

---

Elaboração de atividades de ensino de funções  
utilizando recursos computacionais no Ensino  
Médio

*Daniela de Moraes Siqueira*

---

SERVIÇO DE PÓS-GRADUAÇÃO DO ICMC-USP

Data de Depósito:

Assinatura: \_\_\_\_\_

# Elaboração de atividades de ensino de funções utilizando recursos computacionais no Ensino Médio

**Daniela de Moraes Siqueira**

***Orientadora:* Profa. Dra. Esther Pacheco de Almeida Prado**

Dissertação apresentada ao Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação - ICMC-USP, como parte dos requisitos para obtenção do título de Mestre em Ciências – Programa de Mestrado Profissional em Matemática. *VERSÃO REVISADA*

**USP – São Carlos**  
**Maio de 2013**

Ficha catalográfica elaborada pela Biblioteca Prof. Achille Bassi  
e Seção Técnica de Informática, ICMC/USP,  
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

SSI618 Siqueira, Daniela de Moraes  
e       Elaboração de atividades de ensino de funções  
utilizando recursos computacionais no Ensino Médio  
/ Daniela de Moraes Siqueira; orientador Esther  
Pacheco de Almeida Prado. -- São Carlos, 2013.  
61 p.

Dissertação (Mestrado - Programa de Pós-Graduação  
em Mestrado Profissional em Matemática em Rede  
Nacional) -- Instituto de Ciências Matemáticas e de  
Computação, Universidade de São Paulo, 2013.

1. Atividades de ensino. 2. Funções. 3. Recursos  
computacionais. 4. Ensino Médio. I. Prado, Esther  
Pacheco de Almeida, orient. II. Título.

## **DEDICATÓRIA**

*À minha amiga e filha querida de todas as horas, Thaís de Moraes Siqueira, por todo o tempo subtraído de nosso convívio, por toda a força nos momentos críticos.*

*Ao meu amigo, companheiro, marido, primeiro e único amor, Rodolfo Alves Siqueira Neto, por toda sua compreensão, apoio e incentivo nesta grande jornada.*

*À minha mãe maravilhosa, Vera Lúcia Fraccaroli de Moraes, por toda sua dedicação na coordenação da minha casa para que eu pudesse trilhar novos caminhos ....*



## **AGRADECIMENTOS**

*À Professora Doutora Esther Pacheco de Almeida Prado, por toda gentileza, colaboração e paciência para a orientação deste trabalho.*

*À Professora Doutora Ires Dias, por todo o apoio nos momentos difíceis, sem a qual jamais escreveria estas páginas.*

*Aos Professores Doutores Hermano de Souza Ribeiro, Luiz Augusto da Costa Ladeira, Miguel Vinícius Santili Frasson, Paulo Leandro Dattori da Silva e Sérgio Luís Zani, por tantos e belos ensinamentos.*

*Aos Professores Mestres Alex Carlucci Rezende e Nazar Arakelian, pela solicitude em esclarecer todas as dúvidas.*

*Ao meu pai Florindo Teixeira de Moraes, irmã Luciana de Moraes Damaggio e irmão Rogério Fraccaroli de Moraes, pelo apoio incondicional.*

*A todos os familiares, pelo suporte e compreensão pelo pouco convívio ao longo destes anos.*

*A todos os amigos, pelo incentivo e palavras de conforto em todos os momentos.*

*Aos colegas de mestrado da USP, Alessandra Gonçalves, Aline Cristina Lorencini de Azevedo, Bruno de Moraes Turci, Cláudia Flora Degrava, Elvis Donizeti Neves, Elisandra Regina Sampaio, Jonas Eduardo Carraschi, Joselaine Aparecida Martinez Migliato Marega, Marilaine Aparecida Rodrigues, Marcela de Freitas Souza, Mirella Kiyoko Okumura, Renata Oliveira Alves Diniz, Rudney Alexandre de Lima, Sereno Ferreira, Silvana de Lourdes Galio Spolaor, Sílvia da Rocha Izidoro Ferreira, Sônia Aparecida Carreira Rufato, Tânia Cristina Maggioni Pippa e Wanderley Rodrigues de Souza, pelo companheirismo e amizade.*

*Aos colegas de mestrado da UFSCAR, Adevanilde Bataglin M. Ribeiro, Adriano César Felício, Matheus de Barros Ramos Próspero e Valéria Salomon Domingos, pela paciência em todas as horas de estudo.*

*“Felizes aqueles que se divertem com  
problemas que educam a alma e elevam  
o espírito.”*

*(Fenelon 1651-1715) – tradução própria*



## RESUMO

Este projeto de pesquisa tem como foco as atividades para o ensino de funções no Ensino Médio com a utilização dos recursos tecnológicos do *software* Geogebra. O objetivo é compreender as manifestações dos alunos ao realizarem atividades de funções com o uso de recursos computacionais. Foram elaboradas atividades de ensino sobre o conceito e características das funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica, para os primeiros anos do Ensino Médio de uma escola da rede estadual de São Paulo. A metodologia utilizada é a da pesquisa qualitativa; os dados coletados foram o registro escrito dos alunos e as observações do diário de bordo da pesquisadora. Os resultados observados indicam que, embora os alunos apresentem dificuldades no conceito de função e suas peculiaridades, o uso do *software* proporciona uma melhor compreensão na análise e interpretação dos gráficos. O trabalho em grupo colaborou nas relações interpessoais aluno-aluno e o uso de recursos computacionais trouxe novo estímulo ao processo ensino-aprendizagem. A pesquisa indicou que o professor, ao propor novas mediações e atividades de ensino, tem necessidade de refletir e reorganizar sua prática.

Palavras-chave: atividades de ensino, funções, recursos computacionais, Ensino Médio.



## ABSTRACT

This research project focuses on activities for teaching functions at High School with the use of technological resources *software* Geogebra. The goal is to understand the response of the students in performing activities function with the use of technological resources. This research covers learning activities about the concept and characteristics of functions constant, linear, affine, quadratic, exponential and logarithmic, for the first years of secondary education at High School of the state of São Paulo. The methodology used is qualitative research the data collected is the written record of the students and the observations of the researcher's logbook. The results indicate that while students have difficulties in the concept of function and its peculiarities the use of the *software* provides a superior understanding in the analysis and interpretation of graphs. The working group collaborated in interpersonal relationships and student-student use of technological resources brought new stimulus and understanding to the teaching-learning process. In addition, the survey indicated that the teacher, when proposing this new mediations and teaching activities needs to reflect and reorganize his instruction procedures.

Keywords: teaching activities, functions, technological resources, High School.



## **ABREVIATURAS E SIGLAS**

ACT – Admitida em Caráter Temporário

ATPC – Atividades de Trabalho Pedagógico Coletivo

CAPES – Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior

FAPESP – Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo

FDE – Fundação para o Desenvolvimento da Educação

HTPC – Horas de Trabalho Pedagógico Coletivo

ICMC – Instituto de Ciências Matemáticas e de Computação

INEP – Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira

MEC – Ministério da Educação e Cultura

PCNs – Parâmetros Curriculares Nacionais

PEB II – Professor da Educação Básica II

PNLEM – Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio

PROFMAT – Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional

SESI – Serviço Social da Indústria

USP – Universidade de São Paulo



## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	17
<b>2 EXPERIÊNCIAS, MOTIVAÇÕES E QUESTIONAMENTOS</b> .....	21
2.1 As experiências e as preocupações que delinearão as questões desta pesquisa.....	21
2.2 A metodologia e a proposta de pesquisa com os alunos do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo, BR.....	25
<b>3 BASES TEÓRICAS</b> .....	31
<b>4 REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES</b> .....	35
<b>5 CONSIDERAÇÕES FINAIS</b> .....	45
<b>6 REFERÊNCIAS</b> .....	47
<b>APÊNDICE A</b> .....	49
<b>ANEXO A</b> .....	55
<b>ANEXO B</b> .....	56
<b>ANEXO C</b> .....	58
<b>ANEXO D</b> .....	59
<b>ANEXO E</b> .....	61



# 1 INTRODUÇÃO

Este projeto de pesquisa discute sobre as possíveis contribuições para o aprendizado do aluno sobre o conceito e características de funções com o uso de recursos computacionais no Ensino Médio.

No mundo contemporâneo globalizado, um dos tópicos matemáticos relevantes no Ensino Médio é o estudo das funções relacionadas no contexto da vida cotidiana. Segundo Courant e Robbins (2000, p. 335): "O conceito de função é da maior importância, não apenas na Matemática pura, mas também em aplicações práticas." E acrescentam que: "A parte principal da Matemática moderna gira em torno dos conceitos de função e de limite." (Courant e Robbins, 2000, p. 331).

O tema "funções" usualmente é indicado nas orientações curriculares para os primeiros anos do Ensino Médio. Tanto nos Parâmetros Curriculares Nacionais - PCNs (Brasil, 2000, p. 43-44), os quais argumentam que: "[...] o conceito de função desempenha também papel importante para descrever e estudar, através da leitura, interpretação e construção de gráficos, o comportamento de certos fenômenos tanto do cotidiano, como de outras áreas do conhecimento [...]", como no Currículo do Estado de São Paulo (2010):

No Ensino Médio, a ampliação de ideias associadas ao bloco temático Relações ocorre de forma muito significativa. [...] deve ser incorporada nesse eixo a investigação das relações entre grandezas que dependem umas das outras, ou seja, as relações de interdependência, o que abre portas para o estudo mais sistematizado de um tipo particular de interdependência, que são as funções. (SÃO PAULO, 2010, p. 43).

Na experiência docente da pesquisadora sempre houve questionamentos e reflexões entre professores acerca da maneira mais adequada de mediar o processo ensino-aprendizagem de funções, objetivando uma educação de qualidade e relacionada com a realidade do aluno. Tais momentos de reflexões e questionamentos ocorrem nas reuniões de Horas de Trabalho Pedagógico Coletivo (HTPC), atuais Atividades de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC)<sup>1</sup> nas escolas públicas estaduais.

---

<sup>1</sup> As Atividades de Trabalho Pedagógico Coletivo (ATPC), ou HTPC, como era chamada a sigla até abril de 2012, (HTPC- Horas de Trabalho Pedagógico Coletivo), são um espaço de formação continuada dos educadores, de caráter estritamente pedagógico, destinado à discussão, acompanhamento e avaliação da proposta pedagógica da escola e do desempenho escolar do aluno. Disponível em <http://www.unimep.br/phpg/mostracademica/anais/10mostra/5/507.pdf>. Acessado em 16/02/13.

Por outro lado, observa-se que os alunos do Ensino Médio apresentam dificuldades na aprendizagem deste conceito, principalmente, no que diz respeito à observação e análise dos vários tipos de função, como a função constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica. Talvez porque a prática docente ainda vise à mera transmissão destas características conceituais, considerando o discente numa perspectiva de passividade, como indicam Zuffi e Pacca:

Concebemos que a aprendizagem não está ligada à mera transmissão de conhecimentos, mas à produção de significados pelos sujeitos das enunciações, produção essa que passa pelas relações interpessoais, manifestadas através da linguagem. (ZUFFI e PACCA, 2000, p.12).

Observa-se também que a construção e a análise de gráficos ficam comprometidas quando se dispõe apenas de giz e lousa. Estes instrumentos apresentam limitações para análises detalhadas do comportamento de determinados tipos de funções, principalmente aquelas representadas por curvas e tendências ao infinito, nas quais o movimento dessas curvas é elemento fundamental para a compreensão do seu comportamento característico.

