

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM FÍSICA –  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM FÍSICA APLICADA**

**A distribuição Estatística das notas do  
Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM):  
Um Sistema Complexo Educacional**

Autor: **Gislaine Maria Fontanetti Bortolotti**

Orientador: **Hari Mohan Gupta**

Dissertação apresentada ao Programa de  
Pós-Graduação em Física como requisito  
para a obtenção do título de Mestre na área  
de concentração em Física Aplicada.

Rio Claro, 2003.

S. P. - Brasil.

**UNIVERSIDADE ESTADUAL PAULISTA  
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS E CIÊNCIAS EXATAS  
PROGRAMA DE PÓS – GRADUAÇÃO EM FÍSICA  
ÁREA DE CONCENTRAÇÃO EM FÍSICA APLICADA**

**A distribuição Estatística das notas do  
Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM):  
Um Sistema Complexo Educacional**

Autor: **Gislaine Maria Fontanetti Bortolotti**

Orientador: **Hari Mohan Gupta**

---

Prof. Dr. Hari Mohan Gupta – Orientador  
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

---

Prof. Dr. José Roberto Campanha  
IGCE/UNESP/Rio Claro (SP)

---

Prof. Dra. Carmen Pimentel Cintra do Prado  
IF/USP/São Paulo (SP)

Rio Claro, novembro de 2003

S. P. - Brasil

511.8 Bortolotti, Gislaine Maria Fontanetti  
B739d A distribuição estatística das notas do Exame Nacional do  
Ensino Médio (ENEM): um sistema complexo educacional /  
Gislaine Maria Fontanetti Bortolotti. – Rio Claro : [s.n.], 2003  
73 f. : il., gráfs., tabs.

Dissertação (mestrado) – Universidade Estadual Paulista,  
Instituto de Geociências e Ciências Exatas  
Orientador: Hari Mohan Gupta

1. Modelos matemáticos. 2. Sistemas complexos. 3. Lei de  
Potência. 4. Realimentação positiva. 5. Gaussiana. I. Título.

Ficha Catalográfica elaborada pela STATI – Biblioteca da UNESP  
Campus de Rio Claro/SP

## **Dedicatória**

Dedico este trabalho aos meus antigos amigos de caminhada, meus pais, irmãos e marido; e aos meus novos amigos de caminhada, meus filhos, pelo incentivo e compreensão.

## Agradecimentos

Agradeço às seguintes pessoas e Instituições;

Ao Prof. Dr. **Hari Mohan Gupta**, pela Orientação, acolhimento, amizade e incentivo, que foram fundamentais para a elaboração e desenvolvimento deste trabalho.

Ao Prof. Dr. **José Roberto Campanha**, pela atenção, orientação técnica, compreensão e amizade.

À Profa. Dra. **Carmen Pimentel Cintra do Prado**, IF/USP/SÃO PAULO pela atenção e sugestões para o enriquecimento deste trabalho.

Ao Instituto de Geociências e ao Departamento de Física da UNESP de Rio Claro, pelo apoio e facilidades concedidas.

Ao INEP por me fornecer os dados para realização deste trabalho.

Aos meus os amigos do mestrado, em especial, **Edna, Fábio, Danilo e Erica** pelo apoio, carinho e alegria.

Aos meus amigos e alunos do **SESI – Rio Claro**, por me incentivar a “voar mais alto”.

Aos meus amigos da **UNIARARAS**, por compartilhar experiências, aflições e alegrias, em especial: Kassima, Olavo, Fernanda, Gláucia, Ana Laura, Mendes, Cabide, Maria José, Patrícia Mori, Sylvia, Jaira, Cris Pinho, Francisca, Gabriel, Grasiela, Luis Carlos, Marco Marteline, Cida, Rosana Dias, Rosana Marçal, Elaine, Paulo, Luciene, Walmor, Armindo, Acácio, Carlos, Sergio, Jaira, Ismar, Beto, Teresa, Regiane, Huemerson, Carlão, Cris Franchini, Rosa Pavan, Miriam e a todos os meus alunos.

Aos meus avós **José e Alzira**, (*in memorian*), eterna presença.

Aos meus sogros **Silvio e Mercia**, pelo carinho e acolhimento, principalmente aos meus filhos na minha ausência.

À minha guerreira amiga e ajudante **Maria Cícera**, pela compreensão e dedicação.

Aos meus irmãos, pelo imenso amor. **Carmem**, pelo exemplo de profissionalismo, dedicação à pesquisa, e por me fazer acreditar em minha capacidade e **Jeferson** (Guigo), por me transmitir à serenidade de que sempre precisei.

Aos meus pais queridos (meu eterno colo), **João e Eomaly**, por me transmitir exemplo de vida, força, caráter, honestidade e infinito amor, afinal; um dia eles ouviram; dito por mim; que nunca me veriam numa carreira acadêmica.

**Em especial, ao meu amado e companheiro marido Ronaldo, pela cumplicidade, amor, serenidade e paciência nas horas difíceis da realização deste trabalho, ao meu filho Renato, pela sua luz e carinho e a minha filha Lorine, pela força de caráter, embora pequena.**

**À Deus, por me proporcionar tanta felicidade.**

*Deus nos fez perfeitos e não escolhe os capacitados, capacita os escolhidos. Fazer ou não fazer algo só depende da nossa vontade e perseverança”.*

*Albert Einstein*

# Índice

Resumo.....	i
Abstract.....	ii
Lista de tabelas.....	iii
Lista de figuras.....	iv
Capítulo 1 – Introdução.....	1
Capítulo 2 – Sistemas Complexos e Distribuições Estatísticas.....	3
2.1    Sistemas Complexos.....	3
2.1.1 Natureza e Sistemas Complexos.....	3
2.1.2 Características dos Sistemas Complexos.....	6
2.1.2.1    Distribuição de Lei de Potência.....	6
2.1.2.2    Geometria Fractal.....	7
2.1.2.3    Ruído um-sobre f (1/f).....	8
2.1.2.4    Lei de Zipf.....	9
2.2 Distribuições Estatísticas.....	9
2.2.1 Distribuição Normal.....	10
2.2.2 Distribuição de Lei de Potência.....	12
2.2.3 Distribuição Log-Normal.....	14
2.2.3.1.    Exemplos de distribuição Log-Normal.....	16
Capítulo 3 - Distribuições das notas de redação do ENEM.....	17
3.1    Considerações sobre o ENEM.....	17
3.1.1 Competências e habilidades abordadas na avaliação do ENEM.....	19
3.1.2 Objetivos do ENEM.....	25
3.1.3 Características e análise do desempenho do Exame.....	25
3.1.4 Características e análise do desempenho específico da prova de Redação...26	
3.2    A abordagem deste trabalho.....	29
3.3    As distribuições Estatísticas das notas das provas de redação.....	30
3.3.1 Resumo Estatístico das notas das provas de redação do ano de 1999.....	30

3.3.2	Resumo Estatístico das notas das provas de redação do ano de 2000.....	33
	Capítulo 4 - Distribuição das notas da prova objetiva do ENEM.....	39
4.1	Considerações sobre a prova objetiva.....	39
4.2	As distribuições Estatísticas das notas das provas objetivas.....	42
4.2.1	Resumo Estatístico das notas das provas objetivas do ano de 1999.....	42
4.2.2	Resumo Estatístico das notas das provas objetivas do ano de 2000.....	45
4.2.3	Curva de melhor ajustamento aos dados empíricos de 1999 e 2000.....	49
	Capítulo 5 – Discussão e conclusões.....	53
5.1	Sobre a prova de redação.....	53
5.2	Sobre a prova objetiva.....	54
	Referências Bibliográficas.....	57

## RESUMO

Neste trabalho estudamos as distribuições estatísticas das notas obtidas pelos estudantes brasileiros no ENEM (Exame Nacional do Ensino Médio), que consta de duas partes: questões objetivas sobre ciências exatas, humanas e biológicas, multidisciplinares, sem separação por disciplinas e redação. Nós obtivemos na parte de redação, distribuições próximas da Normal, o que não ocorreu na parte objetiva, mas conseguimos obter boas representações, com a junção de três distribuições normais diferentes. A presença da Lei de Potência não ficou evidente, mas nós obtivemos probabilidades empíricas maiores para notas altas, o que acontece nesta distribuição. Nós supomos que na redação, a presença da educação informal é acentuada, enquanto na prova objetiva, a educação formal é importante.

Comparamos, também, notas de quatro Estados brasileiros, com diferentes níveis sócios econômicos, Bahia, Minas gerais, Rio Grande do Sul e São Paulo. O percentual de estudantes que têm interesse neste exame é maior em São Paulo, seguido por Minas Gerais, Rio Grande do Sul e Bahia. Como São Paulo é um Estado mais desenvolvido economicamente, parece ser a educação importante para o desenvolvimento econômico.

## ABSTRACT

In this work, we studied the statistical distribution of marks obtained by students in ENEM (National Examination of Medium level Education – High School). We found that in language and essay examination, the distribution is given through gaussian (normal). For objective examination which include social, biological and exact sciences, the gaussian distribution is a very poor fit. We obtain a good fit considering sum. Of three diferent normal distribution. As objective examination in multi-discipline, power law distribution is not clearly observed. However we found empirical probability more than normal probability for higher marks as happened in power law distribution. We feel that in language, informal education is more important and it is same for all, there by giving normal distribution. In objective examination, school teaching is more important.

We also compare four States: Bahia, Minas Gerais, Rio grande de Sul and São Paulo with diferent economical level. We observed that higher percentage of people in São Paulo appeared in this examination followed by Minas Gerias, Rio Grande do Sul and Bahia, indicating better level of education in São Paulo. It appears that education and economical developement go together.

## LISTA DE TABELAS

- Tabela 1:** Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova de redação, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais. Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 1999.
- Tabela 2:** Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova de redação, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais. Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 2000.
- Tabela 3:** Valores dos coeficientes de ajustamentos entre os dados empíricos e teóricos relativos aos gráficos descritos nas figuras de 4 a 13.
- Tabela 4:** Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova objetiva, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais. Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 1999.
- Tabela 5:** Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova objetiva, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais. Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 2000.
- Tabela 6:** Valores dos coeficientes de ajustamentos entre os dados empíricos e teóricos relativos aos gráficos descritos nas figuras de 15 a 24.
- Tabela 7:** Valores das médias e desvios padrões das funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  que compõem a função  $f$  que melhor se ajusta aos dados empíricos das notas da prova objetiva de todo o Brasil nos anos de 1999 e 2000.
- Tabela 8:** Valores dos coeficientes de ajustamentos entre os dados empíricos e teóricos relativos aos gráficos descritos nas figuras 25 e 26.

## LISTAS DE FIGURAS

**Figura 1:** Curva normal de média zero e desvio padrão um.

**Figura 2:** Gráfico da função da função  $\log P(x) = \log(1000000 / x^{2.5})$

**Figura 3:** gráfico da função  $P(x) = \frac{1}{x\sqrt{2p}} \cdot e^{-\frac{(\log x)^2}{2}}$  para  $0,01 = x = 10$

**Figura 4:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 1999.

**Figura 5:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Minas Gérias no ano de 1999.

**Figura 6:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Rio Grande de Sul no ano de 1999.

**Figura 7:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 1999.

**Figura 8:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos de todo o Brasil no ano de 1999.

**Figura 9:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 2000.

**Figura 10:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 2000.

**Figura 11:** Notas dos candidatos (x) versus N(x) que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Rio Grande do Sul no ano de 2000.

- Figura 12:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 2000.
- Figura 13:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos de todo o Brasil no ano de 2000.
- Figura 14:** Geração de notas através da correlação entre as cinco competências dentro das 21 habilidades.
- Figura 15:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 1999.
- Figura 16:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 1999.
- Figura 17:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado do Rio Grande do Sul no ano de 1999.
- Figura 18:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 1999.
- Figura 19:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos da União no ano de 1999.
- Figura 20:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 2000.
- Figura 21:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 2000.

- Figura 22:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado do Rio Grande do Sul no ano de 2000.
- Figura 23:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 2000.
- Figura 24:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos de toda a União no ano de 2000.
- Figura 25:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos de toda a União no ano de 2000 e a melhor curva de ajustamento  $f(x)$ .
- Figura 26:** Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos de toda a União no ano de 2000 e a curva de melhor ajustamento  $f(x)$ .

# **CAPÍTULO 1**

## **Introdução**

Esta dissertação tem por objetivo propor a aplicação de conceitos da Física e da Estatística para contribuir na descrição e análise de sistemas educacionais, mais especificamente sob o ponto de vista de sistemas complexos.

Com esse objetivo, selecionou-se o Exame Nacional do Ensino Médio – ENEM, que é uma avaliação proposta pelo MEC - Ministério da educação e Cultura; desde 1998; para verificar a capacidade que as pessoas que estão cursando ou já cursaram o Ensino Médio, têm de utilizar os conhecimentos adquiridos na Escola até então.

O ENEM é constituído de uma prova única, contendo questões objetivas de múltipla escolha, envolvendo as várias áreas de conhecimento em que se organizam as atividades pedagógicas da escolaridade básica (Ensino Fundamental e Médio) no Brasil,

e uma proposta de redação que vai solicitar a construção de um texto em prosa do tipo dissertativo-argumentativo, a partir de um tema de ordem social, científica, cultural ou política, além de um questionário sócio-econômico que tem por objetivo traçar o perfil do alunado brasileiro.

Escolhemos o ENEM, primeiramente pela grande quantidade de dados, viabilizando a análise estatística e recente trabalho de Gupta, Campanha et al (2000) sobre vestibular da UNESP, em que foi observada uma Lei de potência na distribuição de notas em ciências exatas e biológicas.

Para desenvolver esse trabalho subdividimos as notas por:

1. Ano,
2. Provas objetivas e redação,
3. Federação (Brasil) e algumas de suas Unidades cita-se, São Paulo, Rio Grande do Sul, Minas Gerais e Bahia.

No segundo capítulo nós discutiremos características dos sistemas complexos e distribuições e técnicas Estatísticas para discutir os mesmos.

No terceiro capítulo serão abordados: a estrutura do ENEM e o estudo deste como um Sistema Complexo através da construção dos gráficos das distribuições de pontuações da redação, segundo a Federação e Unidades Federativas já citadas.

No quarto capítulo procederemos com o estudo através da construção dos gráficos das distribuições de pontuações prova objetiva, segundo a Federação e Unidades Federativas.

No quinto capítulo serão feitas: a discussão e conclusão dos resultados obtidos.

## **CAPÍTULO 2**

### **SISTEMAS COMPLEXOS E DISTRIBUIÇÕES ESTATÍSTICAS**

#### **2.1. Sistemas Complexos**

##### **2.1.1. Natureza e Sistemas Complexos**

Os físicos, nos últimos cinco séculos, vem conseguindo inferir leis que explicam vários fenômenos naturais, através de observações e experimentos em laboratórios (Einstein 1976). Através destas leis, isto é, da mecânica; eletromagnetismo; mecânica quântica e relatividade procuram desenvolver a tecnologia, produzindo dispositivos e

materiais para o desenvolvimento da Ciência e melhorias para a vida do Homem. Em certos casos específicos, conseguem explicar com detalhes, o comportamento de vários sistemas, como por exemplo, os cristais e os gases.

