelecer conexões com temas já estudados, convide os estudantes a escrever uma expressão que relacione o perímetro do quadrado (P) com a medida do lado (l) e peça para construir um gráfico que represente essa situação. Pergunte se a expressão escrita é ou não uma função do 1º grau.

Havendo tempo, peça que repitam a exploração considerando a relação entre a medida da área do quadrado (A) com a medida do lado (l).

Resposta: Espera-se que os estudantes percebam que P = 4l e que existe uma relação de dependência, pois o valor do perímetro depende da medida do lado. Que esse é um exemplo de função do 1º grau e cuja representação gráfica é uma reta crescente e cujo domínio é o conjunto dos números reais não negativos.





Espera-se também que os estudantes percebam que $A = l^2$ e que existe uma relação de dependência, pois o valor da área depende da medida do lado. Porém essa relação não é nem direta nem inversamente proporcional. E que esse não é um exemplo de função do 1º grau. Diga que na sequência didática 3 eles estudarão esse tipo de função que recebe o nome de função do 2º grau.

Sistematize as aprendizagens convidando os estudantes a contar como foi a atividade, quais as aprendizagens realizadas, quais as descobertas. Garanta que todos percebam que o perímetro é diretamente proporcional à medida do lado, isto é, se dobrar, triplicar ou dividir pela metade a medida do lado, o perímetro se altera na mesma proporção. Ao considerar um valor fixo para a área de um retângulo, a base e a altura são inversamente proporcionais, ou seja, se uma dobra a outra é reduzida à metade.

Já a medida da área do quadrado não é nem diretamente nem inversamente proporcional à medida do lado, ou seja, se dobrar, triplicar ou dividir por 3 a medida do lado, o mesmo não ocorrerá com a área.

Para concluir o estudo das relações proporcionais e não proporcionais, apresente aos estudantes várias situações que podem ser escritas no quadro, para que eles, em pequenos grupos, decidam se são relações de proporcionalidade direta ou inversa e escrevam a expressão correspondente:

- O valor a ser pago ao abastecer um automóvel em função da quantidade de gasolina colocada no veículo se o custo de um litro desse combustível é de R$ 3,50. (direta e Preço = 3,50 x quantidade de litros)

- Quantidade de açúcar necessário de acordo com o número de receitas se para uma receita é necessário ½ kg de açúcar. (direta e Quantidade de açúcar = ½ x número de receitas).

- Valor de cada mercadoria de uma loja depois que o gerente resolveu dar um desconto de 5% em todos os artigos. (direta e Preço final = 0,95 x preço antes do desconto).

- A relação entre a velocidade e o tempo de um automóvel para percorrer uma distância de 200 km. (inversa e velocidade = 200/tempo).

Para finalizar, disponibilize um gabarito comentado com as situações apresentadas para que identifiquem semelhanças e diferenças com suas resoluções. Depois abra uma roda de conversa e peça para os estudantes comentarem suas conclusões, as diferenças e semelhanças entre as respostas.

Aproveite o momento para fazer os alinhamentos necessários. Havendo tempo disponível, convide os estudantes a criar uma situação que envolva grandezas que podem ser direta ou inversamente proporcionais ou mesmo uma situação cujas grandezas não são proporcionais. Em seguida, eles desafiam algum colega a escrever a expressão matemática correspondente e a classificar a situação elaborada.

Para se aprofundar

Se considerar necessário, trabalhe os seguintes itens com os estudantes:

- Exercícios envolvendo grandezas proporcionais e não proporcionais, disponíveis em: bityli.com/identifique-relações-proporcionais (acesso em 02/05/2022).
- Vídeos e exercícios envolvendo grandezas direta ou inversamente proporcionais, disponíveis em: bityli.com/reconhe-de-variação (acesso em 02/05/2022).
- Planos de aula da Nova Escola envolvendo grandezas diretas e inversas, disponíveis em: bityli.com/EF08MA13 (acesso em 02/05/2022).

ATIVIDADE 3 ▶ MOMENTO 2

2 aulas

Área de quadriláteros e de triângulos

Professor/a, para iniciar o momento, converse com os estudantes e esclareça que mais uma vez a proposta apresentada vai exigir uma participação ativa de todos, pois vai envolver investigação e formulação de hipóteses, e que a colaboração de cada um deles é muito importante para que o grupo todo desenvolva as habilidades previstas e alcance os objetivos desejados.

Para se aprofundar

A intenção desta SD é levar os estudantes a compreender, de forma significativa, as expressões que calculam a área de triângulos e de alguns quadriláteros. Porém, antes de iniciar essa exploração, é preciso cuidar de dois pontos importantes:

EXERCÍCIO 1

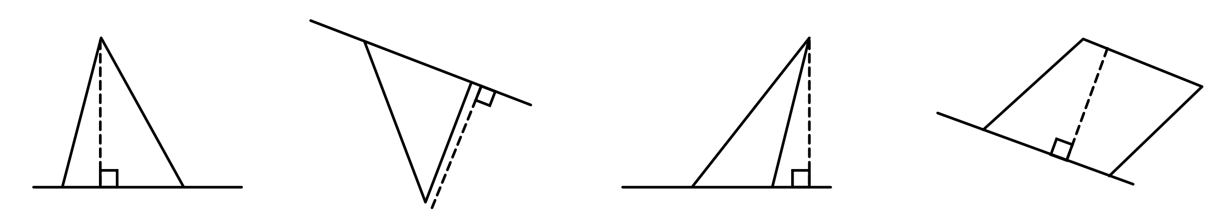
Talvez alguns estudantes não conheçam as características das figuras geométricas que serão estudadas no percurso, como o paralelogramo ou o trapézio. Caso isso ocorra, sugerimos explorar as atividades propostas nos seguintes planos de aula da Nova Escola (acesso em 31/05/2022):

- Quadriláteros, disponível em: bityli.com/quadrilateros.
- Classificando os quadriláteros, disponível em: bityli.com/classificando-quadrilateros.
- Desenvolvendo os conceitos sobre as propriedades dos paralelogramos, disponível em: bityli.com/desenvolvendo-conceitos-propriedades.
- Desenvolvendo os conceitos sobre trapézios, disponível em: bityli.com/desenvolvendo-conceitos-trapezios.

EXERCÍCIO 2

O significado do termo "altura" pode não ser tão simples para o estudante, pois, em Matemática, no senso comum, a altura de um objeto ou pessoa refere-se ao comprimento da linha perpendicular que vai do solo até o ponto mais distante do objeto em relação ao chão. Essa definição pode dar origem a uma falsa ideia de altura como o comprimento de uma linha vertical, perpendicular ao solo, algo que nem sempre é verdadeiro quando se trata de altura em figuras geométricas.

Por isso, sugerimos propor que os estudantes desenhem alguns triângulos e quadriláteros e, em cada um deles, escolham uma base e tracem a altura relativa a esta base. Para esse traçado, é necessário o uso de esquadros, régua e transferidor ou o ângulo reto de papel. Veja alguns exemplos:



Professor/a, se necessário, dedique uma ou duas aulas do seu planejamento para fazer as explorações aqui apresentadas antes de iniciar o trabalho com a área de figuras planas.

Anuncie que vão retomar o estudo de áreas. Pergunte se já estudaram nesta área de figuras planas anteriormente, e se lembram, as expressões para calcular a área de paralelogramos, trapézios e triângulos. Caso se lembrem, peça que falem essas expressões e as escreva no quadro. Pergunte se algum deles saberia explicar o porquê dessas expressões. É bem provável que, mesmo que lembrem das fórmulas, não saibam como explicá-las. Enfatize então que nesse momento eles vão ampliar o estudo de área, compreendendo de forma significativa cada uma dessas expressões.

Explique também que todas as fórmulas que serão estudadas nesta SD estão relacionadas com a fórmula da área do retângulo e que, por isso, para iniciar a proposta, você gostaria que alguém explicasse para os colegas qual a expressão relacionada ao cálculo da área de um retângulo e como explicar o porquê dessa fórmula. Aproveite o momento para fazer os alinhamentos necessários.

ETAPA 1 – Área do paralelogramo

Antes de iniciar a exploração das expressões de cálculo de área, se considerar necessário, você pode explorar a classificação dos quadriláteros e a inclusão de classes com maior profundidade, sugerimos as atividades apresentadas no plano de aula da Nova Escola (acesso em 31/05/2022):

- *Classificando quadriláteros: inclusão de classes*, disponível em: bityli.com/classificando-quadrilateros2.

Nesse momento, se também sentir necessidade, separe 1 ou 2 aulas do seu planejamento para explorar ângulos com os estudantes. Você pode, por exemplo, apresentar as propostas disponíveis nos planos de aula da Nova Escola (acesso em 02/06/2022):

- *Os ângulos têm medida?*, disponível em: bityli.com/angulos-tem-medida.
- Classificando ângulos, disponível em: bityli.com/classificando-angulos.
- Ângulos em polígonos - definindo trajetórias, disponível em: bityli.com/angulos-em-poligonos.

Organize os estudantes em pequenos grupos, distribua papel quadriculado, tesoura e cola para cada equipe. Convide-os a desenhar, na malha quadriculada, dois paralelogramos idênticos e que não sejam retângulos.

Aproveite o momento para retomar as características do paralelogramo, do retângulo e a inclusão de classes:

- Um paralelogramo é um quadrilátero que possui 2 pares de lados paralelos.
- Um retângulo é um quadrilátero que possui 4 ângulos retos.
- Logo: um retângulo é um paralelogramo. Mas ele é um paralelogramo especial, pois, além de ter os lados opostos paralelos e congruentes, ele possui 4 ângulos retos.

Peça aos estudantes que comparem o paralelogramo dos grupos. É importante que percebam semelhanças e também as diferenças, tais como: as medidas dos lados e as aberturas dos ângulos.

Peça que marquem, em um dos paralelogramos, a base de azul e a altura de vermelho.

Em seguida, o desafio é transformar um destes paralelogramos em um retângulo. Diga que eles podem dobrar, recortar, girar etc. Cole em uma folha a figura obtida.