Além disso, pouca ênfase tem sido dada à importância da análise e interpretação de gráficos como indicado na disciplina MA11 do PROFMAT (2011), em que “[...] a abordagem para gráficos de funções no Ensino Médio é, geralmente, bastante restrita. O traçado de gráficos a partir de tabelas de valores são bem mais explorados do que a interpretação de propriedades dos gráficos.” (Roteiro da unidade 9, 2011, p. 4).

Mas para que o aluno tenha uma aprendizagem que possibilite uma melhor observação, análise e interpretação do comportamento das funções, entende-se que também é necessário que o professor usufrua e compartilhe de materiais adequados para tal prática. O que nem sempre está disponibilizado, como indicado em PROFMAT (2011):

[...] praticamente todos os textos escolares em uso no nosso país [...] [a definição de função é] formal, estática, e não transmitir a ideia intuitiva de função como correspondência, transformação, dependência (uma grandeza em função de outra) ou resultado de um movimento. (PROFMAT, 2011, Unidade 7, p. 5-6)

Para Sousa (2009), o professor elabora e reelabora atividades de ensino, as quais são elos entre teoria e prática na formação de professores e considera que as atividades de ensino devem ser elaboradas na perspectiva lógico-histórica, isto é, o aluno tem que ser levado à construção e reconstrução de ideias para que haja assimilação dos conceitos numa perspectiva de interação, em que o educando tem papel de sujeito agente de todo o processo ensino-aprendizagem.

Neste contexto, considerando o uso atual da informatização, é urgente e necessário lançar mão de recursos interativos na sala de aula, principalmente os recursos computacionais, na mediação do conhecimento matemático e aluno, na tentativa de sair do aspecto estático (PROFMAT, 2011) desse conhecimento e possibilitar ao aluno ser agente de seu processo ensino-aprendizagem (Sousa, 2009), em particular, no estudo das funções.

Portanto este trabalho se dispõe a estar suscetível a esta nova realidade, refletindo e adaptando a prática docente mediada pelos recursos de informática disponíveis na escola.

Questiona-se sobre quais os benefícios que os recursos da informática possibilitam na aprendizagem do aluno no estudo de funções? Quais *softwares* permitem ou aprofundam esse estudo?

Sendo assim esta pesquisa se propõe a realizar um estudo sobre o entendimento que os alunos desenvolvem sobre o conceito de funções quando vivenciam atividades de ensino elaboradas para o uso de recursos computacionais para o Ensino Médio.

A pesquisa foi realizada com os alunos de quatro turmas do primeiro ano do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo, Brasil (BR). A metodologia utilizada consiste na pesquisa-ação, pois a pesquisadora também era professora das turmas pesquisadas, o que possibilitou um total entrosamento entre todos os sujeitos envolvidos neste contexto. As atividades de ensino (apêndice A – página 49) foram elaboradas com ênfase na construção de ideias sobre funções utilizando o *software* educacional Geogebra objetivando a uma aprendizagem significativa, no sentido de ampliar e aprofundar as análises e interpretações dos gráficos de funções.

O conceito de funções já havia sido abordado com os alunos no período de maio a setembro de 2012, em sala de aula utilizando giz, lousa e papel quadriculado para a construção de gráficos. Os alunos tiveram grande interesse pelas atividades de ensino, motivados pela utilização de recursos computacionais e pela oportunidade de consolidar ideias já adquiridas sobre este tema anteriormente.

Na seção intitulada: Experiências, motivações e questionamentos, serão apresentadas algumas experiências docentes e preocupações que motivaram discutir o tema proposto nesta pesquisa, a formulação da questão, a metodologia e como foi a proposta da pesquisa com os alunos do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo, BR.

Na seção 2, Bases teóricas, serão discutidos os teóricos que apoiaram e as contribuições que puderam trazer à presente pesquisa. Bogdan e Bikleen (1994), Gil (2002) e Thiollent (1985) trouxeram subsídios para a elaboração e execução de pesquisas-ação; os documentos curriculares Brasil (2000), Parâmetros Curriculares Nacionais, e São Paulo

(2010), Currículo do Estado de São Paulo, nortearam as indicações da necessidade do uso de tecnologias no ensino de matemática; Sousa (2009) elucidou questões acerca de atividades de ensino; Candeias (2010) e Silva (2002) abordaram tópicos inerentes a *softwares* matemáticos educacionais; PROFMAT (2011), Courant e Robbins (2000) trataram da matemática na atualidade e a definição de função na matemática científica, além do tópico funções e Zuffi e Pacca (2000) que versaram sobre funções e linguagem matemática no Ensino Médio.

Na seção 3, intitulada: Realização das atividades, discutir-se-ão as manifestações dos alunos ao realizarem as atividades de ensino de funções para o uso de recursos computacionais, o que era esperado para cada questão e o que foi observado durante todo o processo da pesquisa.

Portanto a “Elaboração de atividades de ensino de funções utilizando recursos computacionais no Ensino Médio” poderá colaborar de forma significativa no processo ensino-aprendizagem, minimizando as dificuldades apontadas, enriquecendo a dinâmica das aulas, estimulando o aluno a (re) descobrir o conceito de funções, em que os alunos possam perceber as correspondências, as transformações, as dependências (uma grandeza em função de outra) e os resultados dos movimentos das curvas descritas em cada função.

## 2 EXPERIÊNCIAS, MOTIVAÇÕES E QUESTIONAMENTOS

### 2.1 As experiências e as preocupações que delinearão as questões desta pesquisa

Duas considerações instigaram a pesquisadora, em matemática: as inquietações de Courant e Robbins,

Aplicações e ligações com outros campos têm sido negligenciadas. Contudo, estas condições não justificam, na pior das hipóteses, uma política de omissão. Ao contrário, a reação oposta deve e efetivamente surge a partir daqueles que têm consciência do valor da disciplina intelectual. Professores, estudantes, e o público culto exigem reforma construtiva, e não resignação ao longo da linha de menor resistência. A meta é a compreensão genuína da Matemática como um todo orgânico e como base para o pensar e o agir científicos. (COURANT; ROBBINS, 2000, prefácio).

E as indicações dos Parâmetros Curriculares Nacionais (Brasil, 2000) sobre o impacto da tecnologia no ensino:

Esse impacto da tecnologia, cujo instrumento mais relevante é hoje o computador, exigirá do ensino de Matemática um redirecionamento sob uma perspectiva curricular que favoreça o desenvolvimento de habilidades e procedimentos com os quais o indivíduo possa se reconhecer e se orientar nesse mundo do conhecimento em constante movimento. (BRASIL, 2000, p. 41)

Esses dois aspectos: o conhecimento matemático e os recursos tecnológicos atuais deveriam fazer parte do cotidiano escolar.

Como professora da rede pública estadual paulista desde 1992, a pesquisadora tem noção sobre os questionamentos que se delinearão tanto sobre a sua própria atuação docente como a respeito da aprendizagem dos alunos em matemática.

O ingresso desta pesquisadora no curso superior na licenciatura curta em “Ciências – licenciatura de 1º. grau” em uma faculdade particular no interior do estado de São Paulo ocorreu de 1990 a 1991. Nesta época era possível ampliar a carga horária nas disciplinas da área de exatas para os alunos interessados em cursar a licenciatura plena em Matemática. Foi o que fez a pesquisadora de 1992 a 1993 quando cursou a licenciatura plena em Matemática, realizando um sonho antigo de estudar exclusivamente disciplinas de seu interesse, pois esta sempre foi a área de sua preferência.

Concomitante aos anos finais da graduação na licenciatura plena em Matemática iniciou sua atuação como professora eventual de matemática e ciências na rede pública estadual de São Paulo, em abril de 1992. Já nessa época conviveu com alunos que

manifestavam defasagens no processo ensino-aprendizagem, o que a levou às primeiras reflexões sobre a prática pedagógica e a dicotomia teoria-prática.

A partir de 1994 se tornou professora substituta no antigo supletivo do Ensino Médio na rede pública estadual com alunos de dezoito a cinquenta anos e pôde acompanhar as turmas do início até o final do ano letivo. Considera-se que nessa fase adquiriu maior experiência na elaboração de atividades didáticas apropriadas à relação entre conhecimentos matemáticos com o cotidiano para esta faixa etária.

Em 1998 prestou concurso para professora da rede estadual paulista e em 2000 ingressou como professora efetiva de Matemática em uma escola estadual de Ensino Médio do interior do estado de São Paulo na qual já atuava como professora Admitida em Caráter Temporário (ACT), isto é, professora não efetiva.

De 2000 a 2002 também atuou como professora de Matemática e Ciências no Ensino Fundamental da rede do Serviço Social da Indústria (SESI) através de concurso, em uma cidade próxima da anterior.

As dificuldades que encontrou neste período a levaram a alguns questionamentos sobre seu conhecimento para ensinar matemática: sentia que era necessário buscar novas formas de ensinar e aprender, pois as dificuldades que os alunos manifestavam indicavam que poderia haver outros caminhos que não estavam trilhando.

Ao buscar novas formas de tratar o conhecimento matemático em sala de aula, em 1999 e 2000 fez o curso “Uma nova abordagem no ensino do Cálculo usando recursos de Informática”, na USP em Ribeirão Preto, no departamento de Física e Matemática, com carga horária de 152 horas, financiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) - Programa Pró-Ciências, que tinha como objetivo melhorias na qualidade dos professores de matemática do Ensino Médio.

Este novo aprendizado despertou na professora/pesquisadora o interesse pelas tecnologias no cotidiano da sala de aula, especialmente a informática, objetivando encontrar um novo horizonte para o cotidiano escolar.

E para entender as possíveis relações entre o ensino de matemática e o uso de *softwares* educacionais, participou de três cursos oferecidos pelo governo do Estado de São Paulo: a) “Capacitação para o uso de *softwares* educacionais dos PEB II das escolas com ambientes de informática-Cabrincando com Geometria”, em 2000; b) “Supermáticas-somando caminhos, encontrando soluções”, em 2001 e c) “Um X em questão”, em 2002.

Esses quatro cursos atentaram para as dificuldades do uso de *softwares* educacionais nas aulas de matemática, tanto na formação docente como nos recursos técnicos presentes na escola pública estadual.

Em determinado momento a professora/pesquisadora percebeu que faltava em sua formação entender mais profundamente os processos cognitivos dos alunos e a prática da sala de aula. Foi o que a levou a cursar a graduação “Pedagogia – licenciatura plena” em um Centro Universitário do interior do estado de São Paulo. Essa graduação, de 2002 a 2003, enriqueceu muito seu olhar sobre os processos teórico-metodológicos e contribuiu sobremaneira para a sua prática docente.

No final de 2002 se efetivou como professora de matemática na rede municipal da mesma cidade do interior do estado de São Paulo na qual era professora na rede estadual, Ribeirão Preto. A partir dessa data passou a acumular dois cargos públicos na mesma cidade, estadual e municipal, posição que se encontra atualmente. Em 2008 fez concurso para Supervisora de Ensino da Rede Pública Estadual, obteve êxito e tomou posse do cargo em janeiro de 2011 na Diretoria de Ensino Sul-2, em São Paulo. Não entrou em efetivo exercício, pois preferiu ingressar no programa PROFMAT<sup>2</sup> do ICMC/USP, sonho antigo de fazer uma pós-graduação *stricto-sensu*.

Na rede pública estadual, os vinte de anos de percurso foram voltados, predominantemente, para o Ensino Médio, sendo que durante 1992 a 1999 nas três séries do referido nível e a partir de 2000 somente com primeiros anos.