Podemos fazer previsões nos seguintes casos:

1. Fenômenos periódicos são sistemas em que um comportamento ou estrutura se repete exatamente depois de algum tempo ou distância indefinidamente. Como exemplo, podemos citar a estrutura dos cristais, pois ela pode ser dividida em células contendo muito poucos átomos, todas as células são iguais e estudando uma, consegue-se entender todo o cristal. Um outro exemplo cabível é o calendário lunar, pois a lua está numa órbita definida em torno da terra, sendo assim podemos prever sua posição sempre;
2. Fenômenos que têm característica randômica (aleatória) de difícil previsão. Como exemplo podemos citar os gases, pois não se consegue e não há interesse na Física de prever a posição, velocidade e trajetória de uma molécula, mas sim na função que descreve a distribuição das velocidades das moléculas deste gás, conseguindo, assim, prever o comportamento geral do gás. Portanto conhecendo o comportamento microscópico consegue-se saber o sistema macroscópico através da estatística; mecânica de Boltzmann nos sistemas clássicos e/ou usos estatísticos de Bose-Einstein ou Fermi-Dirac nos sistemas quânticos (Mcquarrie,1976)

O Homem não mora em um mundo simples, de gases e cristais. A superfície da Terra possui rios, mares, montanhas, rochas, materiais com estruturas complexas, cada um dos quais tem suas características próprias. Temos várias espécies de plantas e animais, formando os ecossistemas analisados pela Biologia. Na espécie Humana, as pessoas têm características genéticas, culturais, comportamentais, sociais e outras muito variadas, dando origem aos vários ramos da Ciência como a Medicina, a Sociologia, a Psicologia, a História, a Economia e muitos outros. A natureza possui uma grande variabilidade de fatores que interagem para seu funcionamento e equilíbrio. Essa

variabilidade é definida como complexidade da natureza. Diz-se que a Natureza constitui um Sistema Complexo.

Um sistema complexo possui:

- (i) várias interações fortemente correlacionadas ao mesmo tempo e na presença de muitos elementos internos;
- (ii) vários fatores externos interagindo com seus elementos internos;
- (iii) uma grande variabilidade, pois possui instabilidade, é dinâmico e portanto sua predição é limitada. Não existe um estado de equilíbrio.

Não é possível discutir todo esse sistema em detalhes através das leis básicas da Física, nem com todos os computadores do mundo, utilizando modelos matemáticos e estatísticos podemos fazer previsões sobre o comportamento dos mesmos, obtendo assim leis estatísticas para descrevê-los.

O progresso científico nos últimos 20 anos, nos estudos de sistemas naturais, vem derrubando a idéia de que todo fenômeno no Universo poderia ser explicado por leis básicas da Física. Precisamos, portanto, de leis para sistemas estudados como um todo, isto é, leis da Física holística.

As técnicas matemáticas desenvolvidas no estudo de sistemas físicos complexos, também podem ser utilizados em outras áreas, como por exemplo: na biologia, economia, sociologia e educação. Todos esses sistemas têm várias interações ao mesmo tempo e por isso tem infinita variabilidade e, assim sendo a Física pode estudar essas outras áreas.

Nas ciências naturais e sociais, por exemplo, não é possível estudar um sistema em algumas condições específicas, como se pode fazer no laboratório com sistemas

físicos e assim estudar efeito de vários parâmetros separadamente. É necessário estudá-los como um todo, inclusive com muitas interações e comportamentos próprios.

### **2.1.2. Características dos Sistemas Complexos**

A teoria da complexidade é essencialmente de natureza estatística e por isso não pode mostrar detalhes específicos. Por exemplo, pode-se prever a média de notas que será obtida em um certo vestibular, mas não se pode prever a nota de um aluno especificamente. Neste sentido, este tipo de trabalho na educação seria importante do ponto de vista do planejamento educacional. Mas ainda assim é impossível para um educador prever os resultados de uma instituição ou organização educacional ou ainda em uma área em particular, devido aos fatores locais.

Temos algumas observações empíricas gerais ubíquas, que foram encontradas em vários sistemas complexos de várias áreas do conhecimento, mas que não podem ser explicados por características de elementos individuais do sistema. Precisamos de uma teoria geral abstrata ou alguns mecanismos gerais que poderiam explicar estas observações. Algumas características dos sistemas complexos são:

#### **2.1.2.1. Distribuição de Lei de Potência**

Os sistemas complexos, devido a uma natureza interativa, podem exibir um comportamento catastrófico, onde uma parte do sistema pode afetar outra, em um efeito dominó. Este mecanismo é o de **Realimentação Positiva**, em que quando acontece um evento, há um outro elemento que ajuda a aumentar a magnitude deste evento.

Por exemplo, quando um aluno apresenta alguma habilidade em alguma área de conhecimento, o meio a que ele pertence lhe dá melhores condições para que desenvolva essa habilidade, por exemplo, seus pais ao perceber seu talento podem reforçar as condições específicas para essa área em detrimento das outras. Sua escola pode incluí-lo em projetos afins. Ele acaba se sobressaindo, cada vez mais, seu desenvolvimento pode sempre ser ampliado e seu progresso ilimitado.

Este comportamento catastrófico poderia ser explicado pela distribuição de Lei de Potência (Gutenberg, 1949; Sepkoski, 1993; Mandelbrot, 1964). A teoria de Lei de Potência foi desenvolvida considerando realimentação positiva (Pareto, 1896-1965), entropia não extensiva (Tsallis, 1999) e auto criticabilidade (Bak, 1997), mas ainda não tem uma visão definitiva. Discutiremos Lei de potência com mais detalhes numa próxima seção.

#### **2.1.2.2. Geometria Fractal**

O termo “Fractal” significa fragmentado, quebrado, irregular (latim: fractus). Foi utilizado pela primeira vez por Mandelbrot para definir estruturas que apresentam formas geométricas caracterizadas por modelos básicos que são repetidos mesmo em escalas muito pequenas e invariante em diferentes escalas, ou seja, cada fragmento é estatisticamente semelhante ao todo, descreve em geral objetos de dimensões fracionárias (Mandelbrot, 1983). As partes constituintes dos fractais relacionam-se entre si, sempre modificando os limites formados; apresentam características como auto-similaridade, lacunaridade, complexidade infinita e mesma dimensão em qualquer escala.

Mandelbrot mostrou que os diversos objetos da natureza são, geralmente, fractais, por exemplo, o tamanho do Litoral que varia de acordo com a escala utilizada

para medi-lo. Uma escala muito grande, de quilometro, por exemplo, resulta numa medida de litoral bem menor do que em metros.

As observações de Mandelbrot são muito importantes para explicar aspectos da natureza. Precisamos de uma estrutura geral teórica que explique a estrutura fractal da natureza. Nenhuma lei da física até agora, define o surgimento dos fractais.

### **2.1.2.3. Ruído um-sobre-f ( $1/f$ )**

Ruído do tipo  $1/f$  é uma das manifestações da Lei de Potência e tem sido observado em diversos sistemas tais como, o nível de água do rio Nilo (Hurst, 1951), luzes de quasares e tráfego em rodovias (Mandelbrot, 1999). Estes fenômenos apresentam detalhes em todas as escalas de tempo. J. Hurst passou parte de sua vida estudando o nível de água do rio Nilo, em várias escalas de tempo, (de minutos até anos) observou que esta série temporal poderia ser vista graficamente como uma superposição de sinais de todas as variações do nível de água do rio, ou seja, como uma superposição de sinais periódicos de todas as frequências. O espectro da frequência por meio da transformada de Fourier é equivalente a uma superposição de sinais periódicos em todas as frequências. Os sinais  $1/f$  possuem também picos de todas as durações. Podemos dizer que são fractais no tempo.

A potência da componente de frequência é maior para as frequências é maior para as frequências menores, sendo inversamente proporcional à frequência, é por isso que o chamamos comportamento  $1/f$ .

Sinais  $1/f$  são diferentes de ruídos brancos aleatórios, onde não existe correlação entre os valores que descrevem o sinal e, geralmente, incluem todas as frequências em iguais quantidades.

Existem casos em que o espectro de frequência não pode ser distribuído como sinal  $1/f$ , mas como  $1/f^\alpha$ , onde  $0 < \alpha < 2$ , embora continue com a denominação  $1/f$ .

#### **2.1.2.4. Lei de Zipf**

Esta Lei foi observada por Zipf (Zipf, 1949) na área das Ciências humanas. Ele utilizou os dados de populações de várias cidades do mundo e traçou um gráfico do  $\log(\text{ranking})$  pelo  $\log(\text{tamanho})$ , onde observou que o resultado é uma reta com coeficiente angular quase um.

Ele também contou a frequência com que uma dada palavra usada em uma peça de Literatura, e novamente traçou o gráfico  $\log(\text{frequência})$  pelo  $\log(\text{ranking})$ , e verificou que o resultado foi uma linha reta, assim tentou explicar esse resultado através do princípio do mínimo esforço.

Procuramos demonstrar, neste capítulo técnicas e algumas distribuições estatísticas usadas para definir o estudo dos sistemas complexos.

## **2.2 Distribuições Estatísticas**

Nesta seção nós discutiremos algumas distribuições importantes para sistemas complexos em geral.

### 2.2.1 Distribuição Normal

A distribuição Normal foi considerada simplesmente como sendo uma aproximação da distribuição Binomial (Moivre, 1733). Redescoberta somente no século XIX por Laplace e Gauss (Laplace, 1781; Gauss, 1816) quando desenvolveram a teoria dos Erros de Observação utilizando a função normal.

Durante muito tempo, por influência dos trabalhos de Gauss e Laplace considerava-se como axioma que todas as distribuições estatísticas se aproximavam da distribuição normal e o desvio de qualquer variável aleatória de sua média era olhado como um “erro” sujeito à Lei dos Erros.

A distribuição Normal é dada por:

$$P(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\langle x \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.1)$$

onde  $P(x)$  representa densidade de probabilidade da variável aleatória contínua  $x$ .  $\langle x \rangle$  representa a média aritmética da distribuição; e  $\sigma$  representa desvio padrão da distribuição.

A média e o desvio padrão são dados por, respectivamente:

$$\langle x \rangle = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i) \quad (2.2)$$

$$\sigma^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 \quad (2.3)$$

Então a probabilidade de achar  $x$  dentre  $x_1$  e  $x_2$  é:

$$P(x_1 < x < x_2) = \int_{x_1}^{x_2} P(x) dx \quad (2.4)$$

Considerando a variável:

$$U = \frac{x - \bar{x}}{\sigma} \quad (2.5)$$

e  $P(U)$  dado por:

$$P(U) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{U^2}{2}} \quad (2.6)$$

para calcular a probabilidade de  $U$  menor que um valor  $\theta$ , definimos:

$$\phi(\theta) = P[0 \leq U \leq \theta] = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_0^{\theta} e^{-\frac{1}{2}x^2} dx \quad (2.7)$$

$\phi(\theta)$  resulta na probabilidade da variável  $U$  ser menor do que  $\theta$ .

Geralmente, as bibliografias estatísticas (Ayres, 2000; Magalhães, 2001; Vieira, 1980) consideram apenas valores positivos de  $\theta$ , pois  $P(x) = P(-x)$ .

A configuração gráfica da distribuição normal é uma curva em forma de sino, simétrica em torno da média. A figura 1 mostra a distribuição normal de média zero e desvio padrão.

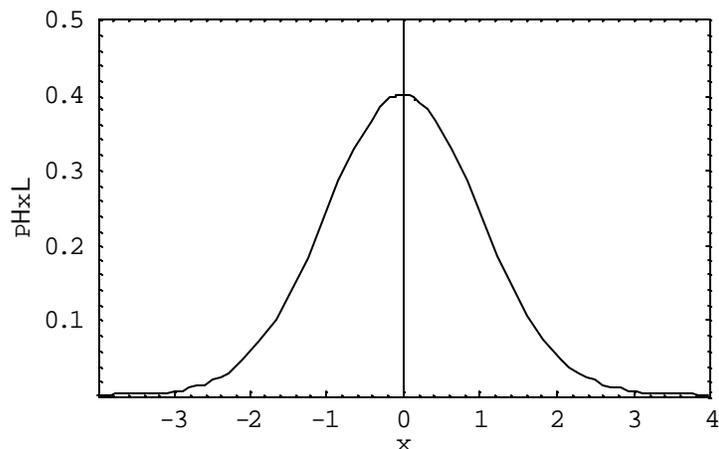


Figura 1: curva normal de média zero e desvio padrão um.

### 2.2.2 Distribuição de Lei de Potência.

Algumas distribuições são assimétricas, ao contrário da distribuição normal. Nesta distribuição, a probabilidade  $p(x)$  a partir de um valor máximo, cai bem mais devagar do que se espera na distribuição normal, para valores cada vez maiores de  $x$ . Algumas destas distribuições podem ser explicadas pela Lei de Potência ou distribuição log-Normal.

Se investigarmos uma distribuição de rendimentos dos indivíduos em um grande país, encontraremos um significativo número de pessoas com rendimentos dez vezes maiores do que a média dessa distribuição e ainda algumas poucas pessoas com rendimentos cem vezes maiores que a média. Tais distribuições possuem caudas longas quando representadas graficamente e foram primeiramente estudadas por Pareto, que

coletou dados estatísticos de rendimentos e riqueza individual em muitos países e em diversas épocas da história.

Para sistemas complexos naturais, Pareto em seus estudos da distribuição de rendimentos pessoais (Pareto, 1896), propôs a distribuição denominada Lei de Potência, dada por:

$$P(x) = c \cdot \frac{1}{x^{1+\alpha}} \quad (2.8)$$

Onde  $c$  é constante e  $(1+\alpha)$  é o índice da potência.

Aplicando log em ambos os lados temos:

$$\log P(x) = A - (1+\alpha) \log x \quad (2.9)$$

A configuração gráfica de  $\log P(x) = \log(1000000 / x^{2.5})$ , por exemplo está ilustrada na figura 2.

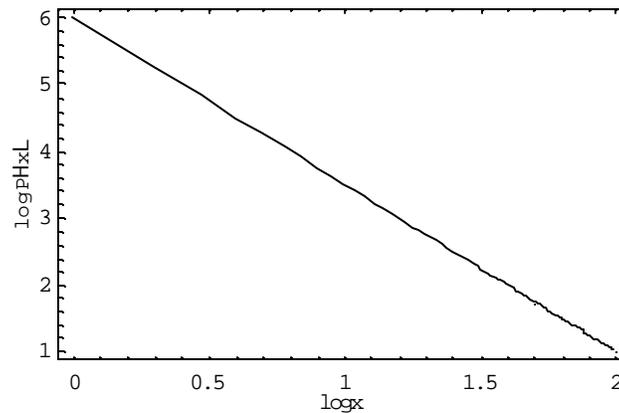


Figura 2: gráfico da função  $\log P(x) = \log(1000000 / x^{2.5})$

### 2.2.3 Distribuição Log - Normal.

Uma distribuição que é frequentemente associada à distribuição com caudas longas é a distribuição Log-normal. Ela é definida por:

$$P(x) = \frac{1}{x\sigma\sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\log x - \langle \log x \rangle)^2}{2\sigma^2}} \quad (2.10)$$

onde  $\langle \log x \rangle$  é valor médio de  $\log x$ . Note que

$$\log P(x) = -\frac{1}{2} \log(2\pi\sigma^2) - \frac{(\log x - \langle \log x \rangle)^2}{2\sigma^2} - \log x \quad (2.11)$$

Shockley (Shockley, 1957) propôs o seguinte mecanismo para explicar porque longas caudas existem em uma distribuição de progressão que exija um bom resultado para diversos empreendimentos, onde o fracasso de um provocaria o fracasso do projeto. Ele usou a publicação de documentos técnicos como exemplo. Considerou como importantes algumas habilidades abaixo mencionadas.