O próximo passo é analisar o paralelogramo e o retângulo:

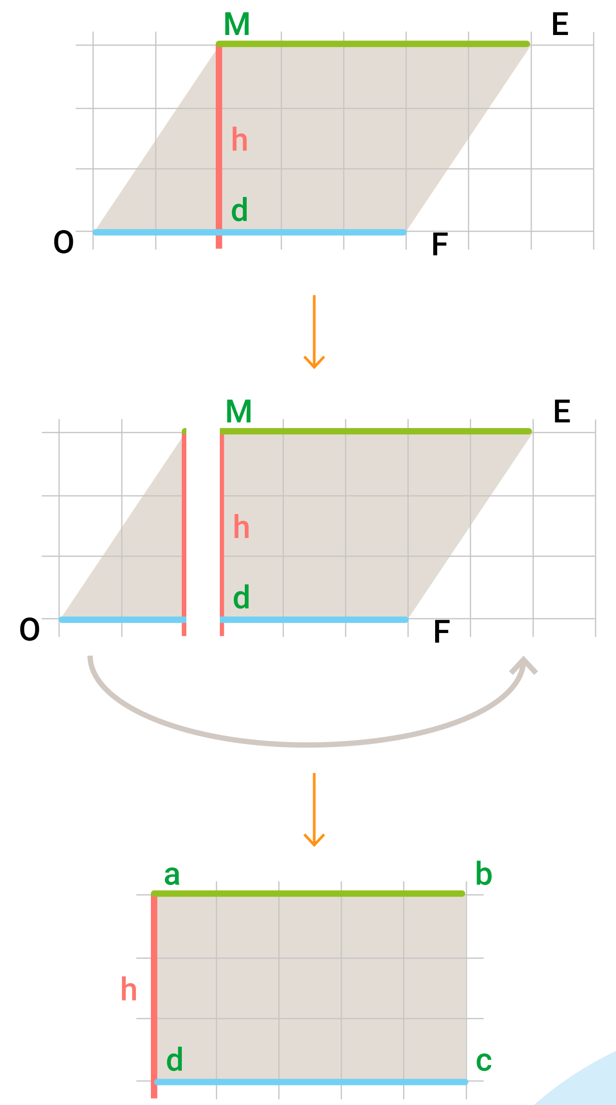
- Eles possuem a mesma medida de base?
- Eles possuem a mesma altura?
- Qual deles tem a maior área: o retângulo; o paralelogramo; ou eles possuem a mesma área? Explique.
- Como escrever uma expressão para calcular a área do paralelogramo?
- Registre as conclusões do grupo.

Respostas: espera-se que o estudante identifique a altura e a base do paralelogramo, que recorte um dos paralelogramos na altura e encaixe a parte recortada, de modo a obter um retângulo, e que perceba que o retângulo tem a mesma área que o paralelogramo.

Logo $A_{\text{paralelogramo}} = A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$.

Dê um tempo adequado para a resolução da proposta. Enquanto os estudantes trabalham, circule pelos grupos incentivando-os a manusear um dos paralelogramos: dobrar, recortar, encaixar, na busca de obter um retângulo. Incentive-os também a contar os quadradinhos caso tenham dúvidas de relação de equivalência entre as áreas das figuras envolvidas.

No final da proposta, peça aos estudantes que exibam suas construções e expliquem suas conclusões. Garanta que todos percebam que os grupos construíram diferentes paralelogramos, mas todos conseguiram transformar o seu paralelogramo em um retângulo e que ambos têm a mesma área. Por isso, é possível concluir que $A_{\text{paralelogramo}} = A_{\text{retângulo}} = b \cdot h$.



ATIVIDADE 3 ▸ MOMENTO 2

ETAPA 2 – Área do paralelogramo e área do triângulo

Inicie a proposta contando para os estudantes que vão continuar a ampliar o estudo de área de quadriláteros e de triângulos, mas que a proposta agora é ainda mais desafiadora. A classe será dividida em 4 grupos, e cada grupo terá de cumprir algumas tarefas (conforme tabela apresentada a seguir). Nesta proposta, dois grupos vão apresentar o tema estudado em forma de seminário e os outros dois grupos vão gravar uma videoaula e deverão disponibilizá-la (pode ser no grupo de Whatsapp da sala ou mesmo por e-mail) para todos os colegas para que possam consultar sempre que desejarem. O objetivo de todos os grupos é explicar o cálculo da área da figura estudada.

Organize os estudantes em 4 grupos e apresente a tabela abaixo. Permita que cada grupo escolha qual a proposta que pretende desenvolver. Outra possibilidade é você fazer um sorteio para distribuir as tarefas.

Organize um cronograma reservando 2 aulas para a realização da proposta de maneira que:

- Todos os grupos explorem o tema (grupos 1 e 2 - área do trapézio; e grupos 3 e 4 - área do triângulo) - aproximadamente 20 minutos.
- Enquanto os grupos 1 e 3 organizam o seminário (PPT), os grupos 2 e 4 organizam e gravam a videoaula - aproximadamente 50 minutos.
- Grupos 1 e 3 apresentam o seminário (10 minutos para cada grupo) e grupos 2 e 4 comentam e complementam se for necessário.

Oriente os estudantes que, em caso de dúvidas, eles devem pesquisar quais as características das figuras geométricas que serão estudadas.

GRUPO 1

- Tema: área do trapézio.
- Realizar exploração sobre: a área do trapézio.
- Após a exploração, a responsabilidade do grupo é: elaborar uma apresentação em PPT de 10 minutos explicando o cálculo da área do trapézio.

GRUPO 2

- Tema: área do trapézio.
- Realizar exploração sobre: a área do trapézio.
- Após a exploração, a responsabilidade do grupo é: utilizando o aparelho celular, gravar uma vídeo-aula explicando o cálculo da área do trapézio.

GRUPO 3

- Tema: área do triângulo.
- Realizar exploração sobre: a área do triângulo.
- Após a exploração, a responsabilidade do grupo é: elaborar uma apresentação em PPT de 10 minutos explicando o cálculo da área do triângulo.

GRUPO 4

- Tema: área do triângulo.
- Realizar exploração sobre: a área do triângulo.
- Após a exploração, a responsabilidade do grupo é: utilizando o aparelho celular, gravar uma vídeo-aula explicando o cálculo da área do trapézio.

EXPLORAÇÃO: ÁREA DO TRAPÉZIO

Grupos: 1 e 2

Objetivo: obter de forma significativa a expressão matemática que permite calcular a área de um trapézio.

Orientações:

1. Desenhe, em uma malha quadriculada, um trapézio qualquer.
2. Desenhe outro trapézio, idêntico ao trapézio desenhado inicialmente.
3. Marque a base maior (B) em azul, a base menor (b) em verde e a altura (h) em vermelho em uma dessas figuras.
4. Recorte as duas figuras.
5. Em seguida, encaixe esses dois trapézios de modo a encontrar um paralelogramo (lembre-se que você já sabe como calcular a área de um paralelogramo).
6. Cole a figura obtida e explore o paralelogramo:
   - Qual a medida de sua base?
   - Qual a medida da sua altura?
7. Qual a expressão matemática que permite a área desse paralelogramo?
8. Você se lembra do seu objetivo inicial:
   - Como calcular a área de um trapézio?
   - Qual a relação entre a área do trapézio e a área do paralelogramo?
9. Escreva a expressão matemática que permite calcular a área de um trapézio.

EXPLORAÇÃO: ÁREA DO TRIÂNGULO

Grupos: 3 e 4

Objetivo: obter de forma significativa a expressão matemática que permite calcular a área de um triângulo.

Orientações:

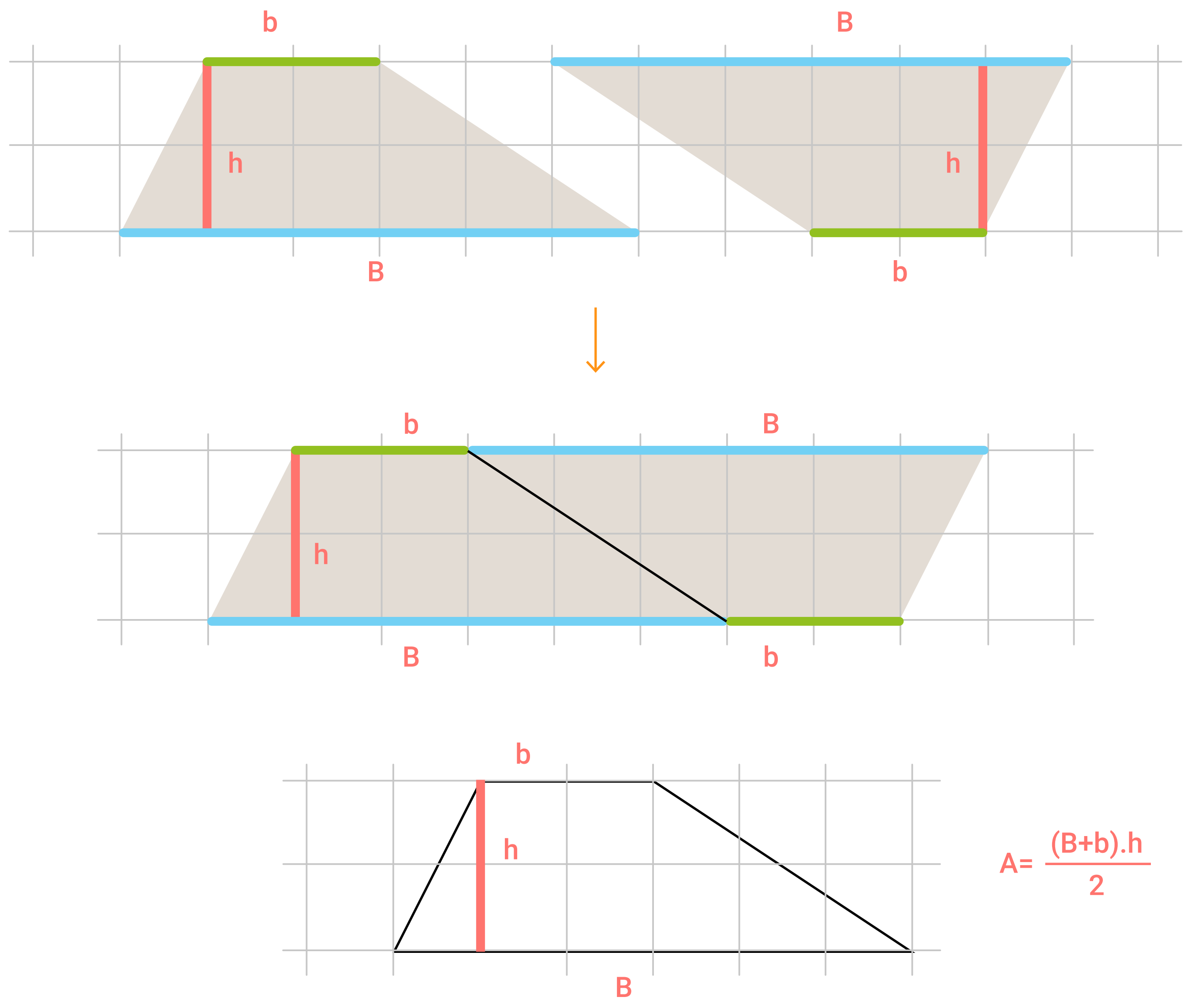
1. Desenhe, em uma malha quadriculada, dois triângulos idênticos.
2. Marque a base (b) em azul e a altura (h) em vermelho em uma dessas figuras.
3. Recorte as duas figuras.
4. Em seguida, encaixe esses dois triângulos de modo a encontrar um paralelogramo (lembre-se que você já sabe como calcular a área de um paralelogramo).
5. Cole a figura obtida e explore o paralelogramo:
   - Qual a medida de sua base?
   - Qual a medida da sua altura?
6. Qual a expressão matemática que permite a área desse paralelogramo?
7. Você se lembra do seu objetivo inicial:
   - Como calcular a área de um triângulo?
   - Qual a relação entre a área do triângulo e a área do paralelogramo?