Durante todo este tempo, o ensino de funções fez parte de sua prática docente e, a cada ano, reflexões e aprimoramentos sobre a melhor maneira de mediar uma aprendizagem significativa, isto é, que tenha sentido para os alunos, com ênfase na construção de ideias e conhecimentos sobre este conceito culminou na opção por esse tema para esta dissertação.

De meados de 2001 a 2006, a professora/pesquisadora elaborou e desenvolveu um projeto com as turmas dos primeiros anos do Ensino Médio utilizando recursos do *software* Graphmatica, objetivando levar os alunos a tirarem suas próprias conclusões a respeito do comportamento de funções, utilizando a sala de informática da escola estadual em que leciona e onde havia microcomputadores à disposição para o desenvolvimento das atividades em quartetos. A sala de informática dispunha de dez microcomputadores com precária assistência técnica dos equipamentos e sem a presença de monitor de informática, o que dificultava a

---

<sup>2</sup> Pós-graduação *stricto sensu* para aprimoramento da formação profissional de professores da educação básica. Programa semipresencial, com bolsas CAPES para professores em exercício na rede pública. Disponível em <http://www.profmtat-sbm.org.br/>. Acessado em 14/03/13.

utilização da mesma, pois o professor era o responsável por toda a organização dos equipamentos e muitas vezes eram encontrados com problemas de funcionamento, impedindo o desenvolvimento das atividades propostas.

O *software* Graphmatica, utilizado no projeto, é um gerador de gráficos de funções de uma variável nas suas várias formas: cartesiana, polar, paramétrica, logarítmica, trigonométrica, inequação e implícita. Com ele é possível, ainda, gerar campos de vetores no plano e fornecer a solução das correspondentes equações diferenciais e, além disso, permite calcular: derivadas, integrais, máximos, mínimos e zeros de funções<sup>3</sup>.

A professora/pesquisadora teve contato com este *software* pela primeira vez no ano 2000, pois a monitora do curso oferecido pelo governo do estado de São Paulo apresentou, além do *software* Cabri II, que era objeto do curso, outros programas que poderiam auxiliar no processo ensino-aprendizagem, dentre eles o *software* Graphmatica.

Os resultados do projeto com o *software* Graphmatica indicaram um maior interesse dos alunos e foi possível observar que algumas ideias e peculiaridades das funções tiveram maior impacto na aprendizagem do que quando se dispunha apenas de giz e lousa.

Mas o projeto com o *software* Graphmatica teve que ser abandonado por problemas burocráticos relativos ao uso da sala de informática na escola estadual, pois a precária assistência técnica prestada deixou de existir e, conseqüentemente, os microcomputadores que apresentavam problemas técnicos não eram consertados, o que acarretou na não utilização dos mesmos.

O projeto com o *software* Graphmatica foi retomado de maneira um pouco diferente: a partir do ano de 2011, a escola adquiriu um projetor conectado a um microcomputador, que foi instalado em um anfiteatro da escola. As atividades didáticas que os alunos já haviam feito na sala de aula utilizando papel quadriculado eram feitas pela professora/pesquisadora no microcomputador com a utilização do *software* Graphmatica e os alunos observavam, interagiam oralmente, analisavam, argumentavam e tiravam suas conclusões a respeito das funções. A estratégia era interessante, contudo ter acesso à sala de informática, em que os próprios alunos pudessem manusear o *software* era muito mais estimulante e obteve melhores resultados.

A partir das ações do uso de *softwares* no estudo de funções no Ensino Médio, houve interesse em aprofundar este aspecto do conhecimento matemático na formação da professora/pesquisadora e do aluno, ampliando-o para que se tornasse uma ferramenta do

---

<sup>3</sup> Disponível em <http://www.calculo.iq.unesp.br/PDF/Graphmatica-Manual>. Acessado em 04-01-13.

processo ensino-aprendizagem, com o intuito de contribuir para uma educação matemática consistente, interessante e significativa. Neste sentido, o trabalho de dissertação tem como base as atividades de ensino sobre funções para o uso de recursos computacionais para o Ensino Médio, público alvo de seu trabalho na rede pública estadual.

Pergunta-se se o uso de recursos tecnológicos instiga o pensamento de quem os experimenta? Quais as vantagens em utilizar os recursos tecnológicos para o ensino e a aprendizagem de funções no Ensino Médio? Esses e outros questionamentos e as experiências docentes levaram a definir o foco de investigação de pesquisa que se constitui da questão a seguir:

**Qual o entendimento que os alunos do Ensino Médio desenvolvem durante a resolução de atividades de ensino elaboradas para o uso de recursos computacionais, sobre o conceito de funções?**

Os procedimentos desta pesquisa centram-se na elaboração e desenvolvimento de atividades de ensino que utilizam recursos computacionais para o Ensino Médio, em particular sobre alguns aspectos do conceito de funções. Entende-se por atividades de ensino as atividades propostas pelo professor com objetivo de serem desenvolvidas na sala de aula utilizando recursos computacionais.

## **2.2 - A metodologia e a proposta de pesquisa com os alunos do Ensino Médio de uma escola pública do interior do estado de São Paulo, BR**

As características desta pesquisa sobre as manifestações dos alunos do Ensino Médio durante a resolução de atividades de ensino elaboradas para recursos computacionais definem seu aspecto qualitativo. Estas características são: estar no ambiente natural do acontecimento, ter um prolongado contato com a situação a ser pesquisada e a preocupação da pesquisadora ser mais com o processo do que com o produto.

A pesquisadora era também a professora do grupo dos sujeitos pesquisados e a responsável pela elaboração e desenvolvimento das atividades sobre funções para o uso de recursos computacionais para a disciplina de matemática dos 1º anos do Ensino Médio, em

uma escola da rede pública estadual do interior São Paulo, BR. As atividades aconteceram durante uma semana do mês de outubro de 2012, no total de cinco horas-aulas semanais de 50 minutos cada e cento e trinta e dois alunos cursando os primeiros anos nas turmas I, com 35 alunos, turma J, com 32 alunos, turma K, com 35 alunos e turma L, com 30 alunos do Ensino Médio.

O tipo de pesquisa abordada foi a pesquisa-ação, pois segundo Bogdan e Bikleen (1994), “A investigação-acção é um tipo de investigação aplicada no qual o investigador se envolve activamente na causa da investigação”, para Gil (2002), “[...] na pesquisa-ação ocorre um constante vaivém entre as fases, que é determinado pela dinâmica do grupo de pesquisadores em seu relacionamento com a situação pesquisada.” e para Thiollent (1985) existe uma relação intrínseca entre os pesquisadores e a situação pesquisada.

Ao analisar as linhas metodológicas da pesquisa qualitativa foi identificado em Bogdan e Biklen (1994, p. 292) o aspecto investigativo que se procurava, “[...] a investigação é uma atitude – uma perspectiva que as pessoas tomam face a objectos e actividades.” Bogdan e Biklen (1994, p. 47-50) indicam cinco características da investigação qualitativa, que são indicadas a seguir:

- 1) A fonte direta de dados é o ambiente natural e o pesquisador é seu principal instrumento;
- 2) A investigação qualitativa é descritiva;
- 3) Os investigadores se preocupam mais com o processo do que com o produto;
- 4) As análises dos dados tendem a seguir a forma indutiva;
- 5) As perspectivas e os diferentes pontos de vista dos participantes são os focos de atenção do pesquisador. (BOGDAN; BIKLEEN, 1994, p. 47-50).

E em Thiollent (1985, p. 103) foi identificado que “a pesquisa-ação é uma orientação destinada ao estudo e à intervenção em situação reais”, que considera como

[...] um tipo de pesquisa com base empírica que é concebida e realizada em estreita associação com uma ação ou com a resolução de um problema coletivo e no qual os pesquisadores e participantes representativos da situação ou do problema estão envolvidos de modo cooperativo ou participativo. (THIOLLENT, 1985, p. 14).

Como esta escola é restrita ao Ensino Médio, isto é, não atende ao Ensino Fundamental, os alunos são oriundos das diversas escolas de diferentes bairros da cidade e de diferentes classes sociais. O que resulta em salas heterogêneas onde a maioria dos alunos apresenta defasagens nos conceitos básicos do Ensino Fundamental. Como, por exemplo, dificuldades em realizar operações de divisão com números naturais, em identificar e operar com frações, com expressões algébricas e com equações em geral.

No conteúdo programático dos primeiros anos do Ensino Médio, o Currículo do Estado de São Paulo (São Paulo, 2010), indica que o estudo de funções deve ser desenvolvido nos segundo e terceiro bimestres (de maio a setembro). Tanto no Caderno do Aluno (São Paulo, 2010) e do Professor (São Paulo, 2010) como nos livros didáticos do Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio – PNLEM<sup>4</sup> (Brasil, 2004) adotados na escola, as sugestões para a construção e estudo dos gráficos de funções são propostos através da utilização de papel quadriculado, portanto o professor desenha na lousa com giz e os alunos no papel com lápis.

Desse modo, o conteúdo de funções foi desenvolvido na sala de aula nos meses de maio a setembro com os alunos utilizando o papel quadriculado. Nestas atividades foi possível perceber as dificuldades dos alunos para analisar as tendências das curvas dos gráficos ao infinito e a característica de cada curva descrita por tipo de função. Principalmente quando se tratava de gráficos com valores muito pequenos, fatos estes decorrentes de todas as limitações inerentes ao uso de material como o papel quadriculado.

Se o material proposto pelos documentos de orientações curriculares oficiais e livros didáticos tinha estas limitações, sentiu-se necessidade de trazer ao cotidiano escolar outra ferramenta que possibilitasse sanar, senão todas, pelo menos parte das dúvidas dos alunos. A ferramenta que complementaria o que já havia sido desenvolvido em sala de aula seria um *software* educacional de matemática para o estudo de funções.

Considerando que estes alunos já desenvolveram em sala de aula noções dos tópicos de funções como conceito de domínio, imagem, raízes, crescimento, decrescimento, máximo, mínimo, gráficos, foram elaboradas atividades de ensino com esses aspectos de funções para o uso de recursos computacionais, os quais serão analisados nesta pesquisa.

Inicialmente se optou pela utilização do *software* Graphmatica para a elaboração das atividades de ensino, pois é um *software* livre, conhecido nos meios educacionais e pela pesquisadora. Mas optou-se por analisar, além deste, outros *softwares* que também possibilitariam o estudo do comportamento de gráficos de funções a fim de verificar se ofereceriam mais recursos do que o *software* Graphmatica.

O critério adotado para a análise dos *softwares* foi: a) possibilitar o estudo do gráfico de funções em geral; b) oferecer uma interface agradável; c) ter vários recursos para a análise

---

<sup>4</sup>Implantado em 2004, o Programa Nacional do Livro Didático para o Ensino Médio (PNLEM) prevê a universalização de livros didáticos para os alunos do ensino médio público de todo o país. Todas as escolas beneficiadas estão cadastradas no censo escolar realizado anualmente pelo Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (INEP/MEC). Disponível em [http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com\\_content&view=article&id=12371&Itemid=582](http://portal.mec.gov.br/index.php?option=com_content&view=article&id=12371&Itemid=582). Acessado em 02/01/13.

gráfica; d) associar lei de formação e gráfico de cada função; e) ser em português; f) ser possível o *download* gratuito.

Foram analisados os *softwares* matemáticos educacionais Geogebra, Graphmatica e Winplot. O quadro a seguir norteia os tópicos listados anteriormente com a respectiva análise:

<i>Software</i>	Geogebra	Graphmatica	Winplot
Possibilitar o estudo do gráfico de funções em geral.	X	X	X
Oferecer uma interface agradável.	X		
Ter vários recursos para a análise gráfica.	X	X	X
Associar lei de formação e gráfico de cada função.	X		
Ser em português.	X		X
Ser possível o <i>download</i> gratuito.	X	X	X

O *software* que atendeu a todos estes itens foi o Geogebra.