1. Habilidade de levantar um bom tema;
2. Habilidade para trabalhar nele;
3. Habilidade para reconhecer soluções que valham a pena;
4. Habilidade de tomar decisões de quando parar ou levantar resultados;
5. Habilidade de redigir adequadamente;
6. Habilidade de aproveitar-se construtivamente das críticas;

7. Determinação para apresentar o trabalho em jornais;
8. Disposição para agüentar julgamentos de oposição.

Então, ele relata que a probabilidade de um pesquisador produzir um trabalho de sucesso em tempo determinado seria o produto de um conjunto de probabilidades que provocaria o sucesso do empreendimento, ou seja, possuindo cada uma das habilidades dos da revelação anterior o sucesso seria evidente.

$$p = p_1 \cdot p_2 \cdot p_3 \cdot p_4 \cdot p_5 \cdot p_6 \cdot p_7 \cdot p_8 \quad (2.12)$$

O aspecto log-normal torna-se aparente ao considerarmos logaritmos em (2.13).

Logo:

$$\log p = \log p_1 + \log p_2 + \dots \log p_8 \quad (2.13)$$

Desde que  $\log p$  seja a soma de um conjunto de variáveis, cada qual com sua própria distribuição de função, o teorema do limite central é aplicável de modo que a distribuição da função  $\log p$  poderia ser Gaussiana.

A figura 3 mostra a configuração da função log – normal com  $\langle \log \rangle = 0$  e  $\sigma = 1$

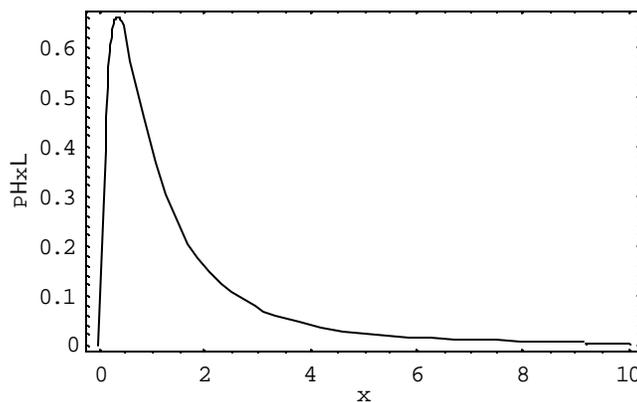


Figura 3: gráfico da função  $P(x) = \frac{1}{x\sqrt{2p}} \cdot e^{-\frac{(\log x)^2}{2}}$  para  $0,01 = x = 10$

### 2.2.3.1. Exemplos de distribuição Log-Normal

**Geologia e mineração:** Na crosta terrestre, a concentração de elementos e seus agentes radioativos geralmente seguem a distribuição log-normal (Razumovsky, 1940).

**Medicina Humana:** Uma variedade de exemplos da medicina ajusta-se a distribuição log-normal. Períodos latentes de doenças infecciosas têm sido freqüentemente demonstrados como log-normal (Sartwell, 1950; Sartwell, 1952; Sartwell, 1966; Kondo, 1977); aproximadamente 70% de 86 exemplos publicados por Kondo (Kondo, 1977) aparentam ser log-normais. Sartwell documenta 37 casos que se ajustaram à distribuição log-normal.

**Meio Ambiente:** A distribuição de partículas químicas e orgânicas no meio ambiente são freqüentemente log-normal (Biondini, 1976).

**Ecologia:** Na espécie animal (pássaros, peixes, insetos) e vegetal, a maioria de suas comunidades seguem a distribuição log-normal (truncada). Esta distribuição foi discutida por Magurran (Magurran, 1988).

**Ciências Sociais e Econômicas:** Exemplos de distribuição log-normal em Ciências Sociais incluem: idade de casamento, tamanho de fazendas e rendimentos, em Economia, tamanho de empresas (Aitchison, Brown, 1957; Gibrat, 1931).

## **CAPÍTULO 3**

### **DISTRIBUIÇÃO DAS NOTAS DE REDAÇÃO DO ENEM.**

Neste capítulo descreveremos o ENEM, sua estrutura, objetivos e características gerais e abordaremos mais especificamente a prova de redação.

#### **3.1 Considerações sobre o ENEM.**

O ENEM foi implantado pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais — INEP, em 1998 e destina-se aos alunos que estão concluindo ou que já terminaram o ensino médio, porém os alunos que não estão concluindo podem participar, mas sem validação de suas notas. É uma avaliação que tem por objetivo ajudar o estudante a conhecer melhor suas possibilidades individuais, para enfrentar os

desafios do dia-a-dia, por meio da verificação dos conhecimentos adquiridos na escola. O Exame avalia as competências e habilidades desenvolvidas em 11 anos de escolarização básica.

O ENEM também auxilia o estudante a orientar-se nas escolhas futuras, tanto em relação à continuidade dos estudos como à inserção no mercado de trabalho (Manual do inscrito do ENEM, 2000). Desde o primeiro ano de realização do Exame, as instituições de Ensino Superior utilizam os resultados na seleção de alunos para os cursos de graduação.

A rapidez com que as mudanças sociais se processam e alteram nossa vida cotidiana impõe um padrão mais elevado para a escolaridade básica, e o projeto pedagógico da escola deve objetivar o desenvolvimento de competências com as quais os alunos possam assimilar informações e utilizá-las em contextos adequados, interpretando códigos e linguagens e servindo-se dos conhecimentos adquiridos para a tomada de decisões autônomas e socialmente relevantes.

Estas premissas já estão delineadas na atual Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional – LDB, que introduz profundas transformações no ensino médio, desvinculando-o do vestibular, ao flexibilizar os mecanismos de acesso ao ensino superior, e, principalmente, delineando o perfil de saída do aluno da escolaridade básica, ao estipular que o educando, ao final do ensino médio, demonstre:

“I – domínio dos princípios científicos e tecnológicos que presidem a produção moderna;

II – conhecimento das formas contemporâneas de linguagem;

III – domínio dos conhecimentos de Filosofia e de Sociologia necessários ao exercício da cidadania”.

No âmbito dessas mudanças, a LDB determina, inclusive, que a União organize processo nacional de avaliação do rendimento escolar, para todos os níveis de ensino, objetivando a definição de prioridades e a melhoria da qualidade do ensino (art. 9º, VI).

É nessa perspectiva que o INEP vem realizando o ENEM, para o universo de alunos concluintes e de egressos deste nível de ensino.

Esse exame difere de outras avaliações já propostas pelo Ministério da Educação. Centra-se na avaliação de desempenho por competências e vincula-se a um conceito mais abrangente e estrutural da inteligência humana. O exame é constituído de uma prova única e abrange as várias áreas de conhecimento em que se organizam as atividades pedagógicas da escolaridade básica no Brasil.

### **3.1.1 Competências e habilidades abordadas na avaliação do ENEM.**

A Matriz de Competências foi desenvolvida para estruturar o ENEM, a fim de definir claramente seus pressupostos e delinear suas características operacionais.

A Matriz foi construída por um grupo de profissionais da educação, especialistas em psicologia do desenvolvimento, pesquisadores e professores das diferentes áreas de

conhecimento e especialistas em psicométrica, a partir de um projeto elaborado e coordenado pelo INEP.

A concepção de conhecimento subjacente a essa matriz pressupõe colaboração, complementaridade e integração entre os conteúdos das diversas áreas do conhecimento presentes nas propostas curriculares das escolas brasileiras de ensino fundamental e médio e considera que conhecer é construir e reconstruir significados continuamente, mediante o estabelecimento de relações de múltipla natureza, individuais e sociais.

O modelo da Matriz contempla a indicação das competências e habilidades gerais próprias do aluno, na fase de desenvolvimento cognitivo, correspondente ao término da escolaridade básica, associadas aos conteúdos do ensino fundamental e médio, e considera, como referências norteadoras, o texto da Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN), os textos da Reforma do Ensino Médio e as Matrizes Curriculares de Referência para o SAEB.

Competências são as modalidades estruturais da inteligência, ou melhor, ações e operações que utilizamos para estabelecer relações com e entre objetos, situações, fenômenos e pessoas que desejamos conhecer. As habilidades decorrem das competências adquiridas e referem-se ao plano imediato do “saber fazer”. Por meio das ações e operações, as habilidades aperfeiçoam-se e articulam-se, possibilitando nova reorganização das competências.

A partir das competências cognitivas globais, identificou-se o elenco de habilidades correspondentes, e a matriz assim construída fornece indicações do que se pretende valorizar nessa avaliação, servindo de orientação para a elaboração de questões que envolvam as diferentes áreas do conhecimento.

Busca-se, dessa maneira, verificar como o conhecimento assim construído pode ser efetivado pelo participante por meio da demonstração de sua autonomia de julgamento e de ação, de atitudes, valores e procedimentos diante de situações-problema que se aproximem o máximo possível das condições reais de convívio social e de trabalho individual e coletivo.

A Matriz de Competências do ENEM; como relatado no manual do inscrito (2000); é a base do que será avaliado no Exame. De acordo com essa Matriz, o objetivo deste exame é avaliar cinco competências:

I – Dominar a norma culta da Língua portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica.

II – Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas.

III – Selecionar, organizar, relacionar e interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema.

IV – Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações comerciais, para construir argumentação consistente.

V – Reconhecer os conhecimentos desenvolvidos na Escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os direitos humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Compreende, ainda, a competência de ler, compreender, interpretar e produzir textos no sentido amplo do termo, todas as áreas e disciplinas que compõem a atividade

pedagógica da Escola. Pressupõe, portanto, instrumental de comunicação e expressão adequado tanto para a compreensão de um problema matemático quanto para a descrição de um processo físico, químico ou biológico e, mesmo, para a percepção das transformações de espaço/tempo da história, da geografia e da literatura.

Segundo o manual do inscrito do ENEM (2000), as habilidades abordadas na avaliação do Exame são:

1. Dada a descrição discursiva ou por ilustração de um experimento ou fenômeno, de natureza científica, tecnológica ou social, identificar variáveis relevantes e selecionar os instrumentos necessários para realização ou interpretação do mesmo.
2. Em um gráfico cartesiano de variável socioeconômica ou técnico-científica, identificar e analisar valores das variáveis, intervalos de crescimento ou decréscimo e taxas de variação.
3. Dada uma distribuição estatística de variável social, econômica, física, química ou biológica, traduzir e interpretar as informações disponíveis, ou reorganizá-las, objetivando interpolações ou extrapolações.
4. Dada uma situação-problema, apresentada em uma linguagem de determinada área de conhecimento, relacioná-la com sua formulação em outras linguagens ou vice-versa.
5. A partir da leitura de textos literários consagrados e de informações sobre concepções artísticas, estabelecer relações entre eles e seu contexto histórico, social, político ou cultural, inferindo as escolhas dos temas, gêneros discursivos e recursos expressivos dos autores.
6. Com base em um texto, analisar as funções da linguagem, identificar marcas de variantes lingüísticas de natureza sociocultural, regional, de registro ou de estilo, e explorar as relações entre as linguagens coloquial e formal.

7. Identificar e caracterizar a conservação e as transformações de energia em diferentes processos de sua geração e uso social, e comparar diferentes recursos e opções energéticas.
8. Analisar criticamente, de forma qualitativa ou quantitativa, as implicações ambientais, sociais e econômicas dos processos de utilização dos recursos naturais, materiais ou energéticos.
9. Compreender o significado e a importância da água e de seu ciclo para a manutenção da vida, em sua relação com condições socioambientais, sabendo quantificar variações de temperatura e mudanças de fase em processos naturais e de intervenção humana.
10. Utilizar e interpretar diferentes escalas de tempo para situar e descrever transformações na atmosfera, biosfera, hidrosfera e litosfera, origem e evolução da vida, variações populacionais e modificações no espaço geográfico.
11. Diante da diversidade da vida, analisar, do ponto de vista biológico, físico ou químico, padrões comuns nas estruturas e nos processos que garantem a continuidade e a evolução dos seres vivos.
12. Analisar fatores socioeconômicos e ambientais associados ao desenvolvimento, às condições de vida e saúde de populações humanas, por meio da interpretação de diferentes indicadores.
13. Compreender o caráter sistêmico do planeta e reconhecer a importância da biodiversidade para preservação da vida, relacionando condições do meio e intervenção humana.
14. Diante da diversidade de formas geométricas planas e espaciais, presentes na natureza ou imaginadas, caracterizá-las por meio de propriedades, relacionar seus elementos, calcular comprimentos, áreas ou volumes, e utilizar o conhecimento geométrico para leitura, compreensão e ação sobre a realidade.

15. Reconhecer o caráter aleatório de fenômenos naturais ou não, e utilizar em situações-problema processos de contagem, representação de frequências relativas, construção de espaços amostrais, distribuição e cálculo de probabilidades.
16. Analisar, de forma qualitativa ou quantitativa, situações-problema referentes a perturbações ambientais, identificando fonte, transporte e destino dos poluentes, reconhecendo suas transformações; prever efeitos nos ecossistemas e no sistema produtivo e propor formas de intervenção para reduzir e controlar os efeitos da poluição ambiental.
17. Na obtenção e produção de materiais e de insumos energéticos, identificar etapas, calcular rendimentos, taxas e índices, e analisar implicações sociais, econômicas e ambientais.
18. Valorizar a diversidade dos patrimônios etnoculturais e artísticos, identificando-a em suas manifestações e representações em diferentes sociedades, épocas e lugares.
19. Confrontar interpretações diversas de situações ou fatos de natureza histórico-geográfica, técnico-científica, artístico-cultural ou do cotidiano, comparando diferentes pontos de vista, identificando os pressupostos de cada interpretação e analisando a validade dos argumentos utilizados.
20. Comparar processos de formação socioeconômica, relacionando-os com seu contexto histórico e geográfico.
21. Dado um conjunto de informações sobre uma realidade histórico-geográfica, contextualizar e ordenar os eventos registrados, compreendendo a importância dos fatores sociais, econômicos, políticos ou culturais.

### **3.1.2 Objetivos do ENEM.**

O ENEM será realizado anualmente, com o objetivo fundamental de avaliar o desempenho do aluno ao término da escolaridade básica, para aferir o desenvolvimento de competências fundamentais ao exercício pleno da cidadania. Ressalta-se ainda que o ENEM não tem caráter classificatório. Pretende, ainda, alcançar os seguintes objetivos específicos: (Manual do inscrito do ENEM, 2000).

- a. “Oferecer uma referência para que cada cidadão possa proceder a sua auto-avaliação com vistas às suas escolhas futuras, tanto em relação ao mercado de trabalho quanto em relação à continuidade de estudos;
- b. Estruturar uma avaliação da educação básica que sirva como modalidade alternativa ou complementar aos processos de seleção nos diferentes setores do mundo do trabalho;
- c. Estruturar uma avaliação da educação básica que sirva como modalidade alternativa ou complementar aos exames de acesso aos cursos profissionalizantes pós-médios e ao ensino superior.”

### **3.1.3 Características e análise do desempenho do Exame.**

O ENEM tem caráter voluntário e dele podem participar, mediante inscrição, os concluintes do ensino médio, no ano de realização do exame, e também os que já o concluíram em anos anteriores, em qualquer de suas modalidades. É direito do participante realizar o ENEM quantas vezes for de seu interesse.

O exame é constituído por uma prova única contendo sessenta e três questões objetivas de múltipla escolha e uma proposta para redação. As questões objetivas e a redação destinam-se a avaliar as competências e habilidades desenvolvidas pelos participantes ao longo da escolaridade básica, a partir da Matriz de Competências.