18\. Escreva a expressão matemática que permite calcular a área de um triângulo.

EXPLORAÇÃO: ÁREA DO TRAPÉZIO

Grupos: 1 e 2

Resposta: espera-se que os estudantes percebam que a nova figura encontrada é um paralelogramo, cujas medidas das bases são iguais a (B + b) e sua altura é h, logo sua área é A = (B + b). h. Mas a área do trapézio é exatamente igual a metade da área do paralelogramo (pois eram dois trapézios de mesma área), logo, a área do trapézio é:

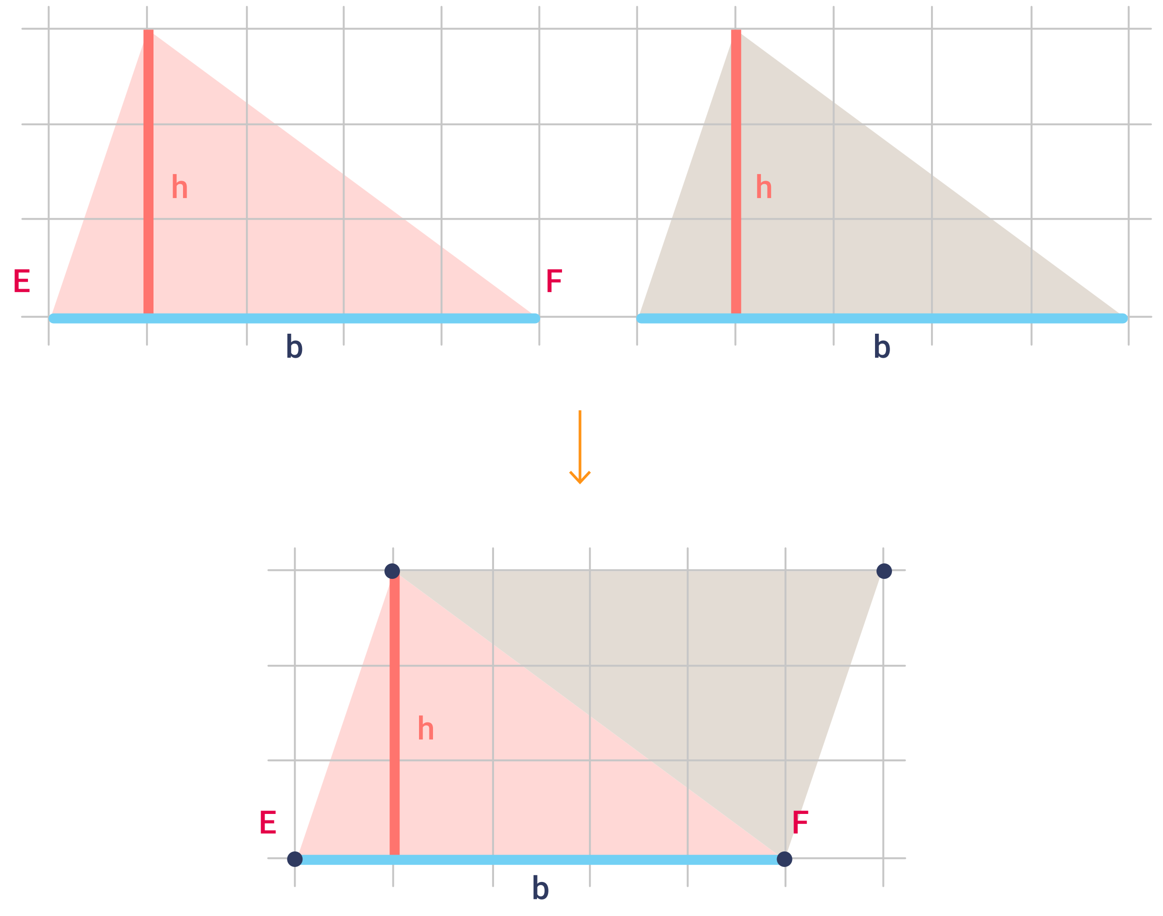


$A = \frac{(B+b).h}{2}$

EXPLORAÇÃO: ÁREA DO TRIÂNGULO

Grupos: 3 e 4

Resposta: espera-se que os estudantes percebam que a nova figura encontrada é um paralelogramo, cujas medidas das bases são iguais a b e sua altura é h, logo sua área é A = b. h. Mas a área do triângulo é exatamente igual a metade da área do paralelogramo (pois eram dois triângulos de mesma área), logo, a área do triângulo é: $A_{\text{triângulo}} = A_{\text{paralelogramo}} / s = (b . h) / 2$

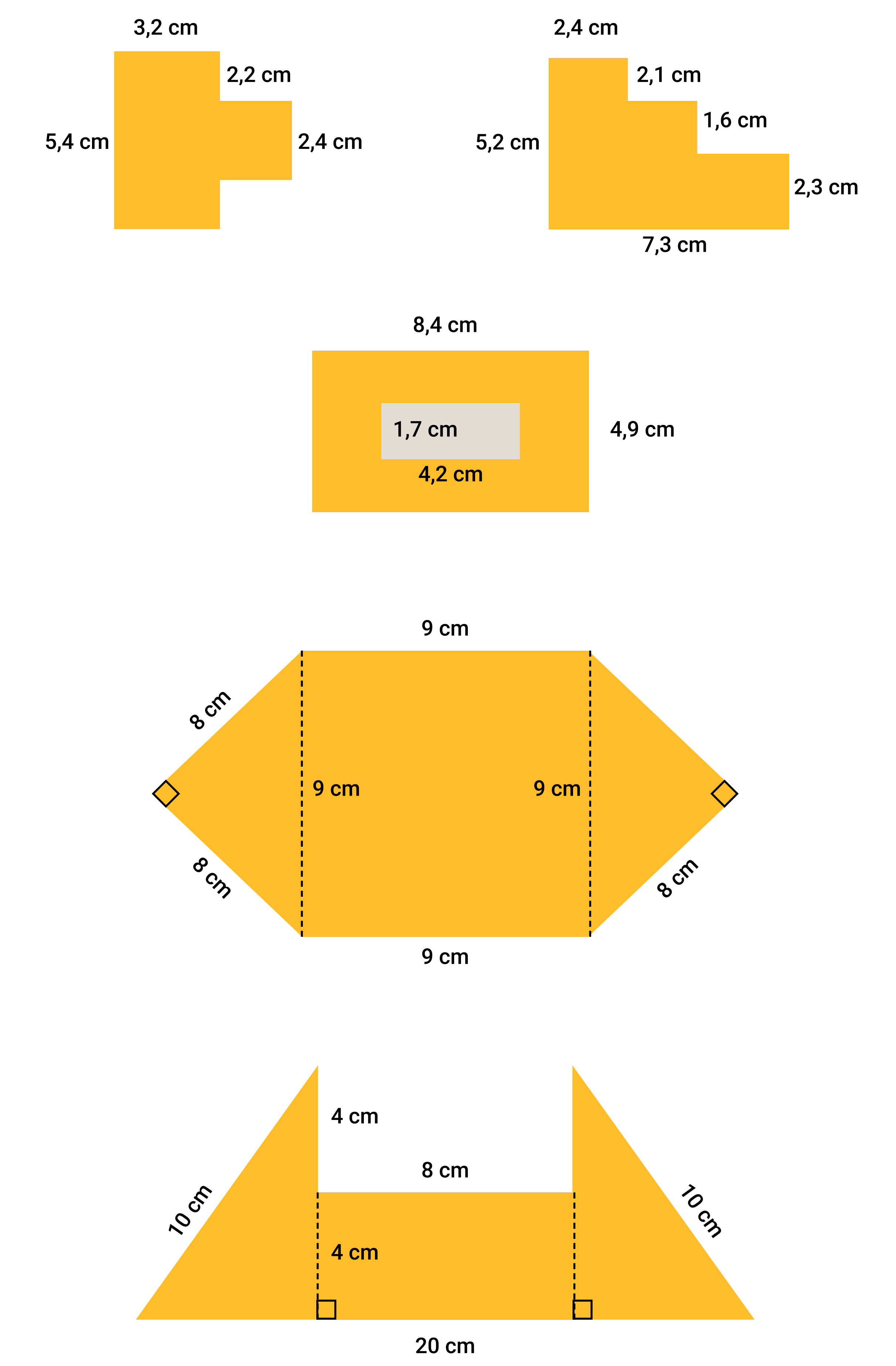


Professor/a, enquanto os estudantes realizam a proposta, circule pela sala. Garanta que todos os conceitos esperados foram desenvolvidos e que os estudantes estão preparados para apresentar o seminário e gravar a vídeo-aula. No final da proposta, elabore um quadro coletivamente, contendo todas as fórmulas estudadas que envolvem cálculo de área, e disponibilize esse cartaz em um lugar visível para que todos possam consultar sempre que precisar.

Para finalizar a proposta, apresente alguns exercícios envolvendo cálculo de área, incluindo figuras compostas por mais de uma figura geométrica. Você pode selecionar do material didático ou utilizar as propostas ao lado.

Ao longo desta atividade, você tem muitas oportunidades para acompanhar os conhecimentos de seus estudantes sobre as figuras geométricas, suas características e o uso do vocabulário geométrico adequado. O foco de suas observações pode estar também na capacidade de formular hipóteses e resolver situações-problema.

Outro item a ser analisado é a capacidade para a preparação das apresentações de modo autônomo. É importante observar que os desafios apresentados contribuem com o desenvolvimento das Competências Gerais 2 e 9 da BNCC (2018), relativas a exercitar a curiosidade e a empatia, quando investigam, analisam criticamente e dialogam de modo colaborativo.

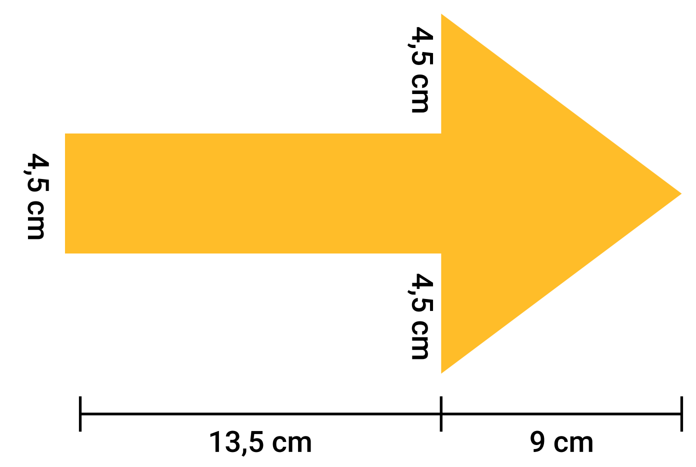


Atenção para a avaliação!