O Geogebra é um *software* matemático gratuito de geometria dinâmica que une geometria, álgebra e cálculo, escrito na linguagem Java. Foi criado por Markus Hohenwarter, professor de educação matemática na Universidade Johannes Kepler de Linz, na Áustria. Seu projeto se iniciou a partir de 2001 na University of Salzburg, Áustria, e o seu desenvolvimento continua na Florida Atlantic University, Estados Unidos. Várias versões do programa já foram elaboradas e a mais atual é a versão 4.2, do ano 2012<sup>5</sup>.

Devido à sua importância, o *software* matemático Geogebra também ganhou vários prêmios, a saber: a) NTLC Award 2010: National Technology Leadership Award 2010 (Washington D. C., USA); b) Tech Award 2009: Laureatin the Education Category (San Jose,

<sup>5</sup> Disponível em <http://www.geogebra.org.uy/2012/actas/actas.pdf>. Acessado em 02/01/13.

California, USA); c) BETT Award 2009: Finalist in London for British Educational Technology Award; d) SourceForge.net Community Choice Awards 2008: Finalist, Best Project for Educators; e) AECT Distinguished Development Award 2008: Association for Educational Communications and Technology (Orlando, USA); f) Learnie Award 2006: Austrian Educational Software Award “Wurfbewegungen mit Geogebra” (Vienna, Austria); g) eTwinning Award 2006: 1<sup>st</sup> prize for “Crop Circles Challenge” with Geogebra (Linz, Austria); h) Comenius 2004: German Educational Media Award (Berlin, Germany); i) Learnie Award 2005: Austrian Educational Award for “Spezielle Relativitätstheorie mit Geogebra” (Vienna, Austria); j) Digita 2004: German Educational Software Award (Cologne, Germany); k) EASA 2002: European Academic Software Award (Ronneby, Sweden).<sup>6</sup>

As atividades de ensino elaboradas para a utilização do *software* Geogebra têm por objetivos: a compreensão do conceito de função e a construção de seu gráfico, a análise do comportamento da variável dependente e da variável independente de algumas funções, a percepção e análise das características e comportamentos das funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica de forma significativa e reflexiva.

A sala de informática da escola onde foram desenvolvidas as atividades de ensino elaboradas para o uso de recursos computacionais tem 61,56 metros quadrados, 22 microcomputadores com sistema operacional Windows Seven, acesso à Internet banda larga e conta com três estagiários que podem auxiliar os professores, sendo um em cada período, manhã (8:00 h - 12:00 h), tarde (13:00 h - 17:00 h) e noite (17:00 h - 21:00 h). A sala pode ser utilizada durante o tempo que o professor necessitar, através de agendamento prévio com os estagiários. Essa sala de informática é proveniente do Projeto Acessa Escola, que é

[...] um programa do Governo do Estado de São Paulo, desenvolvido pelas Secretarias de Estado da Educação, sob a coordenação da Fundação para o Desenvolvimento da Educação (FDE), [que] tem por objetivo promover a inclusão digital e social dos alunos, professores e funcionários das escolas da rede pública estadual. Por meio da Internet, ele possibilita aos usuários o acesso às tecnologias da informação e comunicação para a construção do conhecimento e o fortalecimento social da equipe escolar.<sup>7</sup> Disponível em <http://acessaescola.fde.sp.gov.br>. Acessado em 30/09/12.

No mês de setembro a professora/pesquisadora conversou com cada turma explicando sobre o projeto desta pesquisa e qual seria o papel dos alunos na execução das atividades. O diálogo foi proveitoso, pois os alunos se sentiram importantes por participar do experimento e

<sup>6</sup> Disponível em [http://www.geogebra.org/cms/pt\\_BR/info](http://www.geogebra.org/cms/pt_BR/info). Acessado em 02/01/13.

<sup>7</sup> Disponível em <http://acessaescola.fde.sp.gov.br/Public/Conteudo.aspx?idmenu=11>. Acessado em 30 de setembro de 2012.

poder colaborar com a professora/pesquisadora e se prontificaram a fazer o melhor que pudessem para que houvesse sucesso nesta empreitada.

O agendamento para a utilização da sala foi feito com o estagiário da sala de informática do Programa ACESSA Escola através de requerimento próprio (anexo A, página 55) duas semanas antes do início das atividades.

As atividades de ensino (apêndice A – página 49) realizadas com a utilização do *software* Geogebra constam de quinze questões elaboradas com o intuito de levar à construção e análise de algumas ideias que envolvem as funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica.

Os alunos foram organizados em duplas e/ou trios e realizaram as atividades de ensino na sala de informática do Programa ACESSA Escola sob a orientação da professora/pesquisadora e com o auxílio do estagiário de informática nos dias 22, 23, 24 e 29 de outubro de 2012.

As atividades de ensino que tinham sido elaboradas previamente foram reproduzidas e entregues uma cópia a cada aluno na sala de aula, momentos antes do início do trabalho na sala de informática do Programa ACESSA Escola.

### 3 BASES TEÓRICAS

Para o desenvolvimento dos trabalhos da presente pesquisa foram utilizados os embasamentos teóricos de São Paulo (2010), que prioriza o uso de recursos tecnológicos na Matemática; Candeias (2010), que ressalta a importância do Geogebra ao unir geometria e álgebra num único *software*; Silva (2002) que faz um elo entre a teoria e a prática através das ferramentas computacionais; Courant e Robbins (2000), que ressaltam a importância das funções tanto para a matemática pura como para a aplicada e sua definição; PROFMAT (2011), que avalia a dicotomia memorização-entendimento no ensino de funções; Sousa (2009) que enfoca a atividade de ensino; Zuffi e Pacca (2000), que abordam as ideias inerentes ao tema funções através da mediação do professor, todos envolvidos com pesquisa educativa, funções e/ou utilização de recursos computacionais no ensino de funções.

O conceito matemático de funções é de grande relevância tanto no conhecimento matemático científico como no conhecimento matemático escolar. PROFMAT (2011) ressalta que “um exemplo particularmente importante de relação é a relação funcional” (Unidade 7, 2011, p. 5). Considera-se com Zuffi e Pacca (2000) que o tema funções

[...] engloba tanto o conceito matemático de função, quanto as várias ideias que o circundam (como variável, conjunto, domínio, imagem, gráficos, equações, expressões analíticas, tabelas, etc.) e também as diversas situações-problema que possam estar relacionadas a este conceito. (ZUFFI; PACCA, 2000, p.10).

Por ser um tema de amplitude, como as autoras indicam, talvez este seja um dos motivos das dificuldades manifestadas pelos alunos para a compreensão da construção do gráfico, análise das características e particularidades das funções. Entende-se que, na maior parte das vezes, este ensino é fragmentado, estanque, privilegiando-se a parte algébrica do estudo, em detrimento da compreensão das ideias que também participam da formação do conceito.

Muitas podem ser as fontes de dificuldades para os alunos, sendo a memorização de certos procedimentos indicada como uma delas. Considera-se a indicação oficial de que “[...] a presença da tecnologia nos permitem afirmar que aprender Matemática no Ensino Médio deve ser mais do que memorizar resultados [...]” (BRASIL, 2000, p. 41) e também como indicado no Roteiro da Unidade 7 do PROFMAT:

Não é incomum que eles [os alunos] memorizem certos procedimentos, específicos para esboço de tipos de gráficos de funções e outras curvas (tais como retas, parábolas ou círculos), sem entender no entanto que a curva esboçada corresponde

ao conjunto dos pontos do plano cujas coordenadas satisfazem a condição algébrica dada. Assim, este ponto merece ênfase especial na abordagem. (PROFMAT,2011, Roteiro da Unidade 7, p. 1).

E pela experiência é possível analisar que o aluno não consegue visualizar o significado das funções no contexto da matemática escolar, pois não atribui sentido à visualização dos gráficos inerentes a cada tipo de função, muitas vezes aceita a informação do professor, tornando-se mero espectador e memorizador dos procedimentos algébricos e gráficos. O que corrobora a consideração do PROFMAT (2011) de que “No ensino de funções, os problemas são, em geral, resolvidos por meio de processos puramente algébricos, e representações gráficas têm pouca ênfase.” (Roteiro da Unidade 8, p. 2). O que pode confirmar o risco em privilegiar a abstração apontada por Courant e Robbins (2000) ao considerarem que:

Hoje o lugar tradicional da Matemática encontra-se em sério risco. Infelizmente, alguns profissionais da Matemática são em parte responsáveis. O ensino da Matemática tem algumas vezes degenerado em exercício repetitivo e vazio de solução de problemas, o que pode desenvolver capacitação formal mas não conduz a uma real compreensão ou maior independência intelectual. A pesquisa matemática tem mostrado uma tendência no sentido da superespecialização e da ênfase excessiva na abstração. (COURANT; ROBBINS, 2000, p. 3).

Por outro lado, os professores e alunos nem sempre encontram exemplos deste tema na vida cotidiana, pois as relações possíveis entre a teoria e a prática não estão muito visíveis no desenvolvimento do conceito de funções. As situações nas quais é possível estabelecer relações com o cotidiano tornam-se cada vez mais invisíveis à medida que o desenvolvimento algébrico torna-se mais sofisticado. A sofisticação da linguagem algébrica moderna acaba por ser o foco do ensino de funções.

Embora as orientações oficiais se preocupem em diversificar os exemplos e modelos, como nos Parâmetros Curriculares Nacionais:

Cabe, portanto, ao ensino de Matemática garantir que o aluno adquira certa flexibilidade para lidar com o conceito de função em situações diversas e, nesse sentido, através de uma variedade de situações problema de Matemática e de outras áreas, o aluno pode ser incentivado a buscar a solução, ajustando seus conhecimentos sobre funções para construir um modelo para interpretação e investigação em Matemática. (BRASIL, 2000, p. 44).

Estas indicações nem sempre são possíveis na sala de aula. Por isso houve orientação na elaboração deste projeto de pesquisa em Silva (2002), quanto à finalidade no desenvolvimento de um projeto dessa espécie, isto é, envolvendo atividades didáticas e recursos tecnológicos, para aproximar teoria e prática, trabalhando numa perspectiva crítico-reflexiva, em que o professor é um eterno aprendiz, assumindo uma postura de busca

incansável por novas metodologias. E em Sousa (2009) o sentido para elaborar as atividades, “A atividade de ensino é elo entre teoria e prática na formação de professores”. (p. 1).

Mas a finalidade (Silva, 2002) e o elo entre teoria e prática (Sousa, 2009) necessitam do corresponder ao mundo contemporâneo: é necessário o uso de tecnologias na sala de aula objetivando a melhoria da qualidade de ensino e incremento da relação professor-aluno, sendo que “[...] o professor, nas salas de aula, atua como mediador entre o aluno e a Matemática [...]” (ZUFFI; PACCA, 2000, p.9).

Além disso, as autoras entendem que “[...] dentro da realidade escolar, não se pode desprezar a forte influência de elementos mediadores entre o aluno e o objeto de conhecimento, que passam pela linguagem do professor e do livro didático.” (ZUFFI; PACCA, 2000, p.12), e também através da utilização de recursos tecnológicos.