O desempenho do participante será avaliado nas duas partes da prova (objetiva e redação), valendo 100 pontos cada uma delas. Esse desempenho será qualificado de acordo com as premissas teóricas da Matriz de Competências que se refere às possibilidades totais da cognição humana na fase de desenvolvimento próprio aos participantes do ENEM – jovens e adultos. Essa qualificação será expressa nas seguintes faixas de desempenho: insuficiente a regular, que corresponde às notas entre 0 a 40, inclusive; regular a bom, que corresponde às notas entre 40 a 70, inclusive; e de bom a excelente, que corresponde às notas entre 70 a 100.

### **3.1.4 Características e análise do desempenho específico da prova de Redação**

A redação deverá ser estruturada na forma de texto em prosa do tipo dissertativo-argumentativo, a partir da proposta de um tema de ordem social, científica, cultural ou política.

Na redação, também serão avaliadas as cinco competências da Matriz do ENEM, referidas à produção de um texto. Cada uma das competências será avaliada numa escala de 0 a 100 pontos.

Caso o participante não desenvolva o tema e a estrutura solicitados, será atribuída a nota ZERO à competência II da redação, o que anula a correção das demais competências da redação. A nota global da redação, neste caso, será ZERO. A nota global da redação será dada pela média aritmética das notas atribuídas a cada uma das cinco competências específicas da redação.

As cinco competências avaliadas na redação são as mesmas avaliadas na parte objetiva da prova, traduzidas para uma situação específica de produção de texto, conforme especificado a seguir (Manual do inscrito do ENEM, 2000):

“I Demonstrar domínio da norma culta da língua escrita;

II. Compreender a proposta de redação e aplicar conceitos das várias áreas de conhecimento para desenvolver o tema, dentro dos limites estruturais do texto dissertativo-argumentativo;

III. Selecionar, relacionar, organizar e interpretar informações, fatos, opiniões e argumentos em defesa de um ponto de vista;

IV. Demonstrar conhecimento dos mecanismos linguísticos necessários para a construção da argumentação;

V. Elaborar proposta de solução para o problema abordado, mostrando respeito aos valores humanos e considerando a diversidade sociocultural.

Na **competência I** espera-se que o participante escolha o registro adequado a uma situação formal de produção de texto escrito. Na avaliação, serão considerados os fundamentos gramaticais do texto escrito, refletidos na utilização da norma culta em aspectos como: sintaxe de concordância, regência e colocação; pontuação; flexão; ortografia; e adequação de registro demonstrada, no desempenho linguístico, de acordo com a situação formal de produção exigida.

O eixo da **competência II** reside na compreensão do tema que instaura uma problemática a respeito da qual se pede um texto escrito em prosa do tipo dissertativo-argumentativo em prosa. Por meio deste tipo de texto, analisam-se, interpretam-se e relacionam-se dados, informações e conceitos amplos, tendo-se em vista a construção de uma argumentação, em defesa de um ponto de vista.

Na **competência III**, procura-se avaliar como o participante, em uma situação formal de interlocução, seleciona, organiza, relaciona e interpreta os dados, informações e conceitos necessários para defender sua perspectiva sobre o tema proposto.

Na **competência IV**, avalia-se a utilização de recursos coesivos da modalidade escrita, com vistas à adequada articulação dos argumentos, fatos e opiniões, selecionados para a defesa de um ponto de vista sobre o tema proposto. Serão considerados os mecanismos lingüísticos responsáveis pela construção da argumentação na superfície textual, tais como: coesão referencial; coesão lexical (sinônimos, hiperônimos, repetição, reiteração); e coesão gramatical (uso de conectivos, tempos verbais, pontuação, seqüência temporal, relações anafóricas, conectores intervocabulares, intersentenciais, interparágrafos).

Na **competência V**, verifica-se como o participante indicará as possíveis variáveis para solucionar a problemática desenvolvida, quais propostas de intervenção apresentou, qual a relação destas com o projeto desenvolvido sobre o tema proposto e a qualidade destas propostas, mais genéricas ou específicas, tendo por base a solidariedade humana e o respeito à diversidade de pontos de vista, eixos de uma sociedade democrática’.

Maiores detalhes sobre o ENEM encontra-se no site [www.inep.gov.br](http://www.inep.gov.br)

### **3.3 A abordagem deste trabalho.**

Recentemente Gupta, Campanha e Prado (Gupta, Campanha and Prado, 2000) estudaram a distribuição estatística das notas dos alunos que prestaram o vestibular da Unesp (Universidade Paulista) e observaram a presença da lei de potência para os alunos da área de ciências exatas e biológicas, já para os alunos da área de ciências humanas a distribuição que melhor se aproximou foi a Distribuição Normal. Neste estudo foram utilizados métodos da física para sistemas complexos, o que tornou possível analisar quantitativamente alguns aspectos do sistema educacional. Lembramos que nos estudos do Sistema Educacional esse é pioneiro com essa técnica.

Vale frisar que o vestibular da Unesp é um tipo de avaliação tradicional, pois se baseia em conteúdos separados por disciplinas, diferente da abordagem do Exame enfocado aqui, o ENEM.

Para realizar este trabalho, solicitamos os resultados das provas dos anos de 1998, 1999 e 2000 ao INEP. Decidimos em excluir as notas do ano de 1998, pois eram em pouca quantidade, não possibilitando um estudo mais preciso e significativo. Decidimos também excluir as notas zero, pois elas poderiam representar abstenção ou desinteresse do candidato, uma vez que na prova de múltipla escolha, a probabilidade deste obter nota zero é mínima, mesmo sem nada saber.

Adotamos o critério de dividirmos por Estados de diferentes regiões com diferentes desenvolvimentos socioeconômicos, além da divisão do próprio Exame, que são redação e prova objetiva e pelo ano, 1999 e 2000. Escolhemos Bahia, por ser um Estado menos desenvolvido que os outros Estados estudados. Minas Gerais, por ter um nível de desenvolvimento médio. Rio Grande do Sul e São Paulo por serem Estados bem desenvolvidos.

Para efetuar as análises pertinentes, utilizamos o software Mathemática® 4.1.

### **3.4 As distribuições Estatísticas das notas das provas de redação.**

#### **3.4.1 Resumo Estatístico das notas das provas de redação do ano de 1999.**

A tabela 1 contém as médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas da prova de redação, população e número de alunos por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 1999.

Tabela 1: Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova de redação, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 1999.

<b>Estado</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Número de alunos</b>	<b>População</b>	<b>Alunos por 1000 habitantes</b>
<b>Bahia</b>	53,63	16,96	5282	13070250	0,40
<b>Minas Gerais</b>	53,62	17,44	30966	17891494	1,73
<b>Rio G. do Sul</b>	56,78	16,89	5564	10187798	0,55
<b>São Paulo</b>	55,74	17,02	124214	37032403	3,35
<b>Brasil</b>	53,69	17,15	280008	169799170	1,65

Como mostram as figuras 4, 5, 6, 7 e 8 construímos os gráficos das distribuições de probabilidades das notas da prova de redação; agrupadas em intervalos de 5 pontos; do ano de 1999 dos quatro Estados selecionados e da União, que se aproximaram satisfatoriamente da Distribuição Normal.

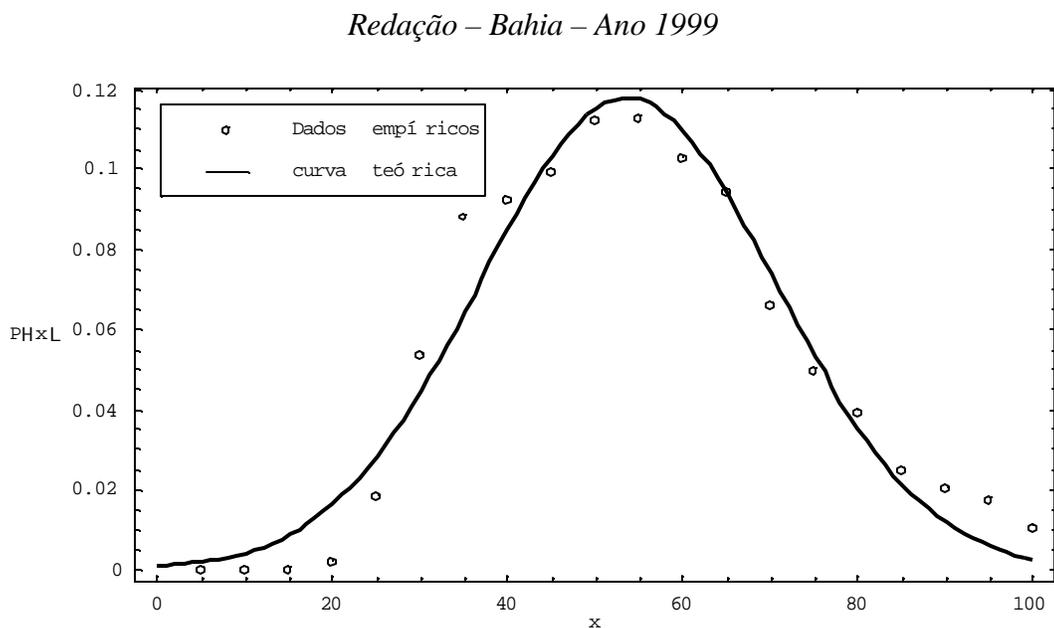


Figura 4: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 1999.

*Redação – Minas Gerais – Ano 1999*

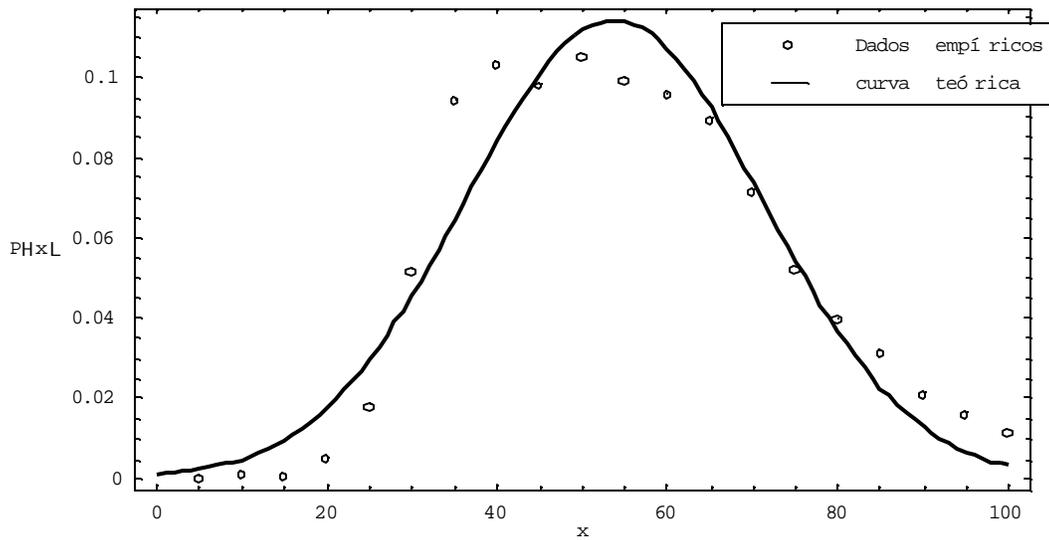


Figura 5: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 1999.

*Redação – Rio Grande do Sul – Ano 1999*

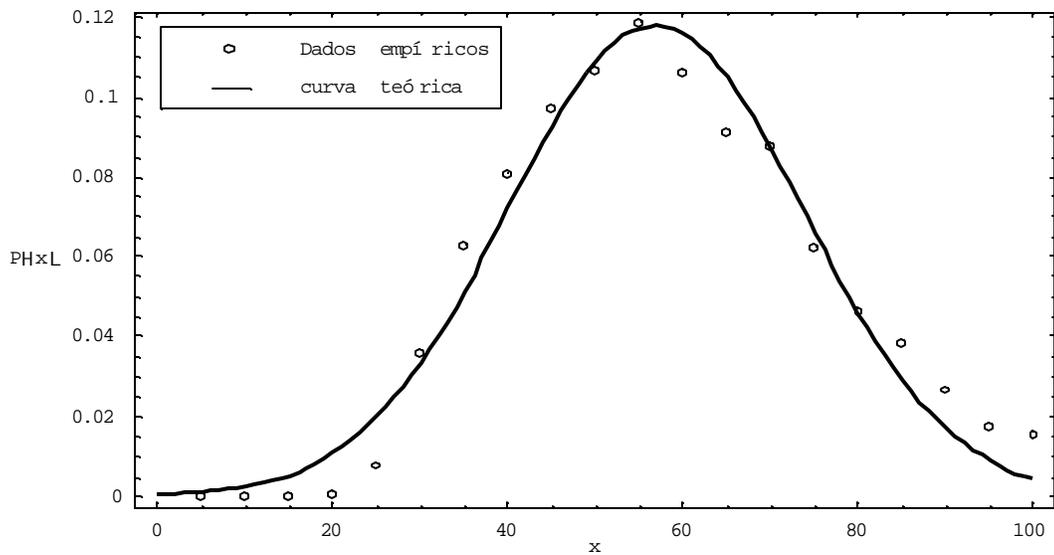


Figura 6: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Rio Grande de Sul no ano de 1999.

*Redação – São Paulo – Ano 1999*

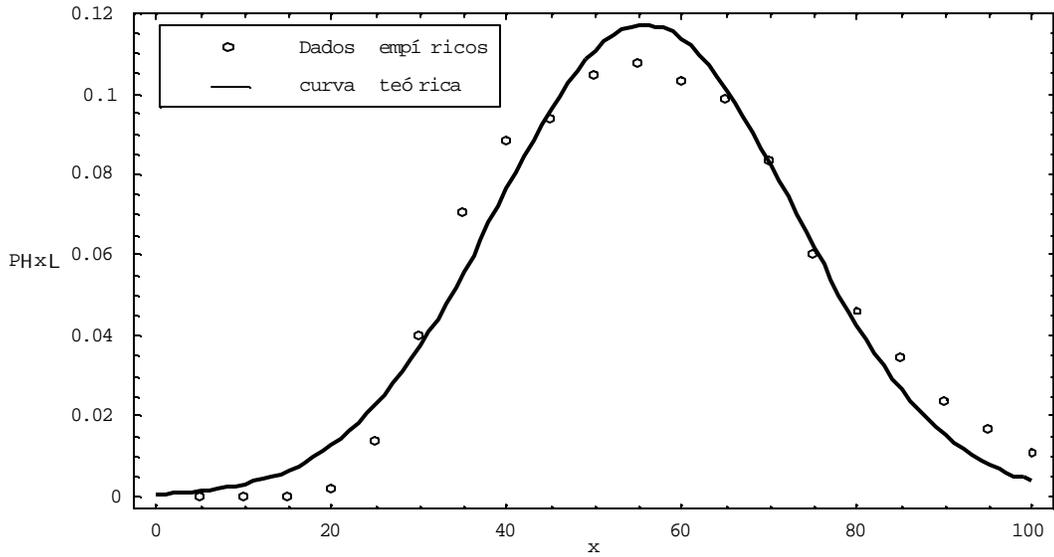


Figura 7: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 1999.