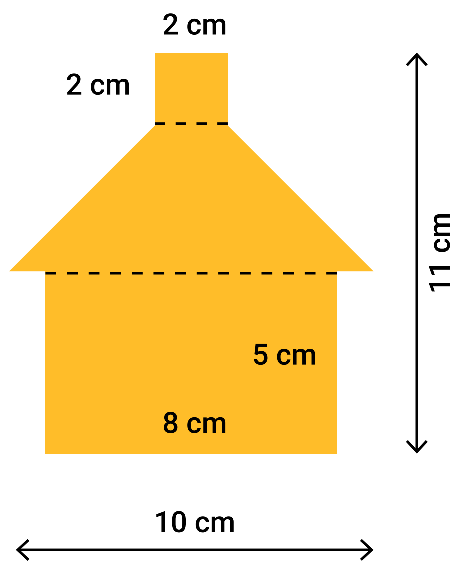
Objetivo: verificar se os alunos conseguem “desmembrar” as figuras em “partes” conhecidas (retângulo, triângulo e trapézios) e se conseguem utilizar corretamente as expressões para o cálculo da área dessas “partes”. Observe as dificuldades apresentadas e estimule os alunos a buscar figuras conhecidas “dentro” da imagem apresentada. Você pode recolher os registros dos estudantes e utilizá-los como um instrumento avaliativo.

EXERCÍCIO 1

Calcule a área das figuras:



Resposta: 121,5 cm^2



Resposta: 68 cm^2

Bora se preparar?!

1 aula

Para ampliar as aprendizagens dos estudantes, e permitir que resolvam problemas envolvendo grandezas direta ou inversamente proporcionais, bem como o cálculo de áreas de figuras planas, proponha que resolvam o problema a seguir para a próxima aula. Na aula seguinte, reserve um momento para fazer comentários, alinhamentos, e solucionar possíveis dúvidas. Se achar pertinente, discuta coletivamente um ou dois dos exercícios propostos.

EXERCÍCIO 1

Um automóvel está a uma velocidade de 60 km/h em uma rodovia, que é a metade da velocidade máxima permitida nela. Assinale a alternativa:

a) Como velocidade e tempo gasto no percurso são grandezas diretamente proporcionais, se a velocidade do automóvel for 120 km/h, ele gastará o dobro do tempo no percurso.

b) Como velocidade e tempo gasto no percurso são grandezas inversamente proporcionais, se a velocidade do automóvel for 120 km/h, ele gastará a metade do tempo no mesmo percurso.

c) Quando a velocidade do automóvel for igual a 30 km/h, sua velocidade será igual à velocidade máxima da rodovia.

d) As grandezas velocidade e distância percorrida são inversamente proporcionais.

e) As grandezas velocidade e tempo gasto no percurso são diretamente proporcionais.

Gabarito: B

EXERCÍCIO 2

(SARESP- adaptado) Observe a tabela que Laís fez com as quantidades de ganhadores de um sorteio de loteria e o valor do prêmio destinado a cada um dos possíveis ganhadores. Se o número de ganhadores for 200, o valor que cada um ganhará, em reais, será:

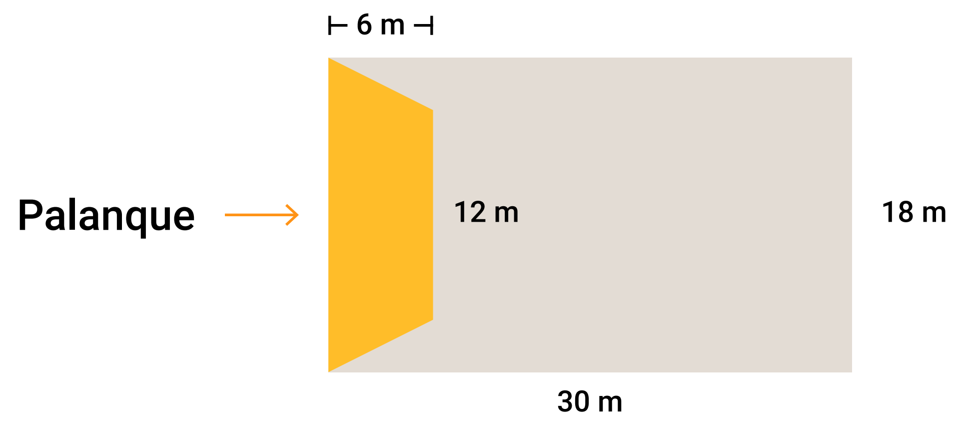
a) 36.000,00
b) 18.000,00
c) 9.000,00
d) 4.500,00
e) 4.000,00

Quantidade de ganhadores	2	3	4
Prêmio para cada ganhador	1 800 000	1 200 000	900 000

EXERCÍCIO 3

(UNIFESP - adaptado) Um comício deverá ocorrer num ginásio de esportes, cuja área é delimitada por um retângulo. O palanque do comício terá a forma de um trapézio, conforme figura a seguir. A área reservada para o palanque, em m^2, é

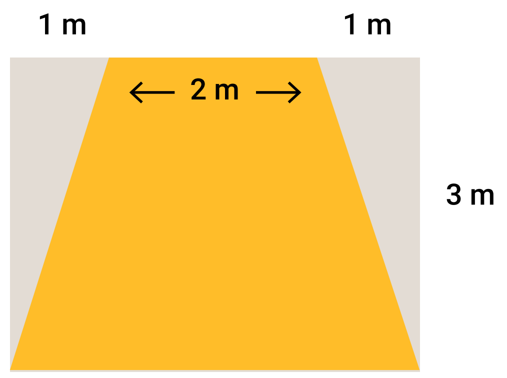
a) 90
b) 108
c) 42
d) 180
e) 72



EXERCÍCIO 4

(SAEB – adaptado) O piso de entrada de um prédio está sendo reformado. Serão feitas duas jardineiras nas laterais, conforme indicado na figura, e o piso restante será revestido de cerâmica. Qual é a área do piso que será ocupada pelas duas jardineiras?

a) 1,5 m^2
b) 3 m^2
c) 6 m^2
d) 9 m^2
e) 12 m^2



Conectando sequências

Conexões com o Material do Volume I e outras explorações

A habilidade **(EM13MAT307)**, trabalhada nesta SD e que está relacionada à dedução de expressões de cálculo de área e sua aplicação, pode ser retomada e ampliada no volume I deste material, no qual são propostas situações em que os estudantes devem mobilizar e aplicar o conceito de área para resolver problemas complexos, incluindo aqueles que envolvem área da superfície de sólidos, bem como o seu volume, contemplando a habilidade **(EM13MAT309)**: Resolver e elaborar problemas que envolvem o cálculo de áreas totais e de volumes de prismas, pirâmides e corpos redondos em situações reais.

Atividade 4

ATIVIDADE 4

RESOLVENDO UM PROBLEMA NÃO CONVENCIONAL

Foco: resolução de um problema não convencional.

Tempo sugerido: 1 hora/aula

Materiais necessários: 1 cópia do problema para cada grupo ou a sua versão digital para ser projetada para os estudantes.

Professor/a, apresente a situação a seguir para o estudante.

Olá! Chegou a hora de resolver mais um problema desafiador. Não tenha medo de errar nem desista se a primeira tentativa falhar. Você sabia que as tentativas fazem seu raciocínio matemático se desenvolver mais do que se você acertar rapidamente?

O seu desafio é resolver um problema de travessia. Os problemas desse tipo têm sua origem em escritos bem antigos e formulações diversas. Os primeiros deles de que se tem registro aparecem em pergaminhos que datam do século 9.

O que caracteriza esse tipo de problema é o fato de que, em sua resolução, é preciso organizar a travessia, isto é, as idas e vindas de pessoas, objetos, animais etc., sempre com algumas limitações ou condições. Para resolver este tipo de problema, o mais importante é buscar uma sequência lógica de decisões, que obedeça às restrições impostas. Você pode resolver o problema como quiser: fazendo um desenho, um esquema, uma tabela. O importante é sempre registrar no papel a forma como resolveu. Após resolver, valide a resposta. Preparado? Então vamos lá!

Três mães e seus três respectivos filhos devem atravessar um rio numa barca que só transporta, no máximo, duas pessoas. Os filhos, por serem pequenos, devem ir cada um com sua própria mãe e nenhum filho deve ficar sozinho com outra mulher que não seja sua mãe. Ajude-os a chegar à outra margem do rio.

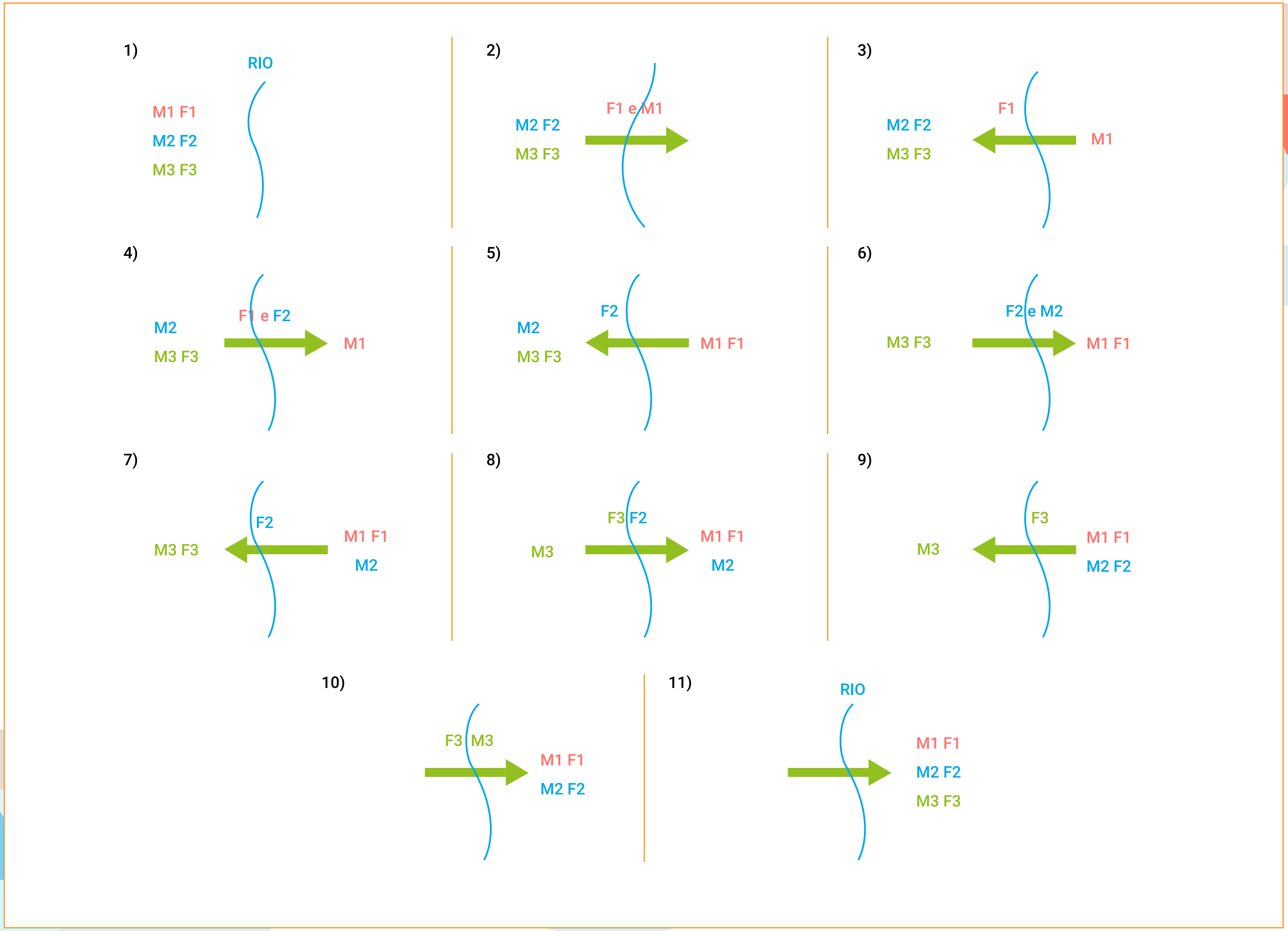
Antes de começar a resolução, leia calmamente o enunciado e responda às seguintes questões:

1. Quais são as pessoas envolvidas na história?
2. Qual o objetivo do problema?
3. Quais as restrições impostas?

Depois de refletir sobre as questões anteriores, elabore uma estratégia para resolver o problema! Seja perseverante! Se a sua primeira estratégia não der certo, tente outra, você consegue!

Exemplo de resposta esperada – Veja uma solução para esse problema a seguir. Para facilitar a interpretação, nomeamos as mães e o filhos.

Havendo tempo disponível, convide alguns estudantes a apresentar suas estratégias e questione: existe uma única solução para a situação apresentada?



Atenção para a auto-avaliação!

Professor/a, os estudantes chegaram ao final da segunda SD. Proponha que façam uma autoavaliação do seu percurso até o momento.

Apresente algumas questões norteadoras, por exemplo:

- Como foi chegar até aqui?
- Quais as dificuldades encontradas
- Você participou ativamente das atividades?
- Apresentou suas dúvidas e suas descobertas nos momentos de roda de conversa?
- Colaborou com os colegas do seu grupo para que juntos atingissem os objetivos propostos?
- O que você poderia mudar ou fazer diferente para melhorar ainda mais o seu desempenho em matemática?
- Como você percebe que a matemática pode ser importante na sua trajetória escolar e em outros âmbitos da sua vida?

Peça que registrem suas reflexões e guardem essas anotações, que poderão ser retomadas em diferentes momentos e poderão contribuir para uma postura mais ativa na busca de novas aprendizagens durante todo o percurso.

Materiais de apoio

Plano de estudos

Orientações para o estudante em momentos de autogestão

Caro/a, professor/a,

Para os estudantes ampliarem os seus estudos, encontram-se a seguir atividades sobre os temas que foram desenvolvidos em sala de aula durante a sequência didática 2. As questões apresentadas podem ser propostas ao final de cada atividade vivenciada em sala, uma vez que elas estão diretamente relacionadas aos temas desenvolvidos em cada parte desta SD.

Reforce com o estudante a importância do momento de estudo individual, incentive-o a consultar as anotações e os materiais produzidos nas aulas e oriente-o a registrar uma justificativa para as questões de múltipla-escolha, lembrando-o de que o importante não é a resposta certa, mas sim saber como chegar a ela. Em caso de dúvidas, ele pode conversar com seus colegas ou mesmo procurar o/a professor/a no momento oportuno.

Bloco de questões referentes à Atividade 1

EXERCÍCIO 1

A área do retângulo abaixo é, aproximadamente, igual a:

a) 5,5
b) 9,5
c) 8,5
d) 7,5
e) 6,5

Gabarito: C

EXERCÍCIO 2

Em uma reta numerada, o ponto que corresponde ao número $\sqrt{112}$ estará:

a) Entre 8 e 9
b) Entre 9 e 10
c) Entre 10 e 11
d) Entre 12 e 13
e) Entre 11 e 12

Gabarito: C

EXERCÍCIO 3

Em uma reta numerada, o ponto que corresponde ao número real $\sqrt{30}$ estará:

a) Entre 4 e 5
b) Entre 3 e 4
c) Entre 6 e 7
d) Entre 2 e 3
e) Entre 5 e 6

Gabarito: E

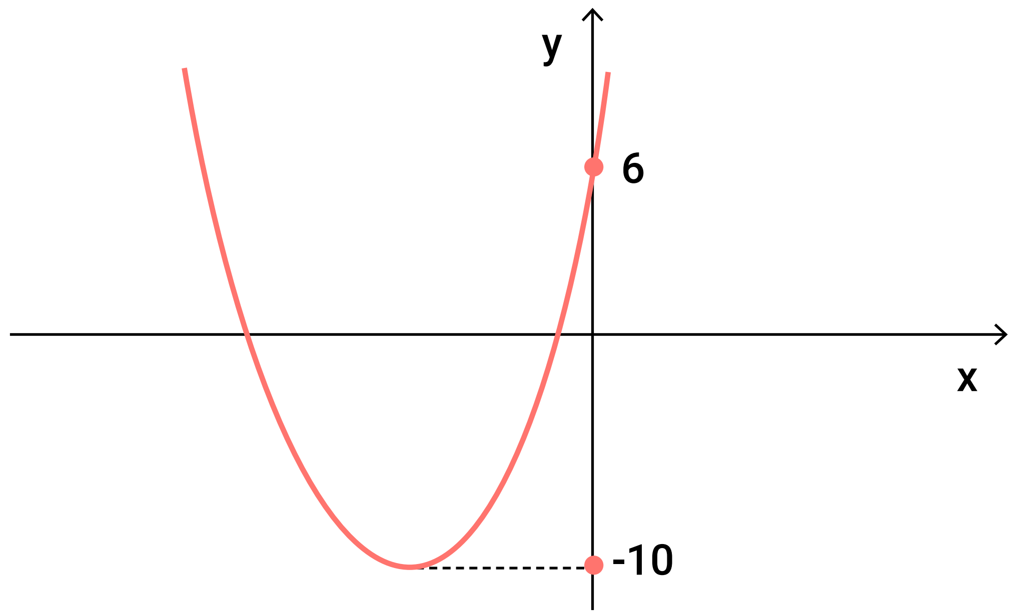
Bloco de questões referentes à Atividade 2

EXERCÍCIO 4

O gráfico a seguir é uma representação de uma função do 2º grau.
A função representada tem duas raízes:

a) Reais, sendo uma positiva e outra negativa.
b) Reais e iguais.
c) Reais negativas e distintas.
d) 4 reais positivas e distintas.
e) 5 reais e nulas.

Gabarito: C

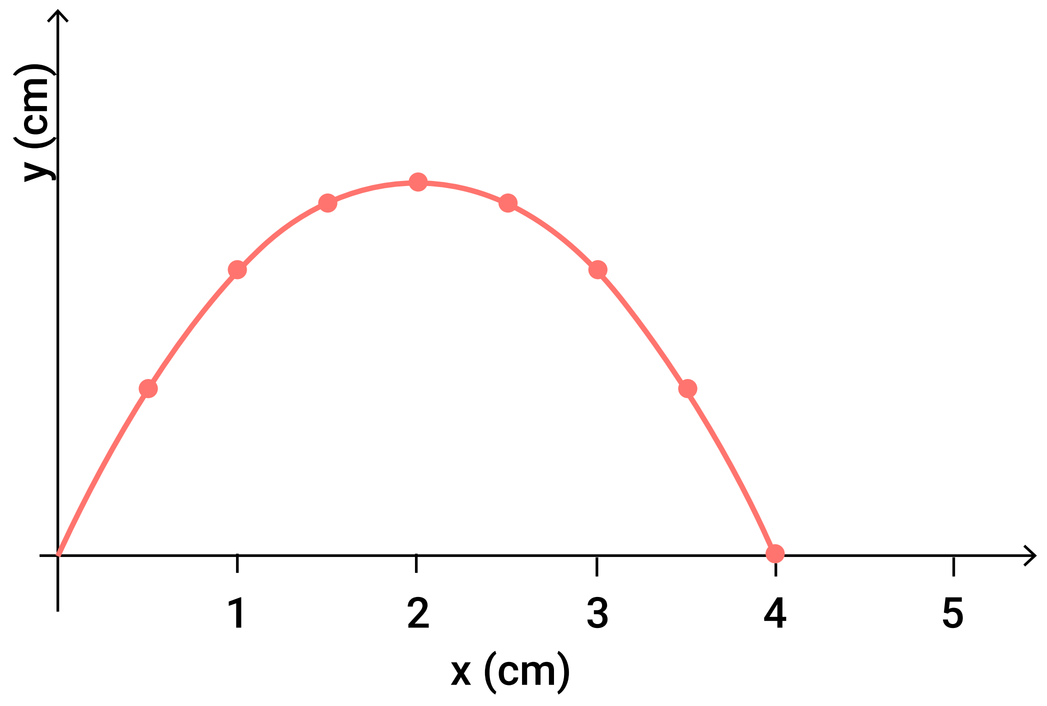


EXERCÍCIO 5

Após ser lançada por um garoto, a trajetória de uma pedra descreve uma parábola de equação $y = -x^2 + 4x$, em que as variáveis x e y são medidas em metros.
Nessas condições, a altura máxima atingida pela pedra, em metros, é:

a) 0,5
b) 1
c) 2
d) 3
e) 4

Gabarito: E



Bloco de questões referentes à Atividade 3

EXERCÍCIO 6

Valnir alugou um carro para fazer uma viagem. O valor final a ser pago será calculado pela função $P(x) = 250 + 0{,}6x$, em que P é o preço a ser pago pelo aluguel, em reais, e x é a quantidade de quilômetros rodados. Se Valnir rodar 300 km, quanto sairá o valor do aluguel em reais?