O uso dos recursos tecnológicos também tem sua utilização indicada no currículo do Estado de São Paulo (2010):

Por um lado, certamente os numerosos recursos tecnológicos disponíveis para utilização em atividades de ensino encontram um ambiente propício para acolhimento no terreno da Matemática: máquinas de calcular, computadores, *softwares* para a construção de gráficos, para as construções em Geometria e para a realização de cálculos estatísticos são muito bem-vindos, bem como o seu uso será crescente, inevitável e desejável, salvo em condições extraordinárias, em razão de extremo mau uso. (SÃO PAULO, 2010, p. 33-34).

Neste sentido, buscaram-se os *softwares* que se baseiam na Geometria dinâmica e na Álgebra, o Geogebra, pois “[...] vem permitir a abordagem conjunta destes dois ambientes numa única ferramenta, o que constitui uma das suas grandes vantagens.” (CANDEIAS, 2010, p. 2-3).

A interatividade é outro fator que faz desse *software* uma ferramenta expressiva: o aluno passa de ser passivo a ser atuante no processo ensino-aprendizagem, vivenciando experiências únicas, fazendo conjecturas e análises, construindo o conhecimento através de atividades exploratórias e de investigação, criando sua própria autonomia.

Para Candeias (2010) o *software* Geogebra é um programa que

[...] permite trabalhar com múltiplas representações e visualizar, em simultâneo, a representação gráfica e a expressão algébrica de uma função, e observar o que acontece ao gráfico da função sempre que se altera algum parâmetro da respectiva expressão algébrica. (CANDEIAS, 2010, p. 31).

Este “trabalhar simultâneo” foi outro aspecto que levou à opção pelo *software* Geogebra para elaborar as atividades para o ensino de funções.

As atividades de ensino preparadas utilizando ferramentas tecnológicas têm de ser muito bem elaboradas para não se tornarem meras reproduções de aulas mecânicas, disfarçadas sob o uso de programas de computador. Neste sentido, estas atividades devem possibilitar aos alunos “explorar situações abertas, procurar regularidades, fazer e testar conjecturas, argumentar e comunicar oralmente ou por escrito as suas conclusões.” (Candeias, 2010, p. 3).

O uso de recursos computacionais em atividades de ensino pode ser o recurso que, de forma eficiente e estimulante, possibilite tais ações pelo aluno no seu processo de aprendizagem; pelo professor, na busca por novas metodologias no seu processo de ensino (Silva, 2002) e a atividade de ensino ser o elo entre teoria e prática (Sousa, 2009), pois “[...] o projeto vai sendo construído ao longo do seu desenvolvimento, justamente porque o aluno é levado em conta, ou seja, a partir das respostas do envolvimento dos alunos é que as atividades vão se moldando.” (SILVA, 2002, p. 147).

## 4 REALIZAÇÃO DAS ATIVIDADES

As atividades de ensino da presente pesquisa foram desenvolvidas nos dias 22, 23, 24 e 29 do mês de outubro de 2012, no total de cinco horas-aulas de matemática em cada um dos primeiros anos das turmas I, J, K e L do Ensino Médio de uma escola estadual do interior do estado de São Paulo, BR.

Houve grande interesse por parte dos alunos antes mesmo do início do trabalho, pois “ir à sala de informática” trouxe entusiasmo e expectativas para o cotidiano escolar das turmas inseridas no presente projeto.

As atividades de ensino (apêndice A, página 49) foram elaboradas pela pesquisadora/professora das turmas objetivando a retomada e aprofundamento sobre “funções” e a oportunidade do aluno refletir e questionar suas observações e análises sobre alguns aspectos do conceito de função, agora com o uso do *software* Geogebra. O uso deste *software* possibilitou ao aluno observar os movimentos que as funções realizam em diferentes situações. Fato que não era possível quando este conceito era desenvolvido na sala de aula com lousa e giz.

Para as atividades de ensino utilizando o *software* Geogebra foram elaboradas quinze questões com vários itens cada, abordando vários aspectos do conceito de função, como, por exemplo, as funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica, e questões sobre domínio, imagem, zero ou raízes das funções, coeficientes, concavidades, valor máximo, valor mínimo, crescimento e decréscimo. Estas quinze questões foram entregues para os alunos na sala de aula para uma breve visualização das atividades propostas alguns minutos antes de se dirigirem à sala de informática do Programa ACESSA Escola.

No final da resolução das atividades propostas foi solicitado que os alunos registrassem, por escrito, uma reflexão final individual sobre sua vivência no desenvolvimento das atividades de ensino utilizando o *software* Geogebra.

As atividades propostas para os alunos solicitavam que observassem o traçado e o comportamento que determinada função descrevia a partir da utilização do *software* Geogebra.

A seguir são descritos os principais aspectos das questões que compõem as atividades de ensino (apêndice A – página 49) para o uso do *software* Geogebra.

A questão 1 das atividades de ensino, itens “a” até “h” contemplou a retomada do conceito de função por meio de um exemplo do cotidiano, o acompanhamento do duplo movimento da temperatura/hora de uma cidade durante um dia, em cada uma das 24 horas. O objetivo era que os alunos retomassem os conceitos de variável dependente, variável independente e função, pois, de acordo com Courant e Robbins (2000), “Uma função matemática é simplesmente uma lei que rege a interdependência de quantidades variáveis.” (p. 335). A questão solicitava aos alunos que preenchessem uma tabela com as temperaturas de hora em hora de determinado dia, isto é, vinte e quatro duplos registros.

Com base nestas informações os alunos deveriam responder aos itens de “a” até “g”, que procuravam evidenciar as relações deste duplo movimento, os dados que registravam as horas do dia com os dados que registravam as temperaturas referentes a cada hora. Estes itens (a-g) tinham como objetivo que os alunos percebessem quem variava de forma independente, a hora, e quem variava de forma dependente, a temperatura, ou seja, evidenciar os conceitos de variável dependente e variável independente de uma relação, isto é, a interdependência de quantidades variáveis (Courant e Robbins, 2000). No item (h) o objetivo era relacionar o duplo movimento temperatura/hora com o conceito de função. Esperava-se que os alunos compreendessem que não há hora do dia em que não haja nenhuma temperatura associada e que há temperaturas que não estão associadas a nenhuma hora do dia (conceito de função); também era importante a compreensão de que a hora do dia independe da temperatura (variável independente) e que a temperatura depende da hora do dia (variável dependente). Nesta questão não há uma lei de formação. Observou-se que os alunos tiveram, naquele momento, uma melhor compreensão do conceito de função relacionado a um exemplo cotidiano do que a definição formal de função através de relação entre dois conjuntos exposta nas aulas tradicionais.

As questões 2, 3, 4, 7, 12 e 14 contemplaram itens sobre as funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica, respectivamente, e continham alguns itens com objetivos comuns. Os alunos digitavam quatro funções elaboradas pelo professor em cada questão e depois respondiam aos itens propostos. O item “a” de cada questão abordou questionamento sobre o tipo de gráfico expresso na tela do *software* Geogebra (reta horizontal, reta inclinada, parábola ou curva). Esperava-se que os alunos relacionassem o tipo de função ao tipo de gráfico correspondente. Os resultados apontaram uma maior fixação destas ideias em detrimento de aulas expositivas.

O item “b” dizia respeito às funções associadas a cada gráfico expresso no item “a”. Os gráficos ficavam estáticos e os alunos deveriam, nesse item, identificar qual tipo de função

(dos seis tipos elencados no parágrafo anterior) se tratavam os gráficos expressos na tela do microcomputador. Esperava-se que os alunos relacionassem o tipo de função ao gráfico correspondente e à lei de formação das funções que eles haviam digitado. Novamente a associação entre estas ideias foi intensificada, resultando em um aprendizado solidificado.

O item “c” das questões 2, 3, 4, 12 e 14 e o item “g” da questão 10 questionaram sobre o domínio e a imagem de cada função; a partir do gráfico da função indicado na tela do microcomputador, os alunos deveriam identificar seu domínio e sua imagem, analisando o eixo das abscissas para o domínio e o eixo das ordenadas para a imagem. Foi interessante observar que os alunos puderam compreender claramente quando o domínio e a imagem da função são os números reais, pois era dado um *zoom* na tela do *software* Geogebra muitas vezes e “o gráfico não terminava nunca”, segundo palavras dos próprios alunos. Pôde-se observar como resultado uma compreensão real sobre o domínio e a imagem das funções propostas.

A questão 2, que tratava sobre a função constante, ainda continha o item “d” e “e” que pedia para serem traçadas no *software* Geogebra outras funções constantes e questionava a relação do gráfico da função constante e o eixo das abscissas. Os alunos deveriam perceber como era a lei de formação da função constante e digitar duas funções do mesmo tipo, comprovando que todas as funções constantes têm como lei de formação um número real apenas e seu gráfico é sempre uma reta paralela ao eixo das abscissas OX. Devido à visualização das várias funções do mesmo tipo, os alunos fixaram as informações acima de maneira mais substancial do que nas aulas sem a utilização do *software* educacional.

Os itens “d”, “e” e “f” das questões 3 e 4 e os itens “a”, “b” e “c” da questão 10 pediam o cálculo do zero ou raiz de cada função, perguntavam em qual abscissa cada função intersectava o eixo OX e qual a conclusão entre estes dois questionamentos. Os alunos, primeiramente, faziam o cálculo algébrico<sup>8</sup> do zero ou raiz da função para depois responderem aos itens propostos, observando qual o papel do zero ou raiz da função no gráfico esboçado. Esperava-se que os alunos concluíssem que o zero ou raiz de cada função é o ponto onde a função intersecta o eixo OX. Os resultados apontaram uma clara percepção do papel do zero ou raiz das funções tratadas nesta pesquisa.

Ainda o item “g” da questão 3 objetivava a compreensão de que todas as funções lineares intersectam a origem. Essa análise foi feita através da observação do gráfico das quatro funções já digitadas pelos alunos e expressas na tela do microcomputador no início da

---

<sup>8</sup> Todos os cálculos algébricos já haviam sido trabalhados em sala de aula de maio a setembro de 2012.

questão. Como foram traçadas várias funções sobrepostas no *software* Geogebra, o resultado também foi amplificado em detrimento das aulas tradicionais.

Os itens “h”, “i”, “j” da questão 3 e os itens “g”, “h”, “i” e “j” da questão 4 versavam sobre os valores dos coeficientes “a” e “b” das funções lineares e afins, sua relação com o crescimento e decrescimento das funções e com o ponto de intersecção com o eixo das ordenadas OY. Esperava-se que os alunos observassem os gráficos das funções já digitadas e concluíssem que quando o coeficiente “a” é positivo, a função é crescente e quando o coeficiente “a” é negativo, a função é decrescente. Também se esperava que concluíssem que o coeficiente “b” destas funções é a ordenada onde a função intersecta o eixo OY. Os resultados com a utilização do *software* Geogebra mostraram uma reelaboração destas ideias em detrimento das ideias “prontas” nas aulas com giz e lousa.

A questão 5, itens “a”, “b” e “c” abordavam a função identidade  $y = x$  e a função  $y = -x$  através da análise do seu gráfico. Os alunos deveriam digitar as duas leis de formação acima, responder que tipo de gráfico representavam (reta, parábola ou curva) e concluir que o gráfico da função identidade bissecta os quadrantes I e III, por isso é chamada bissetriz dos quadrantes ímpares e a função  $y = -x$  bissecta os quadrantes II e IV, por isso é chamada de bissetriz dos quadrantes pares. Como o *software* Geogebra possui uma malha quadriculada perfeita, os alunos compreenderam de maneira clara o termo “bissetriz”, alcançando uma aprendizagem muito mais significativa do que observar gráficos em aulas expositivas.