*Redação – Brasil – Ano 1999*

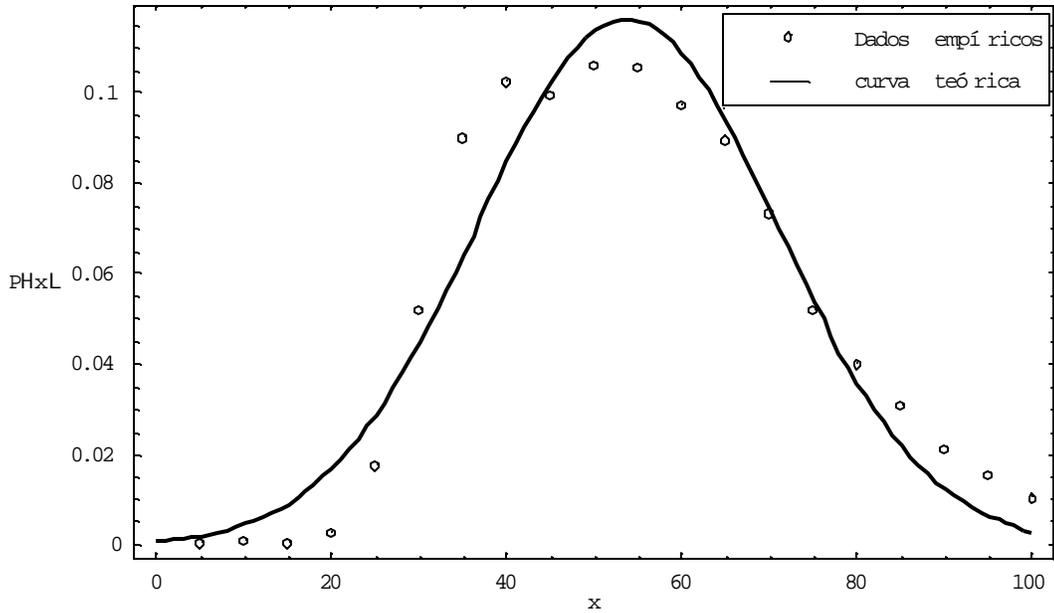


Figura 8: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos de todo o Brasil no ano de 1999.

### 3.4.2 Resumo Estatístico das notas das provas de redação do ano de 2000.

A tabela 2 contém as médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas da prova de redação, população e número de alunos por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 2000.

Tabela 2: Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova de redação, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 2000.

<b>Estado</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Número de alunos</b>	<b>População</b>	<b>Alunos por 1000 habitantes</b>
<b>Bahia</b>	61,87	12,28	2473	13070250	0,19
<b>Minas Gerais</b>	61,65	11,23	16993	17891494	0,95
<b>Rio G. do Sul</b>	65,63	12,42	2539	10187798	0,25
<b>São Paulo</b>	62,80	12,56	74114	37032403	2,00
<b>Brasil</b>	62,38	12,06	140273	169799170	0,83

Como mostram as figuras 9, 10, 11, 12 e 13 construímos os gráficos das distribuições de notas da prova de redação; agrupadas em intervalos de 5 pontos; do ano de 2000 dos quatro Estados selecionados e da União, que se aproximaram satisfatoriamente da Distribuição Normal. No eixo horizontal estão relacionadas as notas e no vertical suas probabilidades de ocorrências.

*Redação – Bahia – Ano 2000*

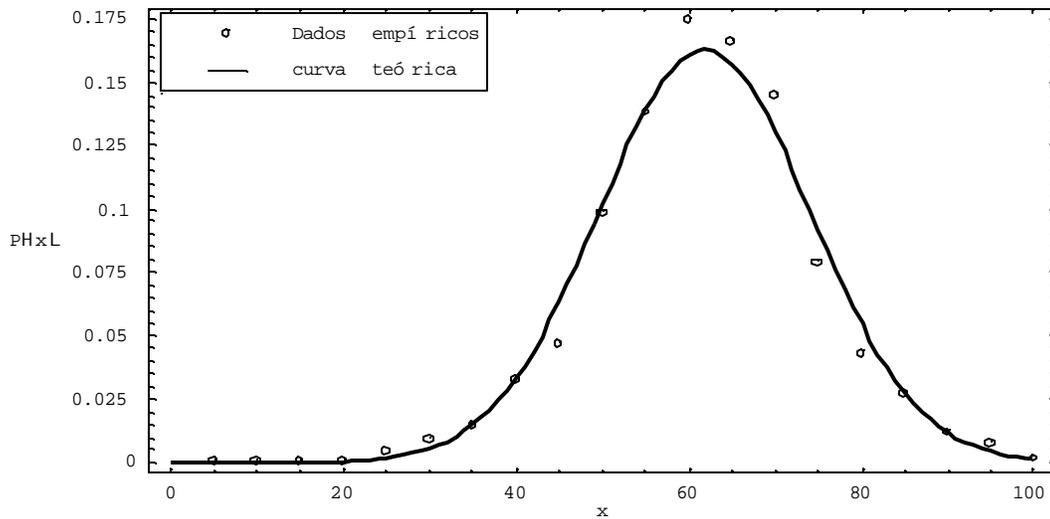


Figura 9: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 2000.

*Redação – Minas Gerais – Ano 2000*

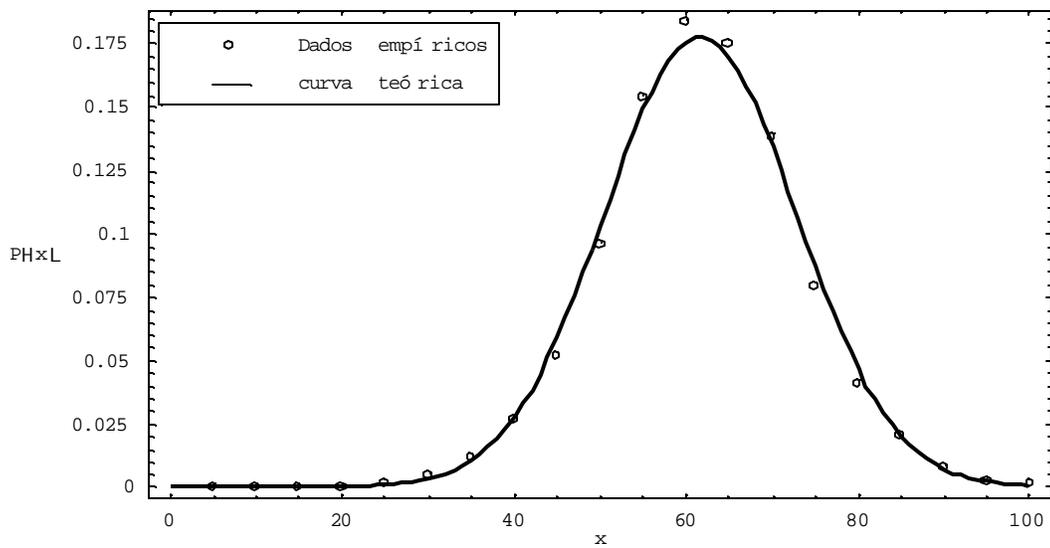


Figura 10: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 2000.

*Redação – Rio Grande do Sul – Ano 2000*

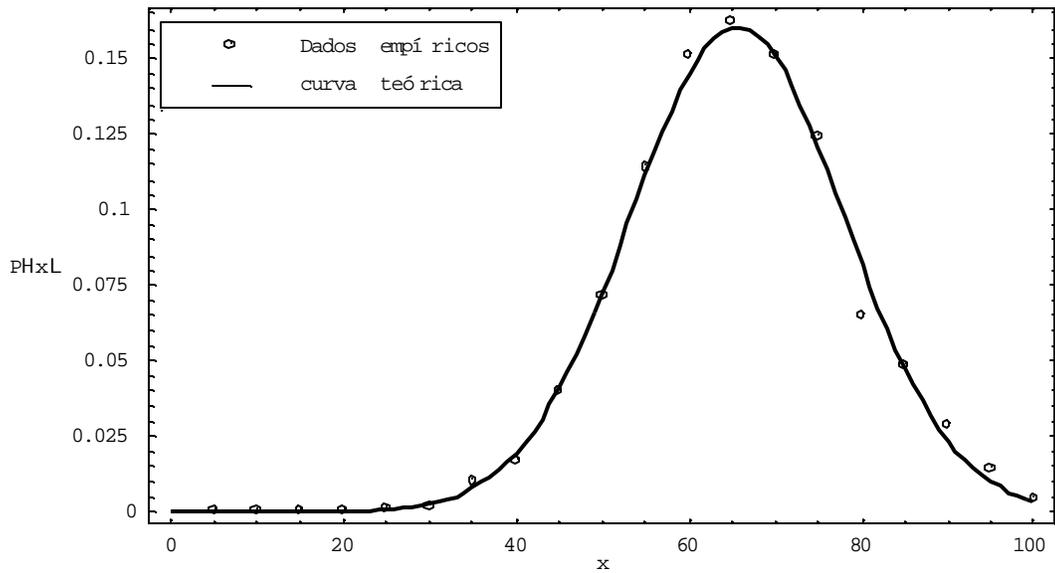


Figura 11: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de Rio Grande do Sul no ano de 2000.

*Redação – São Paulo – Ano 2000*

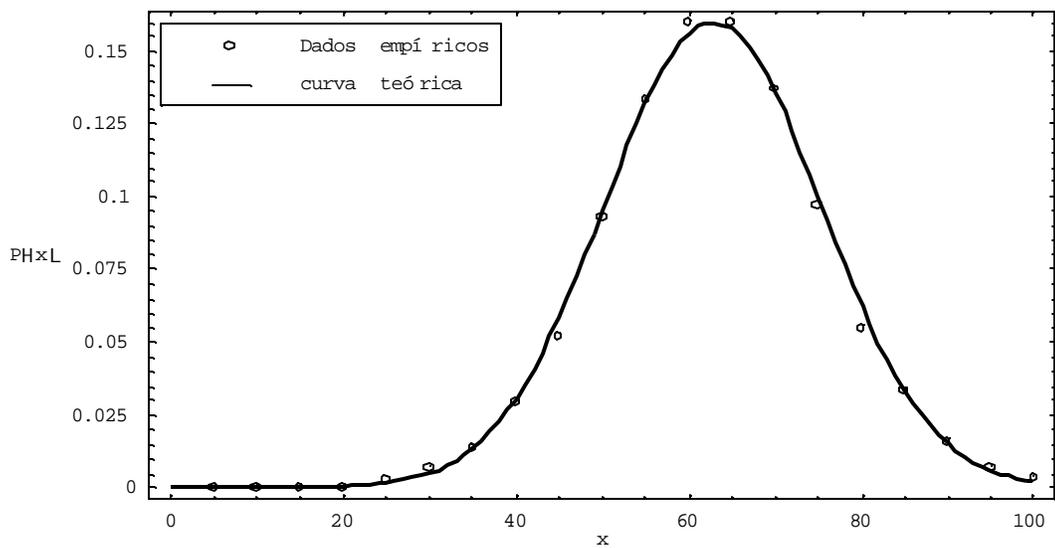


Figura 12: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 2000.

### Redação – Brasil – Ano 2000

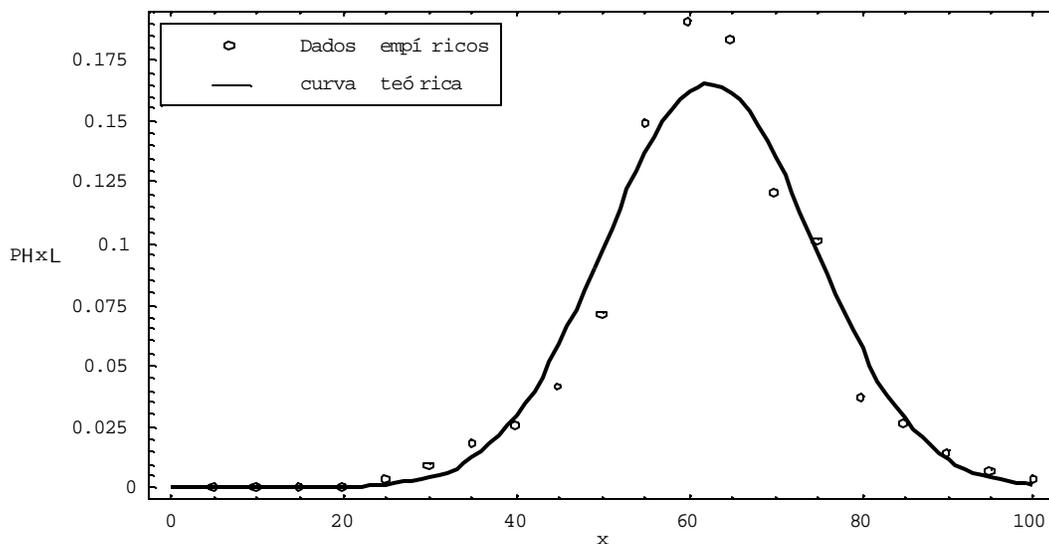


Figura 13: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova de redação dos candidatos de todo o Brasil no ano de 2000.

Para traçarmos as distribuições teóricas Gaussianas usamos os parâmetros descritos na tabela 1 e 2, que foram calculados pelas observações empíricas. Isto significa que não tem qualquer parâmetro arbitrário ou ajustável.

Para avaliar os ajustamentos das curvas teóricas e os dados empíricos procedemos calculando o coeficiente de correlação, (Braselton et al, 1999, Abell, 1999) que é denotado por  $r^2$  e fisicamente dá a correlação entre os valores empíricos e teóricos. Correlação igual a 1 significa um ajustamento perfeito. Esse coeficiente é calculado da seguinte maneira:

Calculamos os valores  $f(x_i)$  da função Gaussiana para as notas de 5 a 100 com intervalo 5. Subtraímos os valores empíricos  $p(x_i)$ , isto é, as probabilidades das notas de 5 a 100 com intervalo 5. Então E é dado por:

$$E = \sum_{x_i=5}^{100} [f(x_i) - p(x_i)]^2 \quad (3.1)$$

Também determinamos a média das probabilidades empíricas:

$$m = \frac{1}{20} \cdot \sum_{x_i=5}^{100} p(x_i) \quad (3.2)$$

Definimos:

$$O = \sum_{x_i=5}^{100} [p(x_i) - m]^2 \quad (3.3)$$

E o valor do coeficiente de correlação  $r^2$  é:

$$r^2 = 1 - \frac{E}{O} \quad (3.4)$$

Obtivemos os coeficientes de correlação descritos na tabela 3

Tabela 4: Valores dos coeficientes de ajustamento entre os dados empíricos e teóricos relativos aos gráficos descritos nas figuras de 3 a 13

<b>Estados</b>	<b>Ano 1999</b>	<b>Ano2000</b>
Bahia	0.9536	0.9844
Minas Gerais	0.9217	0.9954
Rio Grande do Sul	0.9634	0.9932
São Paulo	0.9630	0.9977
Brasil	0.9352	0.9589

Observamos então que todas as distribuições acima descritas se aproximam satisfatoriamente à Gaussiana.

## **CAPÍTULO 4**

### **DISTRIBUIÇÃO DAS NOTAS DA PROVA OBJETIVA DO ENEM.**

Neste capítulo estudaremos especificamente a prova objetiva do ENEM.

#### **4.1 Considerações sobre a prova objetiva.**

Para começarmos a descrever os resultados obtidos na análise da prova objetiva vale lembrar que ela é constituída de 63 (sessenta e três) questões de múltipla escolha de igual valor, avaliada numa escala de zero a 100 (cem) pontos, e gera uma nota global que corresponde à soma dos pontos atribuídos às questões acertadas. Devemos frisar;

também; que esta não é um tipo de avaliação tradicional, pois não se baseia em conteúdos separados por disciplinas e sim questões multidisciplinares abordadas por áreas de conhecimentos do ensino fundamental e médio, citamos: Matemática, Língua Portuguesa, História, Geografia, Física, Química e Biologia.

As questões objetivas destinam-se a avaliar as competências e habilidades desenvolvidas pelos participantes ao longo da escolaridade básica, a partir da Matriz de Competências.