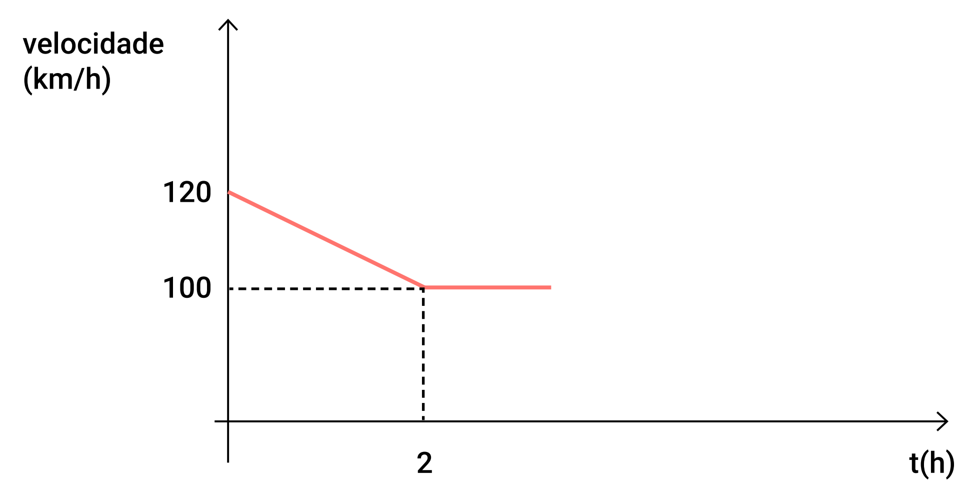
a) 180
b) 250
c) 280
d) 300
e) 430

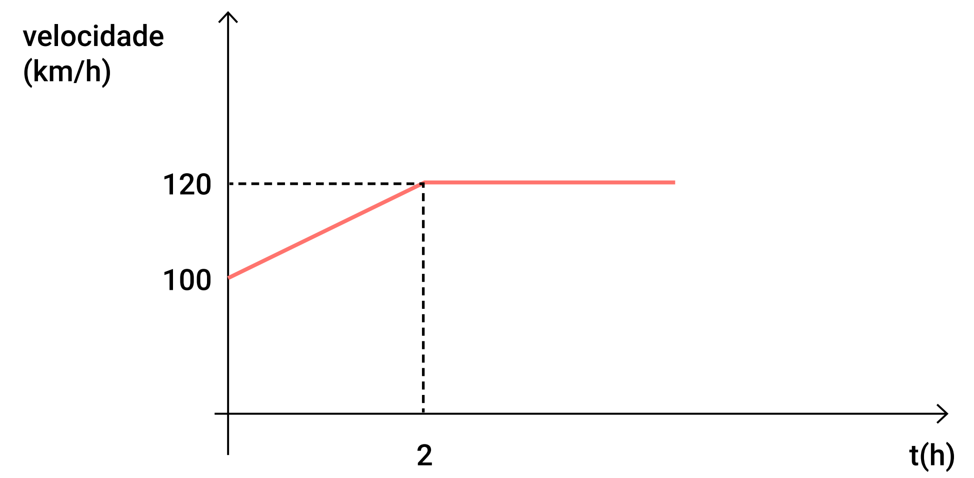
Gabarito: E

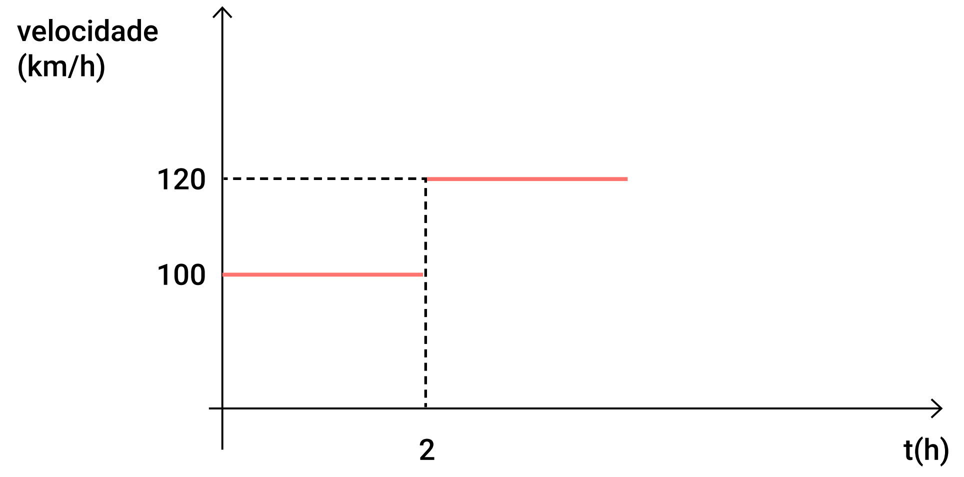
EXERCÍCIO 7

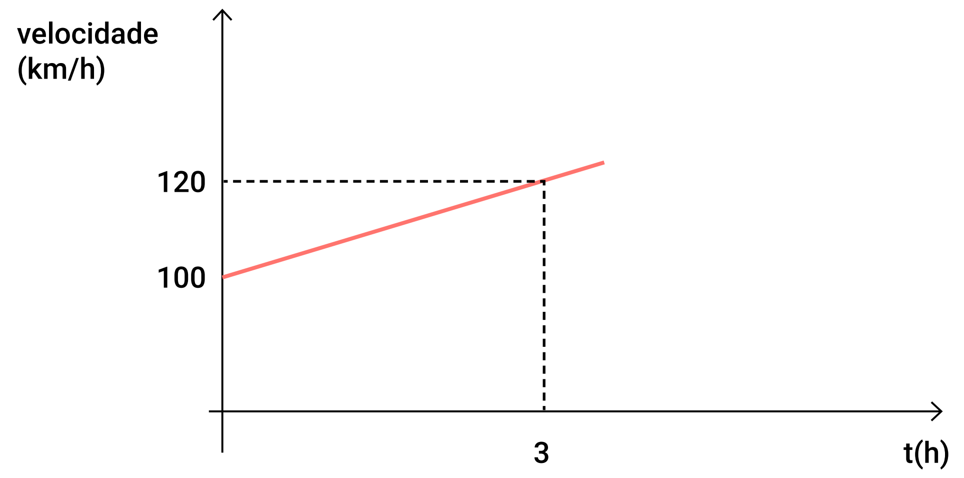
Uma família inicia uma viagem de carro. Durante as duas primeiras horas de viagem, o motorista manteve uma velocidade de 100 km/h. Daí em diante, ele aumenta a sua velocidade até atingir 120 km/h e, depois, mantém essa velocidade constante. O gráfico que ilustra a velocidade do automóvel em função do tempo é:

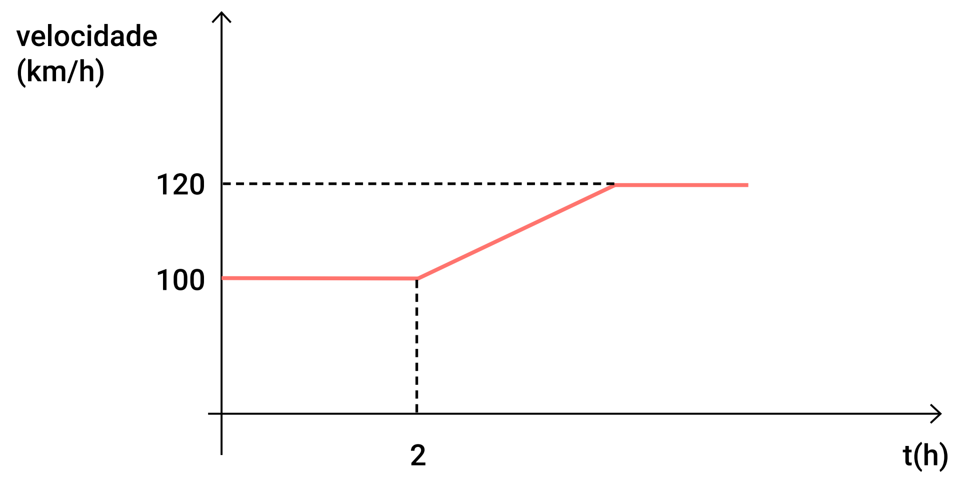
Gabarito: E

a)


b)


c)


d)


e)


EXERCÍCIO 8

(ENEM) Em fevereiro, o governo da Cidade do México, metrópole com uma das maiores frotas de automóveis do mundo, passou a oferecer à população bicicletas como opção de transporte. Por uma anuidade de 24 dólares, os usuários têm direito a 30 minutos de uso livre por dia. O ciclista pode retirar em uma estação e devolver em qualquer outra e, se quiser estender a pedalada, paga 3 dólares por hora extra. (Revista Exame. 21/04/2010). A expressão que relaciona o valor f pago pela utilização da bicicleta por um ano, quando se utilizam x horas extras nesse período é

a) $f(x)=3x$
b) $f(x)=24$
c) $f(x)=27$
d) $f(x)=3x + 24$
e) $f(x)=24x + 3$

Gabarito: D

EXERCÍCIO 9

(SARESP - adaptado) A tabela abaixo apresenta o consumo médio (x) de um combustível de certo veículo, em função da distância percorrida (y).

Consumo em litros (x)	0,25	1,50	3,25	5,75
Distância percorrida em km (y)	2	12	26	46

É verdade que:

a) x e y são diretamente proporcionais.
b) x e y são inversamente proporcionais.
c) para percorrer 4 Km serão consumidos 2 litros de combustível.
d) x e y não são proporcionais.
e) para percorrer 1 Km serão consumidos 0,5 litros de combustível.

Gabarito: A

EXERCÍCIO 10

(SARESP) Uma loja vende botijões térmicos para bebidas em dois tamanhos. O botijão com capacidade para 8 litros é vendido por R$ 56,00. Se o preço dos botijões for proporcional à capacidade, o preço do botijão de 2 litros é:

a) R$ 50,00
b) R$ 28,00
c) R$ 20,00
d) R$ 14,00
e) R$ 10,00

Gabarito: D

EXERCÍCIO 11

Determine a medida da altura, em cm, de um paralelogramo cuja área é igual a 50 cm^2 e cuja base mede 10 cm. Então a altura desse paralelogramo, em cm, é:

a) 500
b) 250
c) 5
d) 10
e) 20

Gabarito: C

Anexo 1

ANEXO 1

PADRÃO, GENERALIZAÇÃO E LINGUAGEM ALGÉBRICA

Apresente a sequência de figuras e proponha as seguintes questões:

a) Quantos quadradinhos escuros tem cada figura desta sequência?

b) Como seria a 5ª figura? Desenhe e descubra quantos quadradinhos escuros ela tem. E a próxima figura, quantos quadradinhos ela tem?

c) Quantos quadradinhos tem a 6ª figura? E a 10ª figura? Explique.

d) Você observa algum padrão, alguma regularidade nas figuras da sequência ao lado? Qual?

e) Considerando as figuras dessa sequência, complete a tabela ao lado.

f) Quantos quadradinhos tem uma figura em uma posição qualquer?