Os itens “c”, “d” e “e” da questão 7, “a” e “b” da questão 8 e “a”, “b” e “c” da questão 9 contemplavam a análise dos coeficientes “a”, “b” e “c” das funções quadráticas apresentadas e qual sua relação com a concavidade, o deslocamento e intersecção com eixo das ordenadas. Os alunos deveriam digitar quatro funções quadráticas nas questões 7 e 9 e seis funções quadráticas na questão 8.

Na questão 7 se esperava que concluíssem que quando o coeficiente “a” da função quadrática é positivo, a parábola tem concavidade voltada para cima e quando o coeficiente “a” é negativo, a parábola tem concavidade voltada para baixo. Devido à observação de várias funções, os alunos redescobriram estas regularidades, tornando a aprendizagem muito mais significativa do que nas aulas em que a professora/pesquisadora apenas transmitia estas ideias.

Na questão 8 esperava-se que concluíssem que o coeficiente “b” da função quadrática indica o deslocamento da parábola no plano cartesiano. As leis de formação das funções digitadas nesta questão só diferiam no coeficiente “b” para melhor compreensão de ideias. Os alunos puderam observar claramente o descolamento das parábolas na tela do *software* Geogebra e os resultados foram muito melhores e mais rápidos do que nas aulas ministradas

com giz e lousa. Para melhor compreensão das ideias, a ilustração do *software* Geogebra segue abaixo:

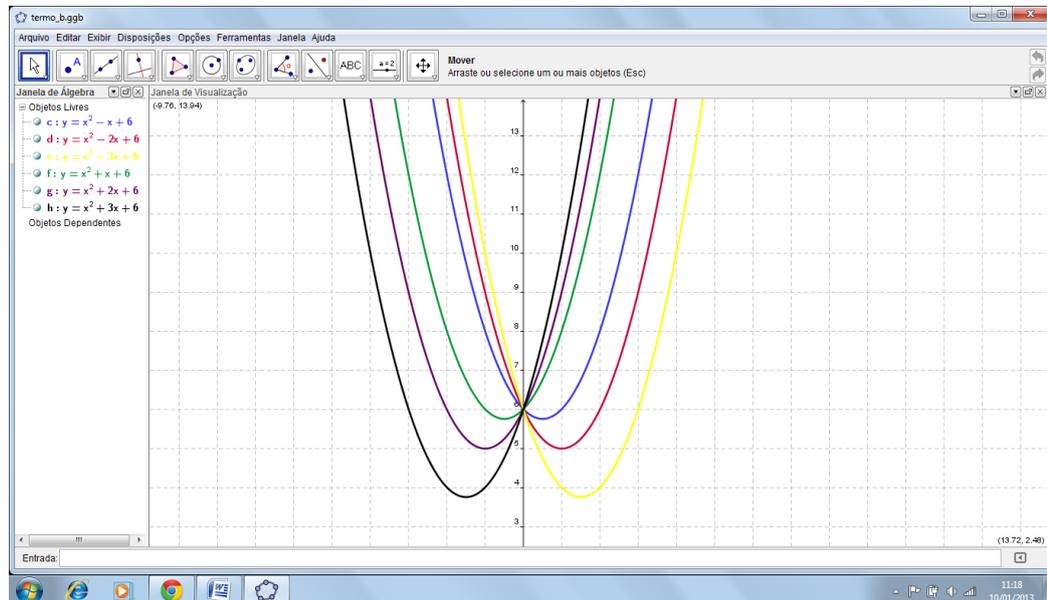


Figura 1 – Funções quadráticas com diferentes coeficientes de  $x$  na tela do *software* Geogebra. Fonte: próprio autor.

Na questão 9, esperava-se que os alunos concluíssem que o coeficiente “ $c$ ” da função quadrática é a ordenada onde a função intersecta o eixo  $OY$ . Os alunos tiveram aqui uma aprendizagem diferenciada em relação à mesma aprendizagem em aulas expositivas.

A questão 10 sobre função quadrática ainda abordava, através dos itens “ $d$ ”, “ $e$ ”, “ $f$ ” e “ $h$ ” o cálculo do vértice de cada função e sua relação com o valor máximo e valor mínimo apresentado no traçado de cada parábola. Os alunos deveriam primeiramente fazer o cálculo algébrico do vértice de cada uma das duas funções propostas pelo professor na atividade (a fórmula do vértice já havia sido trabalhada pela professora anteriormente), observar o gráfico das duas funções já digitadas expressas na tela e responder se a função tinha valor máximo ou valor mínimo e qual era este valor. Depois se esperava que concluíssem que o valor máximo e o valor mínimo da função quadrática correspondem às coordenadas do vértice da função. Nas aulas tradicionais os alunos simplesmente “acataram” estas informações e, através da utilização do *software* Geogebra, puderam comprovar estes apontamentos de forma autônoma.

Os itens “ $d$ ” até “ $f$ ” das questões 12 e 14 versavam sobre a base de cada função exponencial e logarítmica e sua relação com o crescimento e decrescimento das mesmas,

enquanto o item “g” das questões 12 e 14 objetivava que o aluno compreendesse o porquê toda função exponencial intersecta o ponto de coordenadas (0,1) e também o porquê toda função logarítmica intersecta o ponto de coordenadas (1,0). Os alunos deveriam anotar a base da lei de formação das funções digitadas, observarem o gráfico correspondente, responderem se tratava de função crescente ou decrescente. Esperava-se que concluíssem que quando a base da função exponencial ou logarítmica é maior que 1, a função é crescente e quando a base está entre 0 e 1, a função é decrescente. Os alunos tiveram também aqui uma real solidificação de ideias, em contraponto às aulas em que eram meros espectadores.

As questões 6, 11, 13 e 15 solicitavam que o aluno escrevesse com suas próprias palavras todas suas conclusões a respeito das funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica. Os alunos deveriam reler tudo o que já haviam escrito nas questões anteriores e anotar todas as regularidades que conseguiram encontrar. Como já haviam desenvolvido toda a atividade referente àquele tipo de função, tornou-se tarefa simples anotar todas as regularidades e fazer um breve resumo de cada tipo de função. Em aulas com giz e lousa estas conjecturas ficaram fragmentadas, resultando numa aprendizagem de melhor qualidade aquela realizada através da utilização do *software* Geogebra.

Para finalizar, no verso das folhas relativas às atividades de ensino os alunos deveriam, ainda, manifestar por escrito suas análises sobre as atividades que vivenciaram em cada aula, fazendo apontamentos positivos e negativos.

Dos 22 microcomputadores existentes na sala de informática do Programa ACESSA Escola, somente 16 puderam ser utilizados, pois 6 estavam desativados. Devido a problemas de conexão lenta com a Internet e ao fato de alguns microcomputadores não conterem o *software* Java atualizado, não foi possível instalar o *software* Geogebra em todas as máquinas da sala de informática desta Unidade Escolar. Por isso, dois grupos de alunos utilizaram o *software* Graphmatica, por ser bem mais fácil de instalar e não utilizar o Java.

Os dois grupos que utilizaram o Graphmatica conseguiram desenvolver as atividades normalmente, porém manifestaram dificuldade para visualizar a lei de formação da função e o gráfico da mesma, fato não ocorrido com os grupos que utilizaram o *software* Geogebra, pois o programa faz esta conexão através da janela de álgebra.

Houve grande envolvimento da professora/pesquisadora durante todo o processo, os alunos das turmas faziam perguntas e manifestavam dúvidas, as quais eram respondidas através de outros questionamentos, com o intuito de possibilitar aos alunos a procura por regularidades, o fazer e testar conjecturas, a argumentação e a comunicação oral e escrita das

suas conclusões (Candeias, 2010), para que o seu processo de aprendizagem se tornasse significativo.

As atividades de ensino elaboradas para o uso de recursos computacionais foram significativas pelas manifestações orais e escritas dos alunos. Os primeiros anos turma I e K obtiveram grande aproveitamento e conseguiram terminar as atividades propostas em quatro horas-aula de cinquenta minutos cada. O primeiro ano turma J fez as atividades em cinco horas-aula e o primeiro ano turma L em 6 horas-aula, pois se trata de alunos com grandes defasagens em pré-requisitos referentes ao Ensino Fundamental.

A maioria dos alunos considerou positiva a utilização do *software* Geogebra em comparação a traçar gráficos no papel quadriculado na sala de aula. Alguns obstáculos foram apontados pelos alunos, como, por exemplo, o fato de as atividades serem muito extensas, dificuldades iniciais no manuseio do *software* Geogebra, além de dúvidas gerais sobre o conceito de função e suas características.

Pode-se concluir que a utilização de recursos computacionais no ensino de funções realmente leva a uma aprendizagem muito mais eficaz do que aquela em que os alunos simplesmente “recebem” as informações do professor em sala de aula através de ferramentas consideradas obsoletas como giz e lousa.

Dentre os aspectos positivos da utilização de recursos computacionais no estudo de funções indicados pelos alunos nos seus registros escritos, que foram transcritos sem correção ortográfica, pode-se indicar:

Registro escrito dos alunos	Análise parcial
<p>1º I:            “O Geogebra ajudou bastante para fazer a pesquisa, pois a resolução é bem melhor do que se fizéssemos a mão. Os traços dos gráficos são bem melhores, para ver as concavidades, os domínios das funções e as imagens.”;            “Pontos positivos: É muito melhor usar o Geogebra do que ficar desenhando no caderno, temos uma visão muito mais limpa e fácil de entender, e quando erramos, é bem fácil corrigir.” (anexo B, p. 56).</p>	<p>Traçado do gráfico da função no <i>software</i> Geogebra colabora para uma melhor visualização e análise das características de retas e curvas das funções no plano cartesiano.</p>
<p>1º I:            “O trabalho é uma coisa muito positiva para todos os jovens, pois o programa junta muito bem a matemática e o</p>	<p>Novo estímulo ao ensino da matemática, o que resulta</p>

<p>computador. Ajuda os jovens a pegar gosto por estudar matemática, e o aprendizado é fácil.” (anexo B, p. 56).</p> <p>1° J: “Eu achei uma forma diferente de aprendizado, uma forma muito interessante e legal de estudar e aprender. Hoje todos nós estamos muito envolvidos com as tecnologias e fazer um trabalho que envolva isso é bom.” (anexo C, p. 58).</p> <p>1° L: “Eu gostei de fazer esse trabalho porque aprendi a mecher nos gráficos, e por que foi uma aula mais gostosa e descontraída.” (anexo E, p. 61).</p>	<p>em uma aprendizagem significativa.</p>
<p>1° J: “Esse trabalho me ajudou a fixar bem a função e fez com que eu entendesse como usar ou fazer um gráfico. Não foi tão complicado mas algumas dificuldades surgiram, mas estávamos em grupo e um ajudou o outro. Além de tudo fez nos trabalhar em grupo e entender a importância da participação de cada um. Resumindo: esse trabalho foi legal.”; (anexo C, p. 58).</p> <p>1° K: “Tivemos que trabalhar em equipe para realizarmos e finalizarmos esta tarefa.” (anexo D, p. 59).</p>	<p>Autonomia do aluno e interação de grupos, o que solidifica o processo ensino-aprendizagem.</p>

Dentre os aspectos negativos, podemos elencar:

<p>1° I: “Interessante, apesar de cansativo e eu ser impaciente.” (anexo B, p. 56).</p> <p>1° K: “O trabalho foi bem cansativo, mas também muito interessante.” (anexo D, p. 59).</p>	<p>Atividades de ensino muito extensas, o que tornou as aulas um pouco cansativas.</p>
<p>1° k: “Aprendi muito com esse trabalho, mais tive dificuldade na parte 8 e na parte da geogebra que foi feito no PC. mais logo</p>	<p>Dificuldades no manuseio do <i>software</i> matemático Geogebra, o que causou</p>