As cinco competências que são avaliadas no ENEM na parte objetiva da prova expressam-se por meio de 21 habilidades, segundo o manual do inscrito do ENEM (2000). Cada uma das 21 habilidades será medida três vezes (três questões para cada habilidade). São elas:

- “I. Dominar a norma culta da Língua Portuguesa e fazer uso das linguagens matemática, artística e científica (**DL**);
- II. Construir e aplicar conceitos das várias áreas do conhecimento para a compreensão de fenômenos naturais, de processos histórico-geográficos, da produção tecnológica e das manifestações artísticas (**CF**);
- III. Selecionar, organizar, relacionar, interpretar dados e informações representados de diferentes formas, para tomar decisões e enfrentar situações-problema (**SP**);
- IV. Relacionar informações, representadas em diferentes formas, e conhecimentos disponíveis em situações concretas, para construir argumentação consistente (**CA**);
- V. Recorrer aos conhecimentos desenvolvidos na escola para elaboração de propostas de intervenção solidária na realidade, respeitando os valores humanos (**EP**).

A interpretação dessa nota global será estruturada a partir de cada uma das cinco competências, pelas relações estabelecidas com as respectivas habilidades e as questões

a elas relacionadas, gerando também para cada competência, uma nota de 0 a 100, conforme modelo da figura 14”.

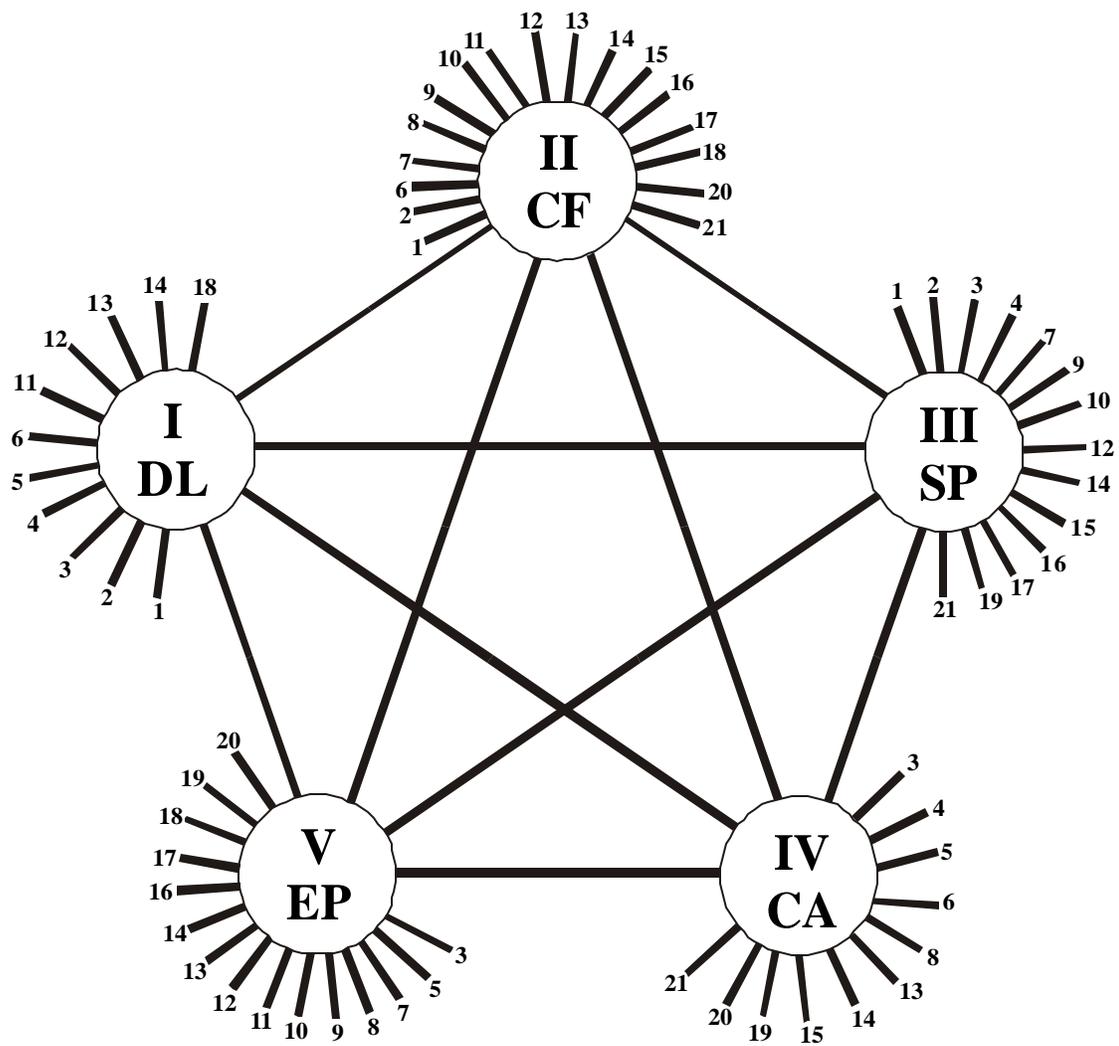


Figura 14: Geração de notas através da correlação entre as cinco competências dentro das 21 habilidades.

## 4.3 As distribuições Estatísticas das notas das provas objetivas.

### 4.3.1 Resumo Estatístico das notas das provas objetivas do ano de 1999.

A tabela 4 contém as médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas da prova objetiva, população e número de alunos por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 1999.

Tabela 4: Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova objetiva, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 1999.

<b>Estado</b>	<b>Média</b>	<b>Desvio padrão</b>	<b>Número de alunos</b>	<b>População</b>	<b>Alunos por 1000 habitantes</b>
<b>Bahia</b>	48.78	18.44	5675	13070250	0.43
<b>Minas Gerais</b>	52.51	17.47	33069	17891494	1,85
<b>Rio G. do Sul</b>	54.15	15.97	5890	10187798	0,58
<b>São Paulo</b>	54.82	18.14	137982	37032403	3,73
<b>Brasil</b>	52.02	18.24	309167	169799170	1,82

Como mostram as figuras 15, 16, 17, 18 e 19 construímos os gráficos das distribuições de notas das provas objetivas; agrupadas em intervalos de 5 pontos; do ano de 1999 dos quatro Estados selecionados e da União. Observamos que não se aproximaram satisfatoriamente da Distribuição Normal. No eixo horizontal estão relacionadas às notas e no vertical suas probabilidades de ocorrências.

*Prova objetiva – Bahia – Ano 1999*

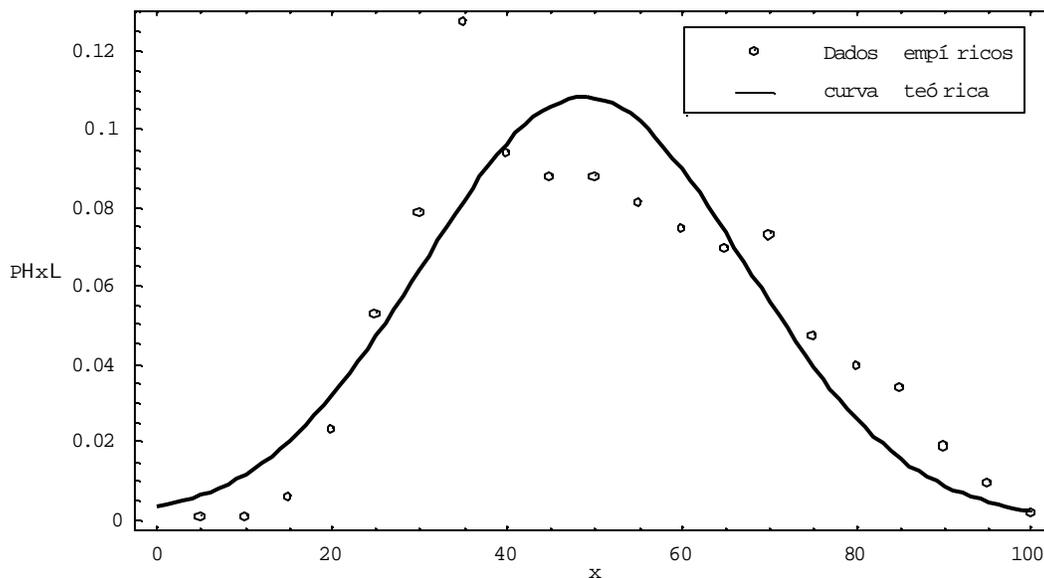


Figura 15: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 1999.

*Prova objetiva – Minas Gerais – Ano 1999*

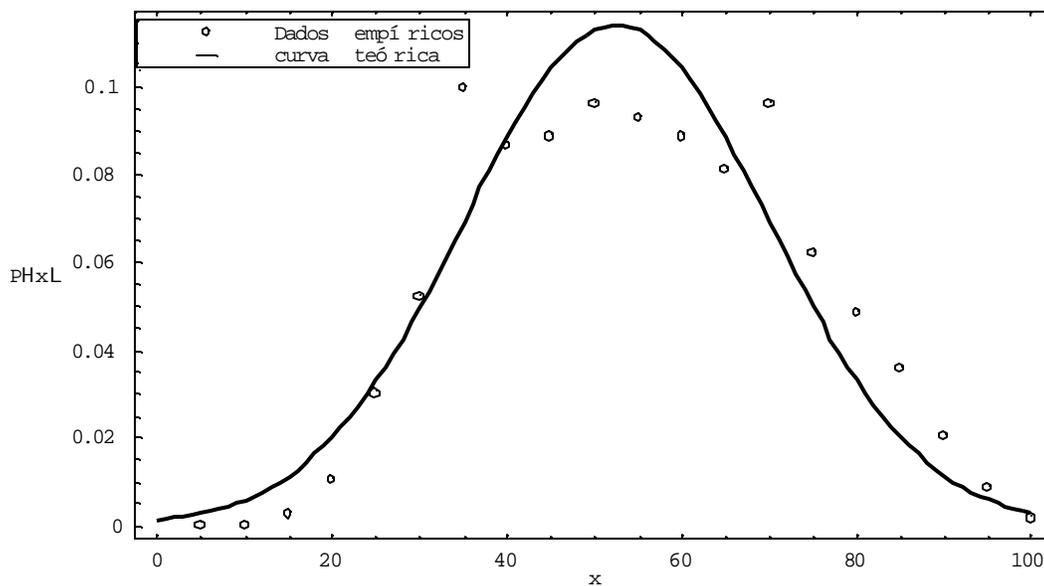


Figura 16: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 1999.

*Prova objetiva – Rio Grande de Sul – Ano 1999*

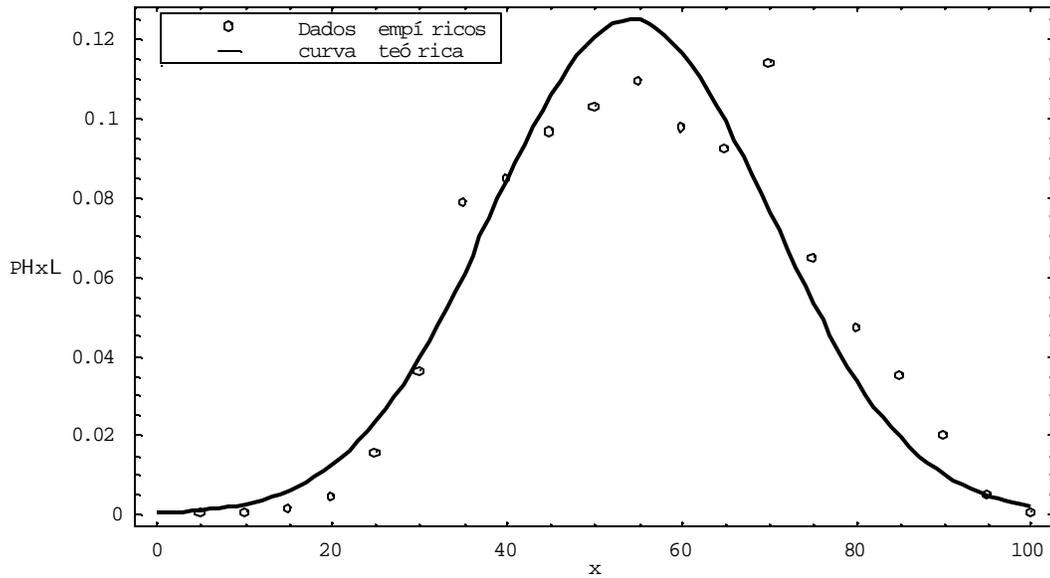


Figura 17: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado do Rio Grande do Sul no ano de 1999.

*Prova objetiva – São Paulo – Ano 1999*

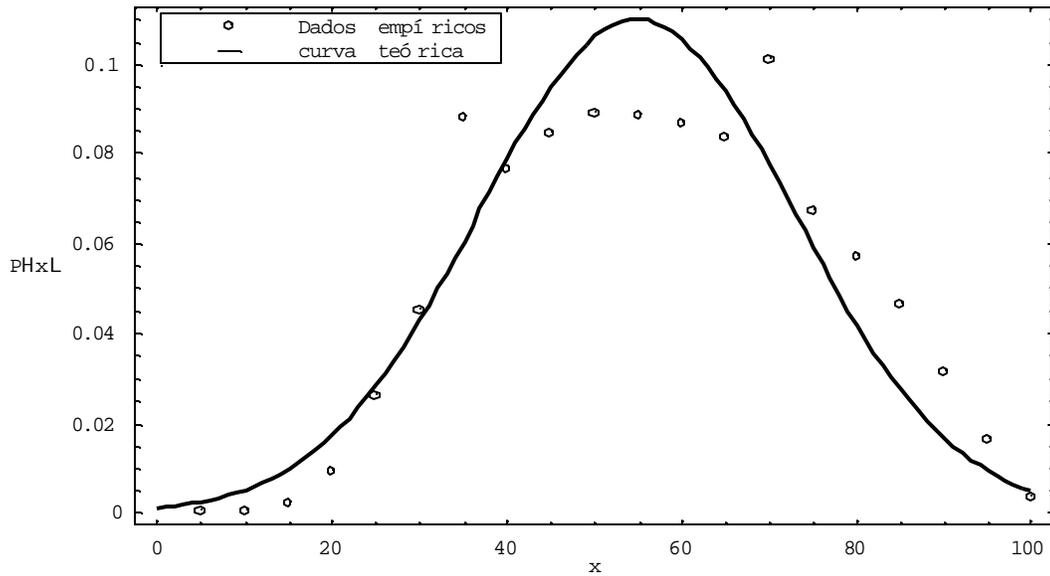


Figura 17: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 1999.

### Prova objetiva – Brasil – Ano 1999

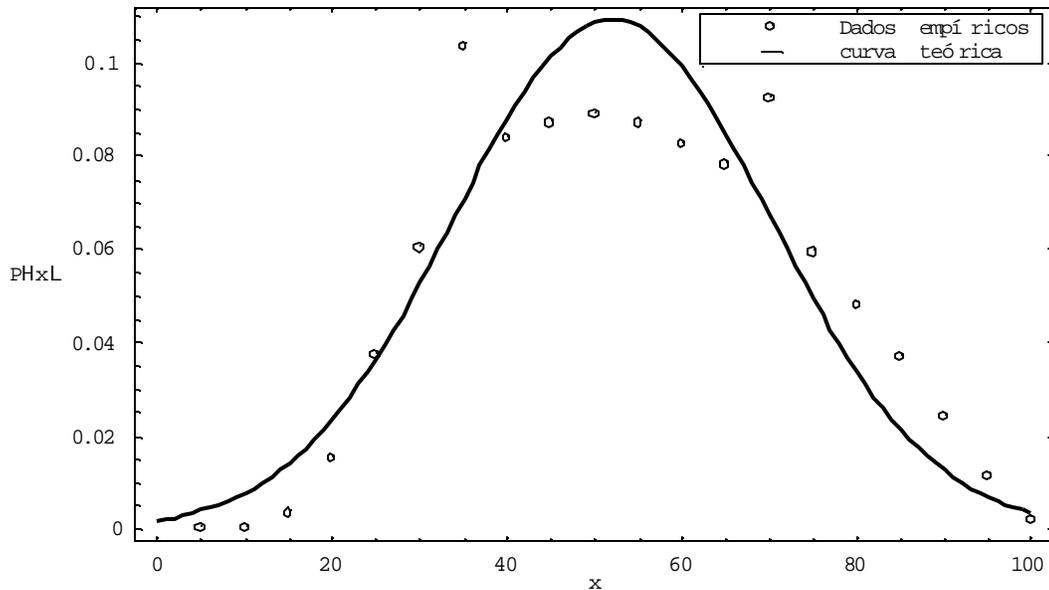


Figura 18: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos da União no ano de 1999.