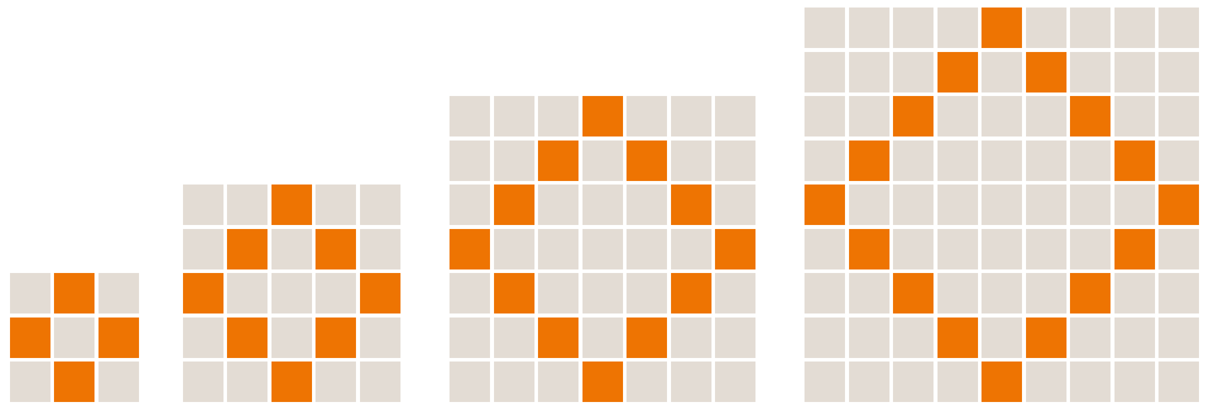
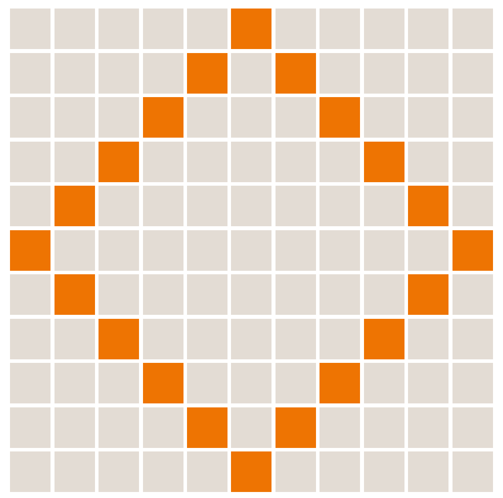


FIGURA 1 FIGURA 2 FIGURA 3 FIGURA 4...



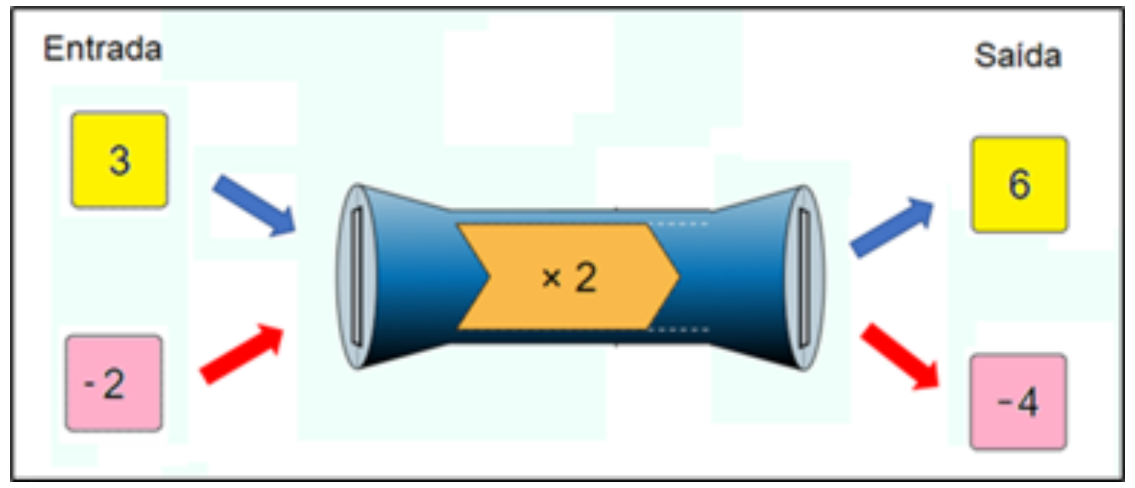
Posição da figura na sequência	Número de quadrados escuros na figura
1	4
2	8
3	
	16
	20
10	
	80

Anexo 2

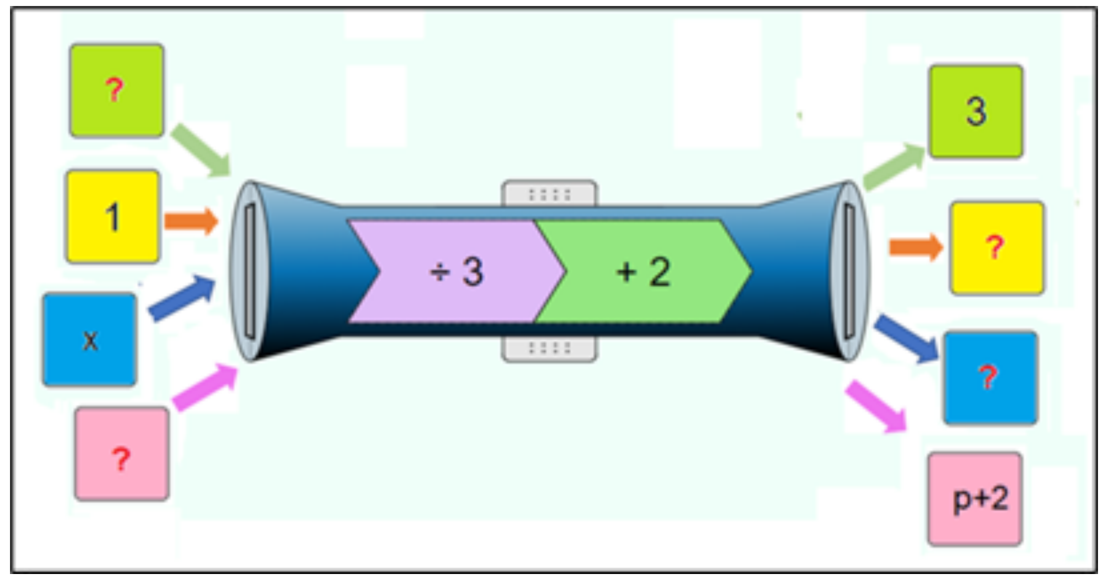
UMA MÁQUINA DE CALCULAR DIFERENTE

Na figura a seguir, você encontra uma máquina de calcular diferente.

a) Converse com seus colegas e procure entender como ela funciona. Escreva um pequeno texto explicando esse funcionamento.



b) Agora, observe a máquina a seguir e complete os dados que estão faltando. Registre em seu caderno suas conclusões.



c) Para refletir: o que significa a letra x que aparece na entrada da máquina? E a letra p? Em matemática, quando utilizamos uma letra, o que ela representa? Quais os números que poderiam ser escritos no lugar de x? Registre suas conclusões.

ANEXO 2 ▶ MOMENTO 2

Os números disponíveis em cada tabela ao lado foram submetidos a uma máquina de calcular. O seu objetivo é observar as regularidades existentes em cada tabela para “descobrir” qual o cálculo realizado por cada máquina e, em seguida, completar a tabela com os termos desconhecidos. Registre em seu caderno suas conclusões.

Entrada	100	-210	319	-431	616	x	?
Saída	96	-214	315	-435	613	?	y-8

Entrada	3	9	-15	21	-36	a	?
Saída	-9	-27	35	-63	108	?	b

Entrada	10	-30	-44	54	-104	p	- P
Saída	6	-14	-21	28	-51	?	?

Entrada	1	2	3	4	m	?	-2m
Saída	3	5	7	9	?	2m+3	?

Anexo 3

ANEXO 3 ▸ MOMENTO 1

MANEIRA DE ESCREVER

Nesta estação, o grupo vai jogar o *Maneira de escrever.*

Os componentes do grupo deverão se subdividir em dois grupos menores (caso o grupo inicial tenha 4 participantes, poderão formar duas duplas, ou caso tenha 5, poderão formar uma dupla e um trio), que jogarão um contra o outro.

Em seguida, todos leem as regras do jogo e, em caso de dúvida, poderão pedir ajuda para o/a professor/a.

Após a leitura das regras, os estudantes podem iniciar o jogo. Durante o jogo, cada vez que uma dupla virar dois cartões que formam o par, deverão anotar, em seu caderno, a frase sorteada e a sua respectiva sentença matemática.

Regras do Jogo

O jogo será entre duas equipes. As equipes devem escolher uma maneira de decidir quem inicia o jogo (par ou ímpar, por exemplo). Embaralhe os cartões com a parte escrita virada para baixo. Em uma mesa/carteira, organize dois montes, sendo um de cartas azuis e outro de amarelas. Cada grupo, na sua vez, vira dois cartões, um azul e um amarelo. Se o cartão azul traduzir o que está escrito no cartão amarelo, o jogador fica com os dois cartões. Se o cartão amarelo não traduzir o que está escrito no cartão azul, ambos devem ser devolvidos aos montes. Ao retornar as cartas aos devidos montes, embaralhe os cartões novamente. É a vez da outra equipe, que fará o mesmo procedimento realizado pela primeira.

O jogo termina em duas situações:

- Ao finalizar os cartões dos montes;
- Ao realizar 12 jogadas.

Ao término do jogo, as equipes devem contar o número de cartões acumulados. Vence o jogo a equipe que tiver o maior número de cartões.