<p>em seguida consegui fazer.”; “Foi interessante, mas um pouco complicado algumas questões. No final consegui entender todas as coisas e elas eram mais faceis do que pensei. No começo foi um pouco complicado pois não sabiamos mexer no programa, depois que aprendemos a fazer pareceu ser mais fácil os exercícios.” (anexo D, p. 59).</p>	<p>demora na execução das atividades.</p>
<p>1° I:  “Pontos negativos: muitas vezes os alunos tem dúvidas sobre o que fazer. E isso acaba cansando a professora por explicar a mesma coisa várias vezes, e os alunos acabam sendo prejudicados pela professora ser uma só e não da tempo dela atender a todos. O trabalho em si foi bem fácil e prático.” (anexo B, p. 57)</p> <p>1° K:  “O trabalho foi meio complicado na hora de interpretar os gráficos, mas, é muito mais interessante do que ‘desenhar’ os gráficos no caderno, não foi difícil responder as questões, o mais complicado foi distinguir cada gráfico.” (anexo D, p. 60).</p>	<p>Dúvidas gerais sobre os tópicos relacionados a funções, o que acarretou na análise incorreta de alguns gráficos.</p>

De modo geral houve muito envolvimento e seriedade na realização das atividades por parte dos alunos; considera-se que houve ampliação e aprofundamento do conceito e características de funções que já haviam sido desenvolvidas de maio a setembro, além de tornar a aprendizagem mais estimulante e eficaz. Embora existam aspectos positivos e negativos na utilização de recursos computacionais na elaboração de atividades de ensino sobre funções, os aspectos positivos se sobressaem, fazendo da utilização do *software* matemático Geogebra uma ferramenta poderosa e indispensável no ambiente escolar da atualidade.



## 5 CONSIDERAÇÕES FINAIS

No mundo contemporâneo, onde as informações são veiculadas de modo instantâneo e os recursos tecnológicos são intrínsecos à vida cotidiana, se faz necessária a utilização de recursos computacionais no cotidiano escolar objetivando a uma educação matemática eficiente, estimulante, que leve o aluno à reelaboração do conhecimento matemático de funções através da análise gráfica que estes recursos possibilitam.

Ao longo desta pesquisa foi possível verificar as dificuldades encontradas pelos alunos do Ensino Médio para a compreensão do conceito de função e sua relação com um exemplo real (temperatura/hora), além das dificuldades de associação do tipo de função (constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica) com a lei de formação, o tipo de curva e todas as características dos gráficos apresentados.

As atividades de ensino elaboradas com o *software* Geogebra minimizaram essas dificuldades de maneira dinâmica, o que torna a resolução mais interessante e consistente, pois os movimentos que o *software* proporciona, muitas vezes, auxiliam o aluno a visualizar aspectos antes invisíveis nos gráficos das funções apresentadas.

Nas questões propostas com o uso do *software* Geogebra considera-se que os alunos, ao visualizarem os movimentos que o programa demonstra, ampliaram e aprofundaram a compreensão de determinados aspectos das funções propostas.

Desse modo, a visualização do gráfico com o recurso do *zoom* e o registro da expressão algébrica no *software* Geogebra tornou visível e evidenciou a associação entre a lei de formação de uma função e seu gráfico característico. Possibilitou identificar o domínio e imagem das funções, assim como o comportamento de cada função, isto é, como é sua intersecção com os eixos coordenados, qual o papel do zero ou raiz da função, valores máximos e mínimos, concavidades, além de crescimento e decrescimento.

As contribuições do uso do *software* não se restringiram apenas ao conhecimento específico de funções, pois acredita-se que as relações interpessoais (Zuffi e Pacca, 2000) trouxeram novos estímulos ao ensino e aprendizagem da matemática, manifestados pelos alunos, “O programa junta muito bem a matemática e o computador.” (anexo B, p. 56); “Hoje todos nós estamos muito envolvidos com as tecnologias e fazer um trabalho que envolva isso é bom.” (anexo C, p. 58), o que é considerado aprendizagem significativa.

Outro aspecto relevante na manifestação dos alunos foi o trabalho em grupo com o *software*, considera-se que para o grupo esta ferramenta proporciona um posicionamento dos alunos, diferente de quando o trabalho em grupo é realizado na sala de aula. O *software* auxiliou na autonomia dos discentes e na interação do grupo, contribuindo para que o processo da aprendizagem também ocorresse na troca de ideias entre os alunos de um mesmo grupo, “Mas estávamos em grupo e um ajudou o outro.” (anexo C, p. 58). Colaborou também com a percepção de que “Trabalhar em grupo e entender a importância da participação de cada um.” (anexo C, p. 58).

Na formação do professor é necessário indicar que, embora o uso de recursos tecnológicos possa ser eficiente e estimulante para o aluno, para o professor é necessário propor, avaliar e reorganizar estas atividades. Nesta pesquisa, as atividades propostas foram consideradas extensas pelos alunos e pela professora. É necessário reorganizá-las, pois é uma proposta que se constrói no seu desenvolvimento (Sousa, 2009), considerando-se o envolvimento dos alunos e as suas respostas durante as atividades. Neste sentido, teoria e prática se complementam.

## 6 REFERÊNCIAS

BOGDAN, Roberto C.; BIKLEEN, Sari Knopp. **Investigação qualitativa em educação**, trad. Maria J. Alvarez, Sara B. dos Santos e Teomo M. Baptista, Porto: Porto Editora, 1994.

BRASIL. MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO. SECRETARIA DE EDUCAÇÃO BÁSICA. **Parâmetros curriculares nacionais – Ensino Médio**. Ministério da Educação. Secretaria de Educação Básica: Brasília (DF), 2000.

CANDEIAS, Anabela Fernandes Ferreira. **Aprendizagem das funções no 8º ano com o auxílio do software Geogebra**. 2010, 257 p. Dissertação (Mestrado em Educação) – Universidade de Lisboa, Lisboa, 2010.

COURANT, R.; ROBBINS, H. **O que é a matemática?** Trad. Adalberto da Silva Brito, Rio de Janeiro: Editora Ciência Moderna Ltda., 2000.

GIL, Antônio Carlos. **Como elaborar projetos de pesquisa**. São Paulo: Atlas, 2002.

PROFMAT. **Números, conjuntos e funções elementares**. Rio de Janeiro, 2011.

SÃO PAULO (Estado) Secretaria da Educação. **Currículo do Estado de São Paulo: Matemática e suas tecnologias/ Secretaria da Educação**; coordenação geral, Maria Inês Fini; coordenação de área, Nilson José Machado. – São Paulo: SEE, 2010.

SILVA, Maria Célia Leme da. **Contribuições do uso do ambiente CABRI-GEOMETRE para a formação inicial e contínua de professores de Matemática**. 2002, 220 p. Tese (Doutorado em Educação) – PUC/SP, São Paulo, 2002.

SOUSA, Maria do Carmo de. **Quando professores têm a oportunidade de elaborar atividades de ensino de Matemática na perspectiva lógico-histórica**, Bolema, Rio Claro (SP), Ano 22, 2009, p. 83 a 99.

THIOLLENT, Michel. **Metodologia da pesquisa-ação**. São Paulo: Cortez, 1985.

ZUFFI, Edna Maura; PACCA, Jesuína L. A. **Sobre Funções e a Linguagem Matemática de Professores do Ensino Médio**, Zetetiké – CEMPEM – FE/UNICAMP – v. 8 – nº 13/14, p. 7-28 – Jan./Dez. de 2000.



## APÊNDICE A – Atividades de ensino sobre funções desenvolvidas com alunos do Ensino Médio

Nome: \_\_\_\_\_ n°: \_\_\_\_\_ série: 1° \_\_\_\_\_

- Objetivos: Compreensão do conceito de função, variável dependente e variável independente; construção de conhecimentos sobre as características das funções constante, linear, afim, quadrática, exponencial e logarítmica.
- Metodologia: utilização do *software* Geogebra.

### Atividades

- 1) Através de pesquisa na Internet, preencha a tabela abaixo com as temperaturas da cidade de Ribeirão Preto tomando como base o dia anterior:

Hora do dia	Temperatura (°C)
0 H	
1 H	
2 H	
3 H	
4 H	
5 H	
6 H	
7 H	
8 H	
9 H	
10 H	
11 H	
12 H	
13 H	
14 H	
15 H	
16 H	
17 H	
18 H	
19 H	
20 H	
21 H	
22 H	
23 H	

A partir dos dados da tabela acima, responda:

- a) Há alguma hora do dia que não está associada nenhuma temperatura? \_\_\_\_\_
- b) Há alguma temperatura que não está associada a nenhuma hora do dia? \_\_\_\_\_

- c) Exatamente uma mesma hora pode estar associada a duas temperaturas diferentes? \_\_\_\_\_
- d) Uma mesma temperatura pode estar associada a duas horas diferentes? \_\_\_\_\_
- e) Quais são as variáveis dessa atividade? \_\_\_\_\_
- f) Qual é a variável independente, tempo ou temperatura? \_\_\_\_\_
- g) Qual é a variável dependente, tempo ou temperatura? \_\_\_\_\_
- h) Qual a relação entre essa atividade e o conceito de função? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_

2) Utilizando o *software* Geogebra, trace os gráficos das funções  $y=3$ ,  $y=-4$ ,  $y=\sqrt{2}$ ,  $y=-3,4$ . Observe cada um dos gráficos das funções e responda:

- a) Que tipo de gráfico é expresso na tela? \_\_\_\_\_
- b) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- c) Qual o domínio e a imagem de cada função? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- d) Escreva e trace duas funções desse mesmo tipo: \_\_\_\_\_
- e) Qual a relação do gráfico desse tipo de função com o eixo x? \_\_\_\_\_

3) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=2x$ ,  $y=-3x$ ,  $y=x$ ,  $y=-1,7x$  e responda:

- a) Que tipo de gráfico é expresso na tela? \_\_\_\_\_
- b) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- c) Qual o domínio e a imagem de cada função? \_\_\_\_\_  
 \_\_\_\_\_
- d) Calcule a raiz ou zero de cada função: \_\_\_\_\_
- e) Em qual abscissa cada função intersecta o eixo x? \_\_\_\_\_
- f) O que você pode concluir a respeito da raiz de cada função e o ponto de intersecção com o eixo x? \_\_\_\_\_
- g) Qual ponto todos os gráficos intersectam? \_\_\_\_\_
- h) Qual o valor do coeficiente “a” em cada função? \_\_\_\_\_
- i) Quais funções são crescentes e quais são decrescentes? \_\_\_\_\_
- j) Qual a relação entre o sinal do coeficiente “a” e o crescimento e decrescimento das funções? \_\_\_\_\_

4) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=x+5$ ,  $y=-3x-2$ ,  $y=2x+1$ ,  $y=-x+2,5$  e responda:

- a) Que tipo de gráfico é expresso na tela? \_\_\_\_\_
- b) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- c) Qual o domínio e a imagem de cada função? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- d) Calcule a raiz ou zero de cada função: \_\_\_\_\_
- e) Em qual abscissa cada função intersecta o eixo x? \_\_\_\_\_
- f) O que você pode concluir a respeito da raiz de cada função e o ponto de intersecção com o eixo x? \_\_\_\_\_
- g) Qual o valor do coeficiente “a” e do coeficiente “b” em cada função? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- h) Quais funções são crescentes e quais são decrescentes? \_\_\_\_\_
- i) Qual a relação entre o sinal do coeficiente “a” e o crescimento e decrescimento das funções? \_\_\_\_\_
- j) Por qual ordenada cada função intersecta o eixo y? \_\_\_\_\_
- k) Qual a relação entre o coeficiente “b” e a ordenada que cada função intersecta o eixo y? \_\_\_\_\_

5) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=x$ ,  $y=-x$  e responda:

- a) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- b) Por que a função  $y=x$  (função identidade) é chamada de bissetriz dos quadrantes ímpares? \_\_\_\_\_
- c) Por que a função  $y=-x$  é chamada de bissetriz dos quadrantes pares? \_\_\_\_\_

6) Escreva todas as conclusões a respeito das funções constante, linear e afim.