### 4.3.2 Resumo Estatístico das notas das provas objetivas do ano de 2000.

A tabela 5 contém as médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas da prova objetiva, população e número de alunos por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 2000.

Tabela 5: Tabela das médias, desvios padrões, números de alunos com notas válidas na prova objetiva, população e número de alunos com notas válidas na prova de redação por mil habitantes divididas por regiões: Bahia, Minas Gerais, Rio Grande do Sul, São Paulo e Brasil em 2000.

Estado	Média	Desvio padrão	Número de alunos	População	Alunos por 1000 habitantes
<b>Bahia</b>	52.88	18.36	5106	13070250	0,39
<b>Minas Gerais</b>	54.25	17.57	34995	17891494	1,96
<b>Rio G. do Sul</b>	53.28	16.01	5182	10187798	0,51
<b>São Paulo</b>	54.63	18.16	160840	37032403	4,34
<b>Brasil</b>	51.99	18.38	340618	169799170	2,01

Como mostram as figuras 20, 21, 22, 23 e 24 construímos os gráficos das distribuições de notas da prova objetiva; agrupadas em intervalos de 5 pontos; do ano de 2000 dos quatro Estados selecionados e da União. Observamos que elas não se aproximaram satisfatoriamente da Distribuição Normal. No eixo horizontal estão relacionadas às notas e no vertical suas probabilidades de ocorrências.

*Prova objetiva – Bahia – Ano 2000*

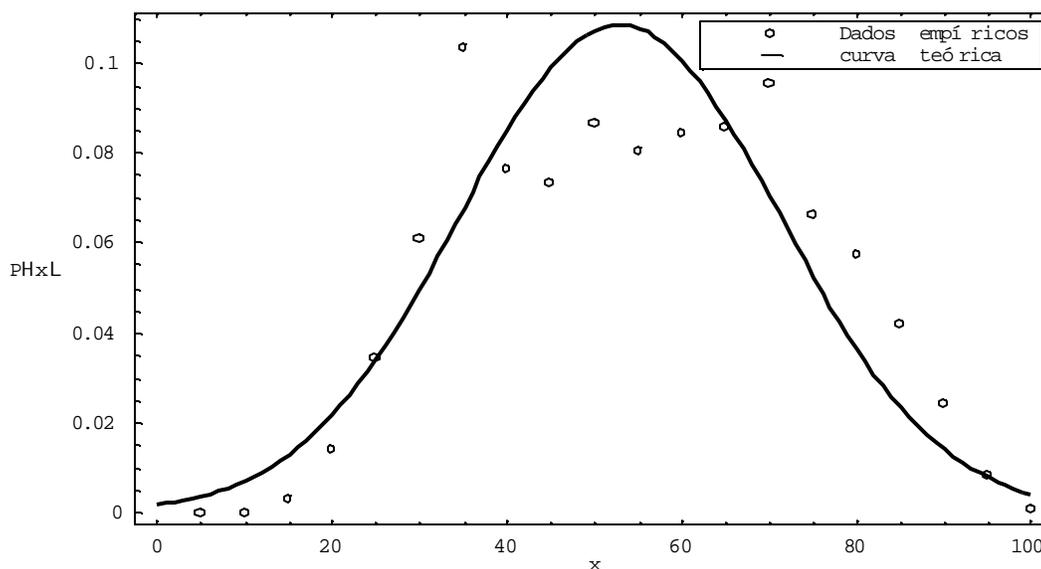


Figura 20: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado da Bahia no ano de 2000.

*Prova objetiva – Minas Gerais – Ano 2000*

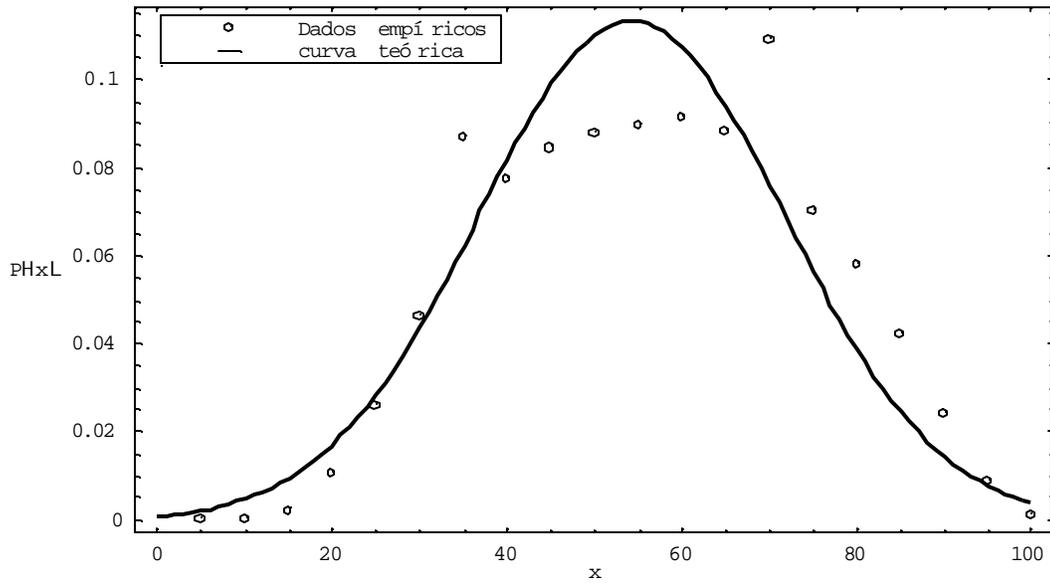


Figura 21: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de Minas Gerais no ano de 2000.

*Prova objetiva – Rio Grande do Sul – Ano 2000*

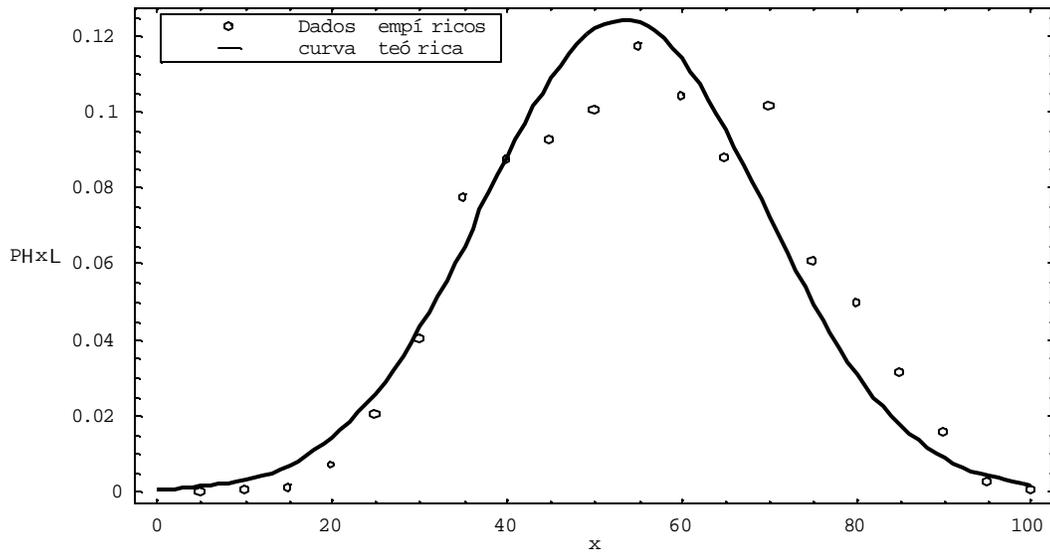


Figura 22: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado do Rio Grande do Sul no ano de 2000.

*Prova objetiva – São Paulo – Ano 2000*

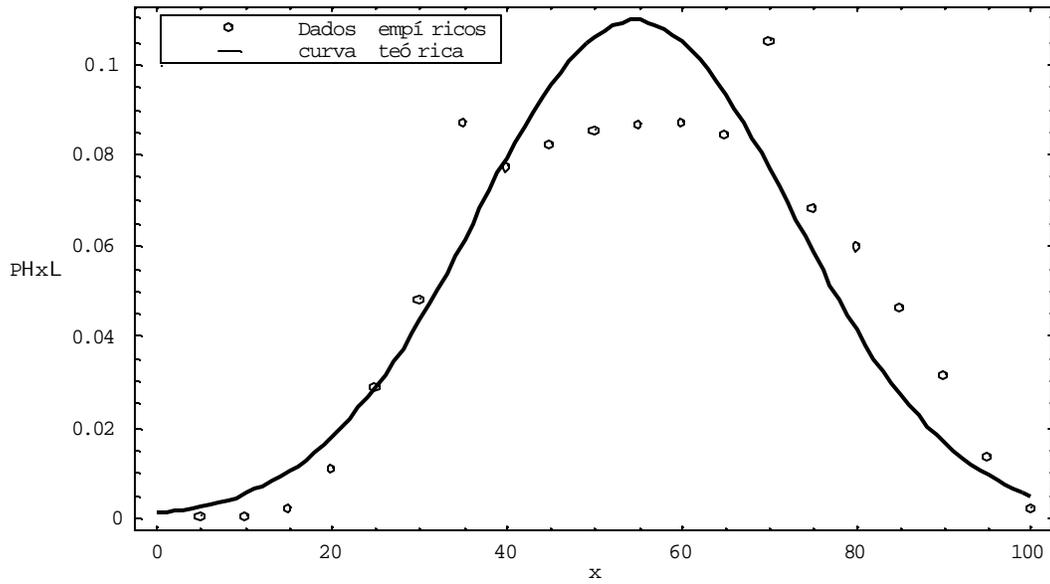


Figura 23: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos do Estado de São Paulo no ano de 2000.

*Prova objetiva – Brasil – Ano 2000*

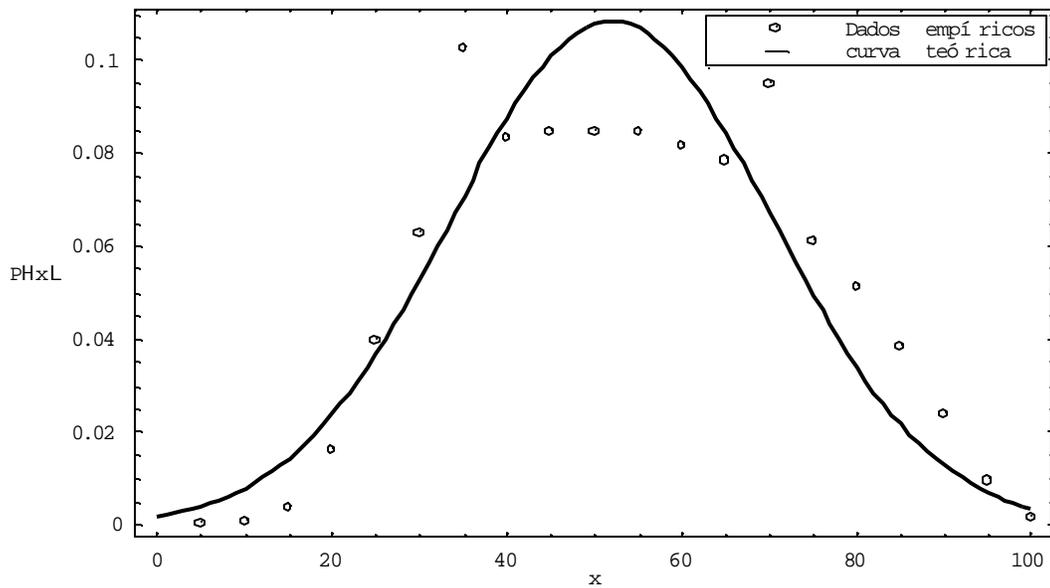


Figura 24: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos de toda a União no ano de 2000.

Para traçar as curvas teóricas Gaussianas dos anos de 1999 e 2000 usamos os parâmetros descritos na tabela 4 e 5 respectivamente, que foram calculados pelos dados empíricos. Observamos então que todas as distribuições acima descritas não se aproximam satisfatoriamente à Gaussiana.

Para avaliar os ajustamentos das curvas teóricas e os dados empíricos procedemos também calculando o coeficiente de correlação, como fizemos para as notas da prova de redação no capítulo anterior.

Obtivemos os coeficientes de correlação descritos na tabela 6

Tabela 6: valores dos coeficientes de ajustamento entre os dados empíricos e teóricos relativos aos gráficos descritos nas figuras de 15 a 24.

<b>Estados</b>	<b>Ano 1999</b>	<b>Ano 2000</b>
Bahia	0.8076	0.7780
Minas Gerais	0.8648	0.8402
Rio Grande do Sul	0.8971	0.9193
São Paulo	0.8500	0.8310
Brasil	0.8380	0.8119

Vimos que o ajustamento não foi tão satisfatório quanto ao das provas de redação.

### 4.3.3 Curva de melhor ajustamento aos dados empíricos dos anos de 1999 e 2000.

Observamos que em todas as distribuições acima descritas aparecem três picos: dois sobre as notas 35 e 70, onde são mais agudos e um outro sobre a nota 50 mais suave. Em vista disto nós tentamos traçar uma curva de melhor aproximação aos dados empíricos com uma composição de três Distribuições Normais e assim encontramos:

$$f(x) = a_1 \cdot f_1(x) + a_2 \cdot f_2(x) + a_3 \cdot f_3(x) \quad (4.1)$$

onde  $x$  são as notas de 0 a 100 agrupadas de 5 em 5 e  $f$  as probabilidades de ocorrência de cada nota.  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  são distribuições gaussianas para três níveis de formação acadêmica diferentes, e  $a_1$ ,  $a_2$  e  $a_3$  são frações de alunos que fazem parte dos respectivos níveis. Daí encontramos:

$$f(x) = 0.06 \cdot f_1(x) + 0.82 \cdot f_2(x) + 0.12 \cdot f_3(x) \quad (4.2)$$

Essa função descrita, portanto, como a junção de três funções Gaussianas tem parâmetros descritos na tabela 7 a seguir:

Isso parece-nos que, das notas consideradas neste trabalho, dos alunos que fazem o ENEM, 6 % estão saindo com preparação acadêmica de insuficiente a regular, 12 % de bom a excelente e 82 % de regular a bom.

Tabela 7: Valores das médias e desvios padrões das funções  $f_1$ ,  $f_2$  e  $f_3$  que compõem a função  $f$  que melhor se ajusta aos dados empíricos das notas da prova objetiva de todo o Brasil nos anos de 1999 e 2000.