Um número subtraído de 50	Um número diminuído de 50
O quádriplo de um número	Um número adicionado a 10
O quociente de 10 por um número	O quociente de um número por 10
A quarta parte do número	A diferença entre um número e 10
Um número somado a duas vezes o número	Cinco multiplicado pela soma de um número e 2

50 - x	x - 50
4z	10 + y
10/x	x/10
1/4 z	y - 10
x + 2x	5 (y + 2)

ANEXO 3 ▸ **MOMENTO 2**

Após participar do jogo *Maneira de escrever*, Alessandra decidiu calcular o valor numérico das expressões algébricas contidas nos cartões azuis que ela virou. Ajude a menina com esses cálculos, completando a tabela a seguir:

Expressão	x = 10	x = -3	x = -1/2
50 - x			
x - 50			
x + 2x			
10/x			

Anexo 4

EQUILÍBRIO E SENTENÇAS EQUIVALENTES

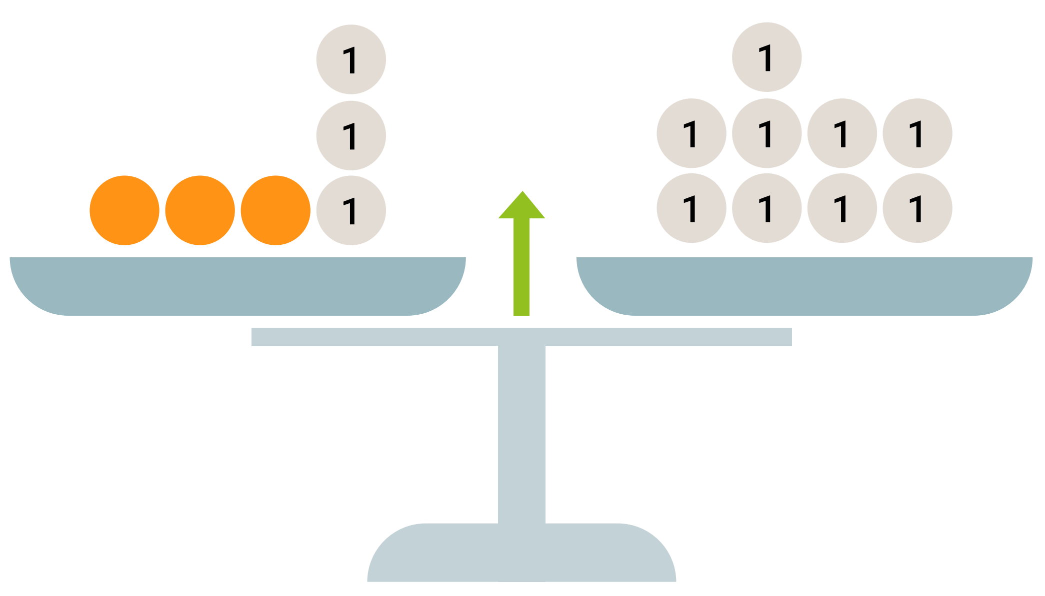
Acesse o link: bityli.com/equality-explorer. Selecione a opção "Básico" e explore livremente o aplicativo para conhecer suas funcionalidades. Em seguida, utilizando o aplicativo, represente a seguinte situação em que a balança está em equilíbrio:

a) Sendo x a massa de cada esfera, escreva uma sentença para representar essa situação.

b) Realize as alterações solicitadas. Em seguida, faça as análises pertinentes e responda em seu caderno:

- Retire 2 unidades do prato do lado esquerdo. O que observou?
- Sem colocar de volta as 2 unidades retiradas, o que você deve fazer para retomar o equilíbrio da balança? Explique sua resposta e escreva a nova sentença obtida.
- Agora, coloque 3 esferas no prato do lado direito da balança. O que observou?
- Sem retirar as 3 esferas, o que você deve fazer para retomar o equilíbrio da balança? Explique sua resposta e escreva a nova sentença obtida.

Você percebeu que, partindo do equilíbrio inicial representado por $3x + 3 = 9$, você conseguiu encontrar novas situações de equilíbrio representadas por $3x + 1 = 7$ e $6x + 3 = 3x + 9$? Essas sentenças são equivalentes.



ANEXO 4 ▶ **MOMENTO 2**

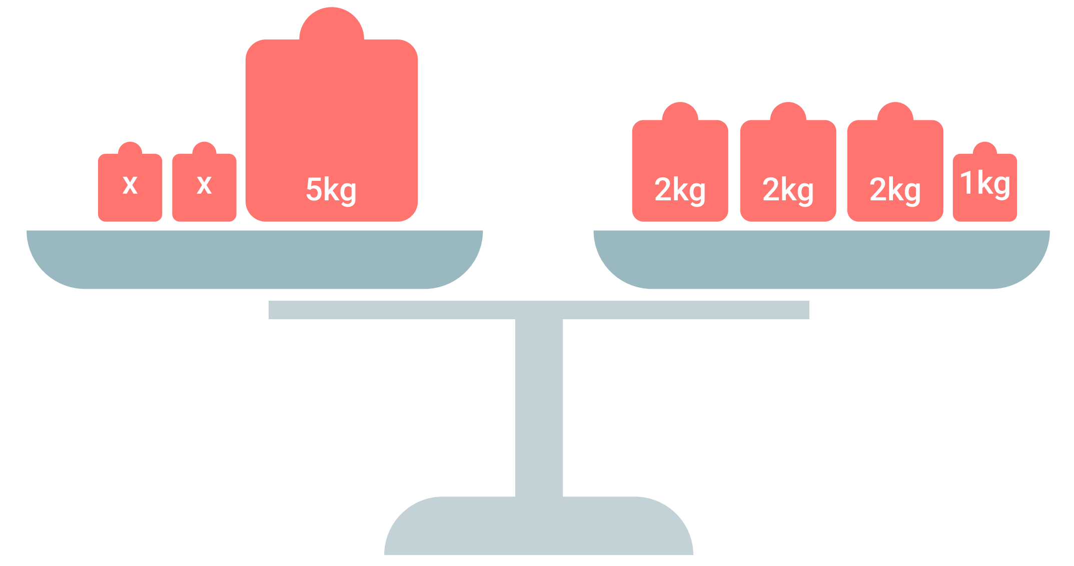
Observe a balança apresentada na figura.

a) Escreva uma sentença matemática para representar essa situação.

b) Agora, analise as sentenças abaixo e verifique qual ou quais delas são equivalentes à expressão escrita no item a. Explique sua resposta.

- $2x+10=12$
- $4x+5=2x+7$
- $4x+5=7$

c) Agora é sua vez: escreva uma expressão equivalente à expressão obtida no item a. Justifique sua resposta.



Anexo 5

ANEXO 5

O PASSO A PASSO PARA RESOLVER UMA EQUAÇÃO DO 1º GRAU

Conjunto de símbolos/orientações utilizado para a construção do fluxograma, que resolve equações 1º grau do tipo $ax + b = cx + d$, onde a, b, c e d são números reais, $a \neq 0$, $c \neq 0$ e $a > c$

Some o oposto de cx (indica-se por -cx) nos dois membros da equação

Início

Some o oposto de b (indica-se por -b) nos dois membros da equação

O valor da incógnita x (solução da equação) é

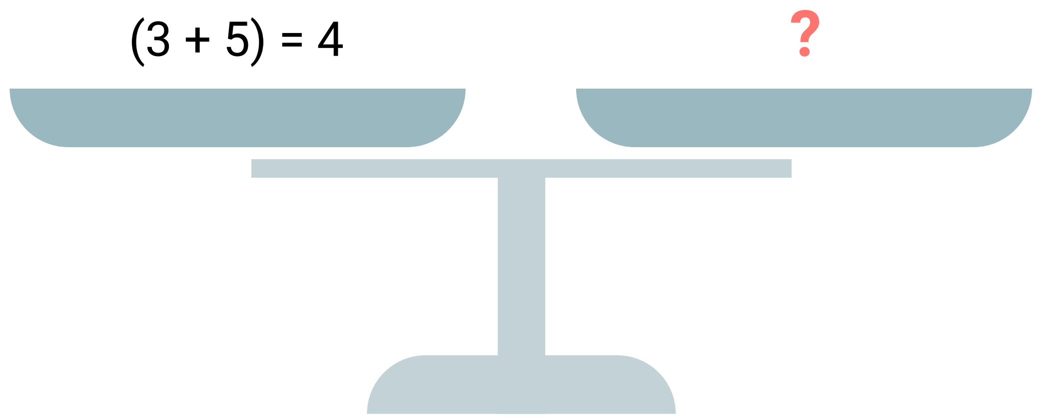
$$x = \frac{d - b}{a - c}$$

Fim

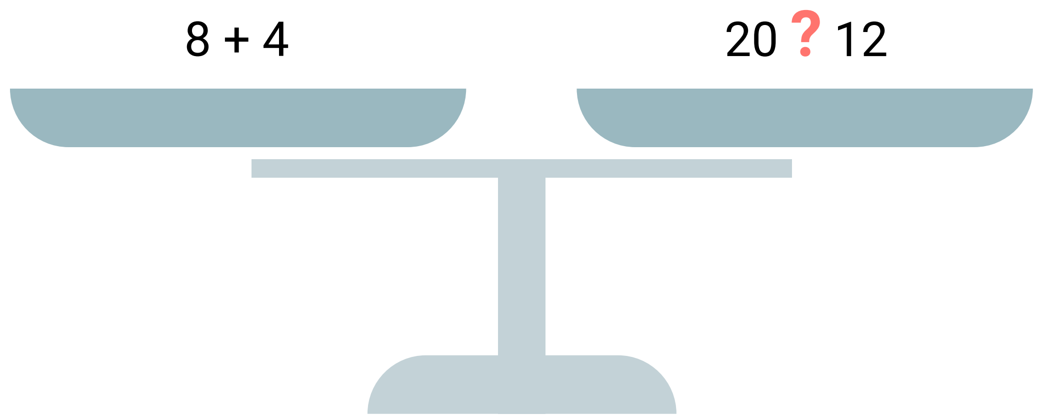
Leia a equação $ax + b = cx + d$

Anexo 6

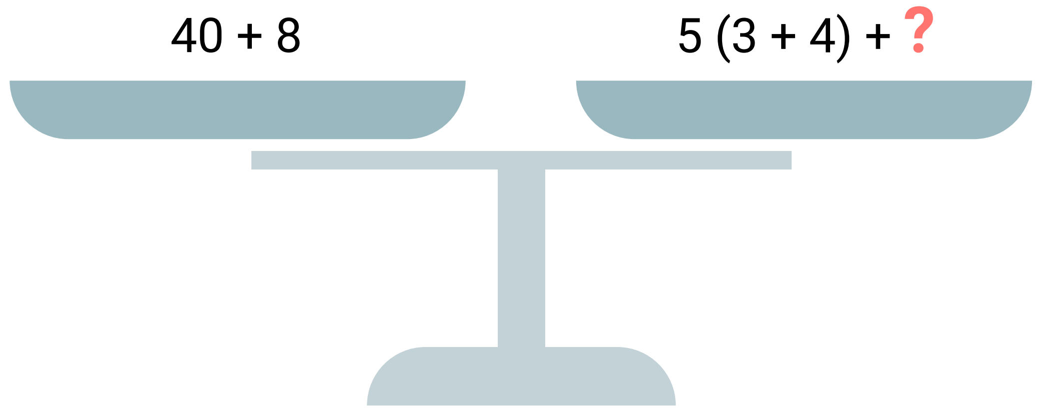
a)



b)



c)



d)

Anexo 7

ANEXO 7 ▶ **MOMENTO 1**

Pedro é um menino que adora animais e gosta também de desafios matemáticos. Um dia, seu amigo Lucas perguntou: Pedro, quantos cachorros e quantos pássaros você tem? Pedro deu a resposta em forma de charada: Tenho um total de 6 animais. Contando os pés e patas deles, o total é 22. Adivinhe quantos cachorros e pássaros Pedro tem.

ANEXO 7 ▶ **MOMENTO 2**

Observe as balanças representadas a seguir.

a) Escreva uma equação que represente a Situação 1 e a Situação 2, considerando que odos os cilindros que aparecem nas figuras são idênticos entre si e todos os cubos também são idênticos entre si.

b) Complete a tabela com pares ordenados que tornam a equação verdadeira.

c) Responda: qual a massa do cubo e a do cilindro para que as duas balanças se mantenham em equilíbrio?