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

7) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=x^2$ ,  $y=-x^2+5x-6$ ,  $y=x^2-3x$ ,  $y=-x^2+6x-5$  e responda:

- a) Que tipo de gráfico é expresso na tela? \_\_\_\_\_
- b) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- c) Qual o valor do coeficiente “a” em cada função? \_\_\_\_\_
- d) Quais funções têm concavidade voltada para cima e quais têm concavidade voltada para baixo? \_\_\_\_\_
- e) Qual a relação entre o sinal do coeficiente “a” e a concavidade das parábolas? \_\_\_\_\_

8) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=x^2-x+6$ ,  $y=x^2-2x+6$ ,  $y=x^2-3x+6$ ,  $y=x^2+x+6$ ,  $y=x^2+2x+6$ ,  $y=x^2+3x+6$  e responda:

- a) Qual o valor do coeficiente “b” em cada função? \_\_\_\_\_
- b) O que acontece com a parábola quando mudamos o valor do coeficiente “b”? \_\_\_\_\_

9) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=x^2-3x+2$ ,  $y=-x^2+5x-4$ ,  $y=x^2-5x-3$ ,  $y=-x^2+4x-1$  e responda:

- a) Qual o valor do coeficiente “c” em cada função? \_\_\_\_\_
- b) Em qual ordenada cada função intersecta o eixo y? \_\_\_\_\_
- c) Qual a relação entre o valor do coeficiente “c” e a ordenada de intersecção com o eixo y? \_\_\_\_\_

10) Trace, no *software* Geogebra, o gráfico das funções  $y=x^2-4x+3$ ,  $y=-x^2+4x$  e responda:

- a) Calcule os zeros ou raízes de cada função ( $x'$  e  $x''$ ): \_\_\_\_\_
- b) Em quais abscissas as funções intersectam o eixo x? \_\_\_\_\_
- c) O que você pode concluir a respeito das raízes da função e o ponto de intersecção com o eixo x? \_\_\_\_\_
- d) Calcule o vértice de cada função ( $X_v$  e  $Y_v$ ): \_\_\_\_\_
- e) A primeira função tem valor máximo ou mínimo? Qual é esse valor? \_\_\_\_\_
- f) A segunda função tem valor máximo ou mínimo? Qual é esse valor? \_\_\_\_\_
- g) Qual o domínio e a imagem de cada função? \_\_\_\_\_
- h) Qual a relação entre o  $Y_v$  e o valor máximo ou mínimo da função? \_\_\_\_\_

11) Escreva todas as conclusões a respeito da função quadrática.

---



---



---



---



---

12) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y=2^x$ ,  $y=(1/2)^x$ ,  $y=3^x$ ,  $y=(1/3)^x$  e responda:

- a) Que tipo de gráfico é expresso na tela? \_\_\_\_\_
- b) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- c) Qual o domínio e a imagem de cada função? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- d) Qual a base da potência de cada função? \_\_\_\_\_
- e) Quais funções são crescentes e quais são decrescentes? \_\_\_\_\_
- f) Qual a relação entre a base de cada função e o crescimento e decréscimo das mesmas funções? \_\_\_\_\_
- g) Qual ponto é comum a todas as funções? Por quê? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

13) Escreva todas as conclusões a respeito da função exponencial.

---



---



---



---



---

14) Trace, no *software* Geogebra, as funções  $y = \log_2 x$ ,  $y = \log_{1/2} x$ ,  $y = \log_3 x$ ,  $y = \log_{1/3} x$  e responda:

- a) Que tipo de gráfico é expresso na tela? \_\_\_\_\_
- b) Que tipo de função esses gráficos representam? \_\_\_\_\_
- c) Qual o domínio e a imagem de cada função? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_
- d) Qual a base do logaritmo de cada função? \_\_\_\_\_
- e) Quais funções são crescentes e quais são decrescentes? \_\_\_\_\_
- f) Qual a relação entre a base de cada função e o crescimento e decréscimo das mesmas funções? \_\_\_\_\_
- g) Qual ponto é comum a todas as funções? Por quê? \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_

15) Escreva todas as conclusões a respeito da função logarítmica.

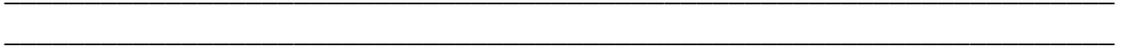
---



---



---



## ANEXO A – Termo de adesão do Programa Acessa Escola

acessa  
escola

FUNDAÇÃO PARA O  
DESENVOLVIMENTO  
DA EDUCAÇÃO

SECRETARIA  
DA EDUCAÇÃO

GOVERNO DO ESTADO  
DE SÃO PAULO



### PROGRAMA ACESSA ESCOLA

#### TERMO DE ADESÃO

Este termo disciplina as condições de uso dos recursos da internet disponibilizados pelo Programa Acessa Escola, da Secretaria da Educação do Estado de São Paulo, ao usuário \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_, matriculado na Escola Estadual \_\_\_\_\_  
\_\_\_\_\_, RA \_\_\_\_\_, mediante as condições aqui descritas.

#### I - Condições de uso da internet

1. O acesso é gratuito e há o limite de 30 (trinta) minutos por sessão, durante o qual o usuário poderá permanecer conectado à internet conforme o agendamento previsto nas regras gerais de acesso.
2. O limite de tempo poderá ser ampliado em mais 30 (trinta) minutos caso não haja fila de espera.
3. Em caso de espera, o usuário poderá utilizar novamente o acesso, desde que se dirija ao final da fila.

#### II - Cadastro do usuário

A partir da aceitação dessas regras, o usuário adquire o direito de obter o acesso gratuito à internet dentro do Programa Acessa Escola.

#### III - Obrigações do usuário

Ao usuário não será permitido o acesso para:

1. obter informações a respeito de terceiros, em especial endereços de correio eletrônico, sem anuência do titular;
2. transmitir arquivos contendo vírus ou que possam prejudicar o programa ou equipamentos de terceiros;
3. obter softwares ou informações de qualquer natureza, amparados por lei de proteção à privacidade ou à propriedade intelectual, salvo se detiver as respectivas licenças e/ou autorizações;
4. tentar violar sistemas de segurança de informações de terceiros ou tentar obter acesso não autorizado a redes de computadores conectadas à internet;
5. realizar correntes, pirâmides, bolas de neve, etc.;
6. realizar "spam" (envio de mensagens não solicitadas para lista de endereços de correio eletrônico);
7. divulgar ou acessar fotos ou textos contendo apologia ou incitação ao crime ou racismo;
8. divulgar ou acessar fotos ou textos eróticos de qualquer natureza;
9. realizar injúria, calúnia ou difamação e ameaças por e-mail, web page ou news group;
10. acessar salas de jogos, com exceção para jogos de caráter educativo, a critério da Coordenação do Programa;
11. instalar softwares de qualquer natureza sem autorização do Programa Acessa Escola.

**Observação** – O usuário fica ciente de que o não cumprimento de qualquer uma das regras acima acarretará sanções que irão da simples **advertência** verbal até o **cancelamento** do direito de uso, dependendo da gravidade da falta, ou caso se trate de reincidência.

#### IV - Responsabilidades limitadas do Programa Acessa Escola

O Programa se exime integralmente de qualquer responsabilidade por custos, prejuízos e/ou danos causados a usuários ou a terceiros por:

1. conteúdo, propaganda, produtos, serviços contidos ou oferecidos em sites visitados por meio do acesso por ele ofertado e possíveis negociações;
2. falhas no sistema de acesso, ainda que por motivo que lhe seja atribuível, ficando estabelecido que o acesso será fornecido tal como estiver disponível.

#### V - Alterações nos termos e condições

O Programa se reserva o direito de alterar unilateralmente os termos e condições da presente Adesão, notadamente, mas não exclusivamente, as previstas na **cláusula I, item 1**, informando as alterações e solicitando a confirmação do interesse em permanecer como usuário do Programa Acessa Escola.

São Paulo, \_\_\_\_\_ de \_\_\_\_\_ de 20\_\_\_\_.

\_\_\_\_\_  
Acelte da Escola Estadual

\_\_\_\_\_  
Assinatura do aluno/ou pai/responsável

## ANEXO B – Depoimentos – turma I

O Geogebra ajudou bastante para fazer a pesquisa, pois a resolução é bem melhor do que se fizéssemos a mão.

Os traços dos gráficos são bem melhores, para ver as concavidades, os domínios das funções e as imagens.

Pontos positivos: É muito melhor usar o GEOGEBRA do que ficar desenhando no caderno, temos uma visão muito mais limpa e fácil de entender, e quando erramos, é bem fácil corrigir.

O trabalho é uma coisa muito positiva para todos os jovens, pois o programa junta muito bem a matemática e o computador. Ajuda os jovens a pegar gosto por estudar matemática, e o aprendizado é fácil.

Interessante, apesar de cansativo e eu ser impaciente.

Pontos negativos: Muitas vezes os alunos tem dúvidas sobre o que fazer. E isso acaba fazendo a professora por explicar a mesma coisa várias vezes, e os alunos acabam sendo prejudicados pela professora ser uma só e não dá tempo dela atender a todos. O trabalho em si foi bem fácil e prático.

**ANEXO C – Depoimentos – turma J**

Eu achei uma forma diferente de aprendizagem, uma forma muito ~~interessante~~ interessante e legal de estudar e aprender.

Agora todos nós estamos muito envolvidos com as tecnologias e fazer um trabalho que envolva isso é bom.

Esse trabalho me ajudou a fixar bem a função e fez com que eu entendesse como usar ou fazer um gráfico. Não foi tão complicado mas algumas dificuldades surgiram, mas estávamos em grupo e um ajudou o outro. Além de tudo fez nos trabalhar em grupo e entender a importância da participação de cada um.

Resumindo: esse trabalho foi legal.

## ANEXO D – Depoimentos – turma K

Quisemos que trabalhar em equipe para realizarmos e finalizarmos esta tarefa.

O trabalho foi bem cansativo, mas também muito interessante.

- aprendi muito com esse Trabalho mais tive dificuldade na parte 8 e na parte da geometria que foi feito no pc mais logo em seguida consegui fazer.

Foi interessante, mas um pouco complicado algumas questões. No final consegui entender todas as coisas e elas eram mais fáceis do que pensei. No começo foi um pouco complicado, pois não sabíamos mexer no programa, depois que aprendemos a fazer pareceu ser mais fácil os exercícios.

O trabalho foi mais complicado na hora de interpretar os gráficos, mas, é muito mais interessante do que "desenhar" os gráficos no caderno, não foi difícil responder as questões, o mais complicado foi distinguir cada gráfico.

**ANEXO E – Depoimentos – turma L**

- Eu gostei de fazer esse trabalho por que eu aprendi a mexer nos graficos, e por que foi uma aula mais gostosa e descontraida.