FUNÇÃO	$\langle x \rangle$	$s^2$
$f_1(x)$	35	10
$f_2(x)$	50	350
$f_3(x)$	72	30

O gráfico resultante do ano de 1999 está ilustrado na figura 25:

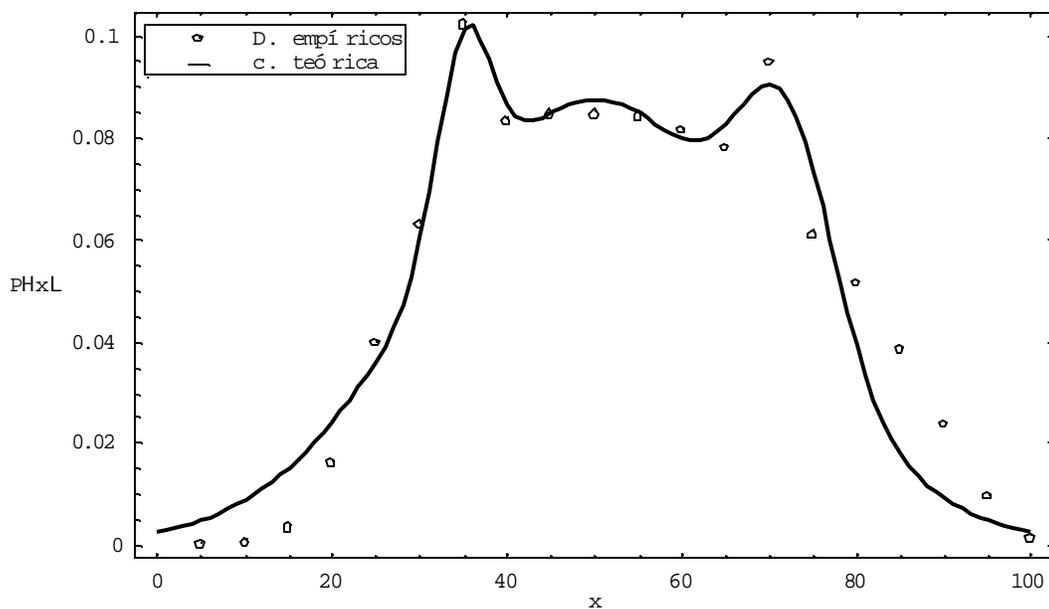


Figura 25: Notas dos candidatos ( $x$ ) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos de toda a União no ano de 2000 e a melhor curva de ajustamento  $f(x)$ .

O gráfico resultante do ano de 2000 está ilustrado na figura 26:

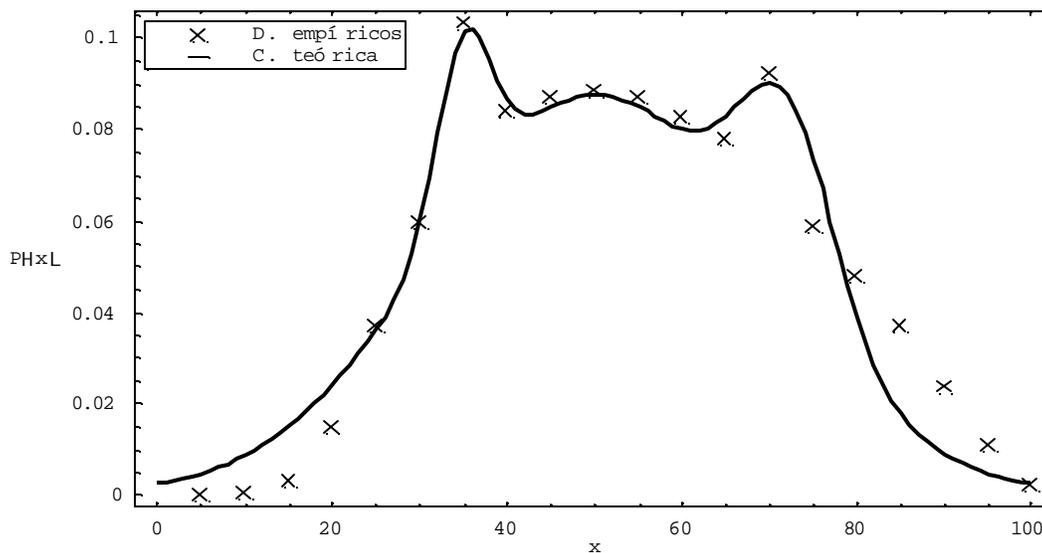


Figura 23: Notas dos candidatos (x) versus  $N(x)$  que são as probabilidades de ocorrência das notas obtidas na prova objetiva dos candidatos de toda a União no ano de 2000 e a curva de melhor ajustamento  $f(x)$ .

Neste caso o ajustamento é mais satisfatório, pois, obtivemos os valores de  $r^2$ :

Tabela 8: valores dos coeficientes de ajustamento entre os dados empíricos e teóricos relativos aos gráficos descritos nas figuras 25 e 26.

Ano	Valor de $r^2$
1999	0.9491
2000	0.9460

## **CAPÍTULO 5**

### **DISCUSSÃO E CONCLUSÕES.**

Neste capítulo nos discutiremos e apresentaremos as conclusões da análise das provas de redação e objetiva do ENEM.

#### **5.1 Sobre a prova de redação.**

Nós observamos que a Distribuição Gaussiana se ajusta satisfatoriamente à distribuição de notas de redação de todos os Estados e da União nos dois anos estudados. No trabalho de Gupta, Campanha e Prado (2000) observa-se; também; mesmo resultado, isto é, Distribuição Gaussiana para a prova de Língua Portuguesa. Isso nos leva a crer que Língua Portuguesa é uma característica de cada pessoa, isto é, é uma habilidade própria, o efeito do ensino acadêmico não é tão acentuado, pois se aprende a falar, ler e escrever desde muito pequeno. A escrita e a leitura estão presentes constantemente em

nosso cotidiano. Esta educação informal é um fator muito importante para a Língua Portuguesa.

## **5. 2 Sobre a prova objetiva.**

Gupta, Campanha e Prado (2000) em seu trabalho observaram uma forte presença de Lei de potência para ciências exatas e biológicas. Para ciências humanas esta cauda é menor. Aqui não é possível observar efeitos separadamente de cada disciplina, pois as questões são multidisciplinares, mas ainda observa-se um grande efeito do ensino.

Para melhor ajustar as curvas aos dados empíricos, nós precisamos considerar três distribuições gaussianas, com valores para a média e desvio padrão diferentes. Observamos que 6% dos candidatos ao ENEM, são provenientes de escolas cujo nível de ensino não atendem a referência da avaliação deste exame. Isso pode acontecer por vários fatores, por exemplo, a clientela da escola; alunos que não tem condições familiares próprias, econômicas e culturais para estudar, isto é, tem um nível de conhecimento que não atende as referências de avaliação deste exame com uma média de notas de 35. É importante destacar que a prova é de múltipla escolha sem marcação negativa. Como temos cinco opções para cada resposta, a chance de acerto do aluno é de 20% mesmo sem nada saber. A nota 35, portanto significa a nota real 15, pois os outros 20, o aluno pode acertar no “chute”. Estes 6% dos candidatos que fizeram o ENEM, não equivale ao contingente total de estudantes brasileiros que estão nestas condições. Este percentual pode ser muito maior, pois o ENEM não é obrigatório e a maioria dos estudantes nessa referida condição, não fazem este exame, pois não vêm qualquer benefício em fazê-lo, pois não tem intenção de cursar universidade. Isso significa, portanto, que apenas 6% dos alunos que fazem o ENEM tem condições insuficientes ou

regular. Nós só podemos ter uma melhor noção da situação, quando o exame for obrigatório.

Vimos, também, que 12% dos candidatos obtêm uma média de notas por volta de 70. Esses estão na faixa de classificação de bom a excelente, isto é, tem um nível de conhecimento que atende as referências de avaliação. Nós supomos que estes estudantes provêm de escolas cujo nível de ensino é muito bom, de escolas com mais tradição. Neste caso o contingente do número de alunos que representa a população total dessas escolas é bem maior, pois são esses alunos que têm maior intenção e melhores condições de cursar uma Universidade e, portanto fazem o ENEM. Vale ressaltar que o “chute” neste grupo é bem menos freqüente, pois os estudantes são mais preparados para esse tipo de exame.

Finalmente, observamos que 82% das notas obtidas pelos alunos são por volta de 50. Esses representam os candidatos na faixa de classificação de regular a bom, isto é, tem um nível de formação acadêmica razoável, como era de se esperar. Neste caso o contingente do número de alunos que representa a população total deste nível de formação é razoável, pois uma boa parte desses estudantes que têm intenção e boas condições de cursar uma Universidade, podem fazer o ENEM. Vale, também aqui, ressaltar uma razoável possibilidade de “chute”.

Nós observamos nas figuras 25 e 26 do capítulo 4 que há uma maior probabilidade teórica de notas do que foi observado empiricamente, quando ela é inferior a aproximadamente 25, isso pode ocorrer por causa dos chutes. Também observamos que a probabilidade teórica para notas altas (acima de 80) é menor que as observadas empiricamente, isso não se explica devido aos chutes, pois esses alunos são mais preparados para esse tipo de avaliação, diminuindo a probabilidade de chutes. Nós achamos que isso ocorre devido à **realimentação positiva** no caso das ciências exatas e biológicas como foi observado claramente por Gupta, Campanha e Prado(2000) e Gupta, Campanha e Chavarette (2003) no Vestibular da UNESP.

Nós observamos ainda que; nos dois anos estudados; nos Estados da Bahia e Rio Grande do Sul, o número de jovens por mil habitantes que chegam a fazer o ENEM é muito menor do que no Estado de São Paulo. No Estado de Minas Gerais esse número é intermediário. Como a média de notas são muito próximas para todos os Estados, isso mostra um melhor nível de Educação e/ou maior interesse da população em cursar uma universidade no estado de São Paulo, seguido de Minas Gerais, Rio Grande do Sul e Bahia. Isso também mostra uma boa correlação entre educação e desenvolvimento econômico. No Rio Grande do Sul, apesar de bom desenvolvimento econômico, parece-nos que o interesse para cursar Universidade dentre os alunos que estão fazendo o ensino médio é menor, possivelmente por circunstâncias regionais e/ou maior interesse dos jovens em seguir negócios de família.

Para avaliar melhor os estudantes brasileiros, precisamos tirar a probabilidade do “chute”, pois o estudante sem saber nada pode acertar aproximadamente 20% das questões da prova. Nós sugerimos, que deveria ser considerado a nota negativa para 25% das notas para resposta certa, isto é, a cada quatro questões erradas, cancela-se uma questão certa.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ABELL, M; BRASELTON, J.; RAFTER, J. **Statistics with Mathematica**, New York: Academic Press, 1999.

AITCHISON, J.; BROWN, J.A.C. **The Log-normal Distribution**. Cambridge: Cambridge University Press, 1957.

AYRES, M.; AYRES JR, M.; AYRES, D. L.; SANTOS, A.S. **Bioestat 2.0**: aplicações estatísticas nas áreas das ciências biológicas e médicas. Belém: Sociedade Civil Mamirauá; MCT- CNPq. 2000.

BAK, P. **How nature works**: The science of self-organized criticality. Oxford: University Press, 1997.

BIONDINI, R. Cloud motion and rainfall statistics. **Journal of Applied Meteorology**. Charlottesville: v.15, p. 205-224, 1976.

BRASELTON, J.; RAFTER, J.; HUMPHREY, P.; ABELL, M. **Mathematics and Computers in Simulation**. Statesboro: GA, 1999.

BRASIL. M.E.C.. **Exame Nacional do Ensino Médio**: Manual do Inscrito. Brasília: INEP, 2000.

EINSTEIN, A., INFELD, L. **The Evolution of Physics: From Early Concepts to Relativity and Quanta**. New York: Simin & Schuster, 1976.

GAUSS, C. F. Bestimmung der genauigkeit der beobachtungen. **Zeitschrift für Astronomie**. Berlin: v.1, p.185-197, 1816.

GIBRAT, R. **Les inégalites economiques**. Paris: Libraire du Recueil Sirey, 1931.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, J. R.; PRADO, F. D. Power law distribution in education: University Entrance Examination. **International Journal of Modern Physics C**. New York: v.11, n.6, p.1273-1279, 2000.

GUPTA, H. M.; CAMPANHA, CHAVARETTE, F. R.; Power Law Distribution in Education: Effect of Economical, Teaching, and Study Conditions in University Entrance Examintion, **Internatinal Journal of Modern Physics C** New York: v. 14, n. 4, 2003.

GUTENBERG, B.; RITCHER, C. F. **Seismicity the earth**. Princeton: Princeton University Press, 1949.

HURST, H. E. Long-term storage of reservoirs. **Transactions of the Americam Society of Civil Engineers**. Reston: v.116, p.770-779, 1951.

KONDO, K. The log-normal distribution of the incubation time of exogenous diseases, **Japanese Journal of Human Genetic**. Nigata: v.21, n. 4, p.217-237, 1977.

LAPLACE, P. S. Mémoire sur les probabilities. **Histoire de l'Alcadémie Rovale de Sciences**. Paris: v.9, p.227-332, 1781.

MAGALHÃES, M. V.; LIMA, A.C.P. **Noções de probabilidade e estatística**. 3.ed. São Paulo: IME/USP, 2001.

MAGURRAN, A.E. **Ecological Diversity and its Measurement**. London: Croom. Helm: 1988.

MANDELBROT, B. **Multifractals and 1/f Noise: Wild Self-Affinity in Physics**. Berlin: Springer-Verlag, 1999.

MANDELBROT, B. **The fractal geometry of nature**. New York: Freeman, 1983.

MANDELBROT, B. The variation of some other speculative prices. **Journal of Business of the University of Chicago**. Chicago: v.37, p.393, 1964.

MCQUARRIE, D. <sup>a</sup> Statistical Mechanics, 2<sup>a</sup> ed, Harper Row Press, 1976.

MOIVRE, A. de. **Approximatio ad summam terminorum binomii(a+b)<sup>n</sup> in seriem expansi**. London: [s.n], 1733. Supplement to Miscellanea Analytica.

PARETO, V. **Cours d'Economic Politique**. Paris: Droz Geneur, 1896-1965. (Ouvres Completes).

RAZUMOVSKY, N. K. Distribution of metal values in ore deposits. **Doklady Akademii**. Moscou: v.28, n.9, p.814-816, 1940.

SARTWELL, P.E. The distribution of incubation periods of infectious disease. **American Journal of Hygiene**. Baltimore: v.51, n. 3, p.310-318, 1950.

SARTWELL, P.E. The incubation period of poliomyelitis, **American Journal of Public Health and the National Health**. Washington: v.42, n. 11, p.1403-1408, 1952.

SARTWELL, P.E. The incubation period and the dynamics of infectious disease. **American Journal of Epidemiology**. Baltimore: v. 83, n. 2, p. 204-216, 1966.

SEPKOSKI Jr, J. J. Ten years in the library: new data confirm paleontological patterns. **Paleobiology**. Chicago: v.19, p.43-51, 1993.

SHOCKLEY W. Log-Normal Distribution: Citation index, **Proceeding of IRE**. New York: v 45, p.279, 1957.

TSALLIS, C. As distribuições de Lévy. **Revista Brasileira de Ensino de Física**, São Paulo, v.22, p.156-162, 2000.

TSALLIS C. Nonextensive statistics: theoretical, experimental and computational evidences and connections. **Brazilian Journal of Physics**, São Paulo, v.29, p.1-35, 1999.

VIEIRA, S. **Introdução à bioestatística** 3 ed.. São Paulo: Campus, 1980.

ZIPF, G. K. **Human behavior and the principle of least effort**. Cambridge: Addison-Wesley, 1949.